MEMORIE

DELLA

REALE ACCADEMIA

DELLE SCIENZE

DI TORINO.

TOMO XXXVI.

TORINO

DALLA STAMPERIA REALE

MDCCCXXXIII.

INDICE

DEL TOMO XXXVI.

CLASSE DI SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE.

MEMORIE.

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE.

ELENCO

DEGLI ACCADEMICI NAZIONALI

AL XXX DI NOVEMBRE DEL MDCCCXXXII.

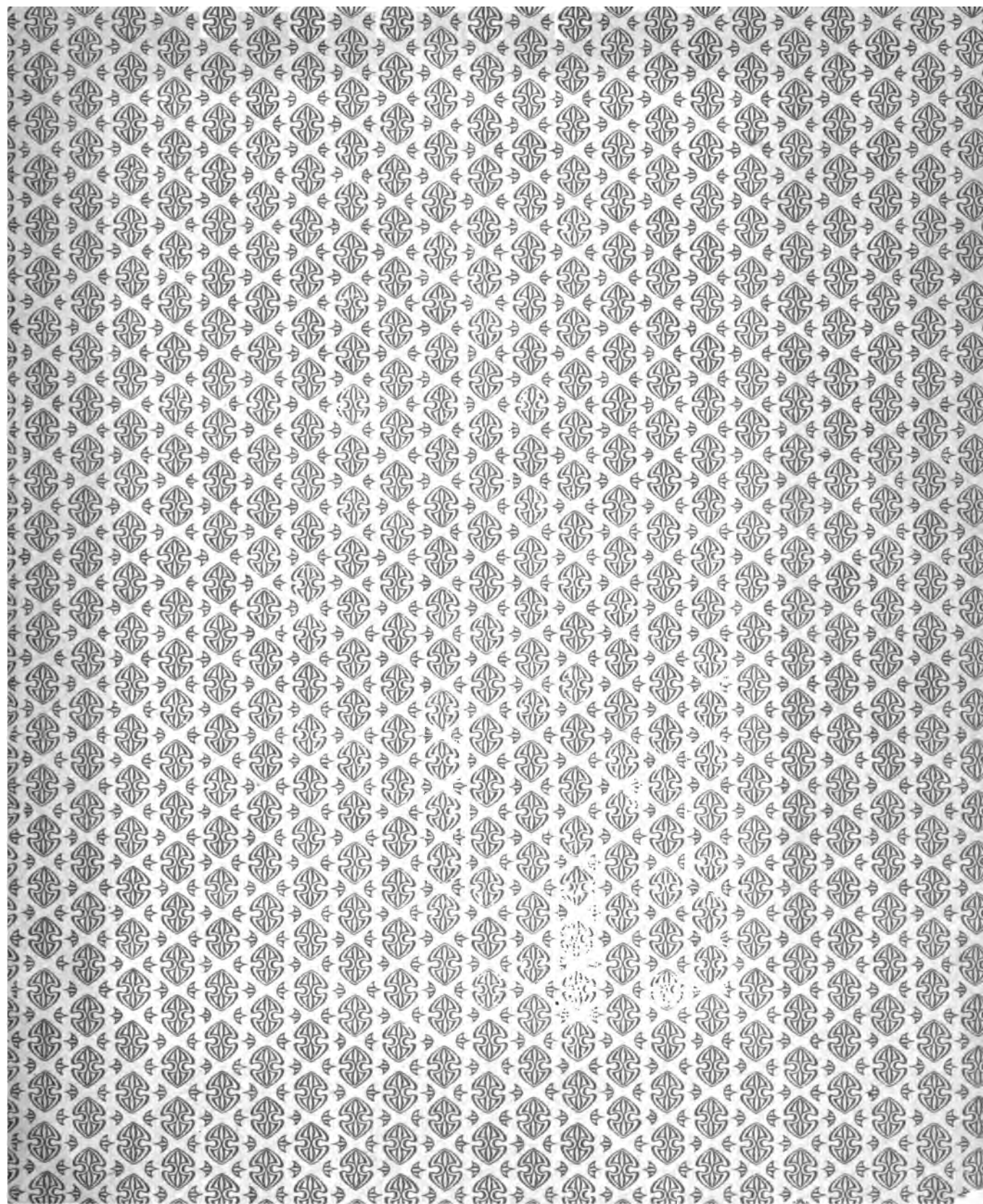
Presidente.

Balbo, Conte Prospero, Ministro di Stato, Cavaliere di Gran Croce, decorato della Gran Banda dell'Ordine de' Ss. Maurizio e Lazzaro, Cavaliere dell' Ordine Civile di Savoja, Presidente della Sezione Finanziera del Consiglio di Stato, Decurione della Città di Torino.

Vice-Presidente.

Lascaris di Ventimiglia, Marchese Agostino, Maggior Generale, Scudiere nella Real Corte, Commendatore dell'Ordine de' Ss. Maurizio e Lazzaro, Membro del Real Ordine Militare di Savoja, Cavaliere dell' Ordine di Leopoldo, Consigliere di Stato ordinario, Vice-Presidente della Regia Camera d'Agricoltura e di Commercio, Direttore della Reale Società Agraria, Decurione della Città di Torino.

Tesoriere.

Peyron, Abate Amedeo, Teologo Collegiato, Professore di Lingue Orientali nella Regia Università, Cavaliere dell'Ordine Militare de' Santi Maurizio e Lazzaro, e dell'Ordine Civile di Savoja.

CLASSE DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Direttore.

Giobert, Giovanni Antonio, Professore di Chimica Generale ed Applicata alle Arti, nella Regia Università.

Segretario.

Carena Giacinto, Professore di Filosofia, Professore Straordinario degli Studi Fisici nella Regia Accademia Militare, Cavaliere e Consigliere dell'Ordine Civile di Savoja.

Accademici residenti.

Balbo, Conte predetto.

Michelotti, Cavaliere Ignazio, Ispettore generale nel Corpo Reale degli Ingegneri Civili, e delle Miniere, Direttore dei Regii Canali, Professore emerito di Matematica nella Regia Università, Direttore del Regio Stabilimento Idraulico, Membro della Società Italiana di Scienze residente in Modena, e della Real Società Agraria di Torino, Cavaliere dell'Ordine Militare de' Ss. Maurizio e Lazzaro, Membro del Congresso Permanente delle Acque e Strade, e del Regio Consiglio degli Edili, Decurione della Città di Torino.

Rossi Francesco, Professore Emerito di Chirurgia nella Regia Università, Chirurgo delle LL. MM. e Reale Famiglia, Chirurgo Generale del Regio Esercito, Cavaliere dell'Ordine Militare de' Ss. Maurizio e Lazzaro, Cavaliere e Consigliere dell' Ordine Civile di Savoja.

Provana, Conte Michele Saverio, Intendente Generale, Bibliotecario di S. M., Presidente della R. Commissione di Revisione de' libri e delle stampe, Decurione della Città di Torino.

Bidone Giorgio, Professore d'Idraulica nella Regia Università, Cavaliere dell'Ordine Civile di Savoja.

Plana Giovanni, Regio Astronomo, Professore d'Analisi nella Regia Università, Direttore Generale degli Studi nella Regia Accademia Militare, Commendatore dell'Ordine Militare de'Ss. Maurizio e Lazzaro, della Corona Ferrea d'Austria, Cavaliere e Consigliere dell'Ordine Civile di Savoja.

Michelotti Vittorio, Professore di Chimica Medico-farmaceutica nella Regia Università, Membro del Consiglio delle Miniere, Professore di Metallurgia e d'Analisi dei Minerali nella Regia Scuola Teorico-pratica di Moutiers.

Cisa di Gresy, Cavaliere Tommaso, Professore Emerito di Meccanica nella Regia Università, Cavaliere dell'Ordine Militare dei Ss. Maurizio e Lazzaro.

Bellingeri Carlo Francesco, Medico di Corte, Dottore Collegiato di Medicina.

Avogadro di Quaregna, Cavaliere Amedeo, Professore Emerito di Fisica Sublime nella Regia Università, Mastro Uditore nella Regia Camera de' Conti, Cavaliere dell'Ordine Civile di Savoja.

Colla Luigi, Avvocato Collegiato.

Re, Gianfrancesco, Professore di Botanica e di Materia Medica nella Regia Scuola Veterinaria.

Lascaris di Ventimiglia, Marchese Agostino, predetto.

Moris Giuseppe Giacinto, Professore di Materia Medica e di Botanica nella Regia Università, Consigliere nel Magistrato del Protomedicato, Direttore del R. Orto Botanico.

Lavini Giuseppe, Dottore in Filosofia, Professore Sostituito di Chimica Medica e Farmaceutica nella Regia Università.

Cantù Gian Lorenzo, Dottor Collegiato di Medicina, Professore Straordinario di Chimica Generale applicata alle Arti, nella Regia Università, Membro del Consiglio delle Miniere.

Della Marmora, Cavaliere Alberto, Luogotenente Colonnello nel Corpo Reale dello Stato Maggiore Generale, Membro del Real

Ordine Militare di Savoja, Cavaliere e Consigliere dell' Ordine Civile di Savoja.

Genè Giuseppe, Professore di Zoologia, e Direttore del Museo Zoologico della Regia Università di Torino.

Accademici Nazionali non residenti in Torino.

Gautieri, Cavaliere Giuseppe, Ispettore Generale de' Boschi a Milano, Cavaliere dell'Ordine Militare de' Ss. Maurizio e Lazzaro, in Milano.

Multedo Ambrogio, Professore Emerito di Matematica, Cavaliere dell'Ordine Civile di Savoja, in Genova.

Borgnis G. A., Ingegnere Civile, in Parigi.

Bouvard Alessio, Membro dell'Istituto di Francia e dell'Ufficio delle Longitudini, in Parigi.

Bertero, Dottore in Medicina, in Alba.

Mojon Giuseppe, Professore di Chimica, in Genova.

Bertoloni Antonio, Professore di Botanica, in Bologna.

Viviani Domenico, Professore di Botanica e di Storia Naturale nella R. Università di Genova, Cavaliere dell'Ordine Militare dei Ss. Maurizio e Lazzaro, in Genova.

Losana Matteo, Teologo, Preposto di Santa Maria in Lombriasco.

Marianini Stefano, di Mortara, Professore di Fisica e di Matematica applicata nel Regio Liceo di Venezia.

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore.

Provana, Conte Michele Saverio, predetto.

Segretario.

Gazzera, Abate Costanzo, Professore di Filosofia, Assistente nella Biblioteca della Regia Università.

Accademici residenti.

Roero di Revello, nata Saluzzo, Contessa Diodata.

Saluzzo di Menusiglio, Cavaliere Cesare, Maggior Generale, Governatore delle LL. AA. RR. i Duchi di Savoja e di Genova, Commendatore dell'Ordine Militare de' Ss. Maurizio e Lazzaro, Cavaliere dell'Ordine Civile di Savoja, Comandante Generale della Regia Accademia Militare, Membro del Consiglio delle Arti, Decurione della Città di Torino.

Provana, Conte, predetto.

Carena, Professore, predetto.

Boucheron Carlo, Segretario di Stato onorario, Professore di Eloquenza Latina e Greca nella Regia Università, Professore di Belle Lettere nella Regia Accademia Militare, Cavaliere dell'Ordine de' Ss. Maurizio e Lazzaro.

Peyron, Abate Amedeo, predetto.

Barucchi, Abate Pietro Ignazio, Direttore del Museo d'antichità, Professore emerito di Logica e Metafisica nella Regia Università.

Bessone, Abate Giuseppe, Dottor Collegiato in Leggi, Consigliere Canonista di S. M.

Cordero de' Conti di San Quintino, Cavaliere Giulio.

Biondi, Conte Luigi, Marchese di Badino, Maggiordomo e Sopraintendente Generale della Casa ed Azienda della fu S. A. R. la Duchessa del Chiablese, Commendatore dell'Ordine Militare de'Santi Maurizio e Lazzaro.

Gazzera, Professore predetto.

Somis di Chiavrie, Conte Giambatista, Presidente.

Manno, Cavaliere Giuseppe, Primo Uffiziale della Regia Segreteria di Stato per gli affari interni, Consigliere nel Supremo Consiglio di Sardegna, Commendatore dell'Ordine Militare de'Ss. Maurizio e Lazzaro, Cavaliere e Consigliere dell'Ordine Civile di Savoja.

Falletti di Barolo, Marchese Tancredi, Decurione della Città di Torino.

Sauli d'Igliano, Cavaliere Lodovico, Consigliere di Legazione, Commissario Generale dei Confini, Cavaliere dell' Ordine Militare de'Ss. Maurizio e Lazzaro, e dell'Ordine Civile di Savoja.

Omodei Francesco, Cavaliere degli Ordini Militari de' Ss. Maurizio e Lazzaro, e di Savoja, Direttore degli Studi Militari nella Reale Accademia Militare, Colonnello Comandante il 1.º Reggimento d'Artiglieria.

Sclopis di Salerano, Conte Federico, Senatore nel Reale Senato di Piemonte.

Balbo, Conte Cesare, Cavaliere dell' Ordine Civile di Savoja, Colonnello ne' Regii Eserciti.

Cibrario, Nobile Giovanni Luigi, Intendente, Sostituito del Procuratore Generale di S. M.

Saluzzo di Menusiglio, Conte Alessandro, Ministro di Stato, Maggiore Generale, Cavaliere di Gran Croce, decorato del Gran Cordone dell'Ordine de' Ss. Maurizio e Lazzaro, Commendatore dell'Ordine Imperiale di Leopoldo, Presidente della Sezione dell'Interno nel Consiglio di Stato.

Della Marmora, Cavaliere Alberto, predetto.

Accademici Nazionali non residenti in Torino.

Botta Carlo, Dottor Collegiato, Cavaliere dell'Ordine Civile di Savoja, in Parigi.

Fea Carlo, Bibliotecario della Chigiana, in Roma.

De Maistre, Conte Saverio, Generale negli Eserciti dell'Imperatore di tutte le Russie, Cavaliere dell'Ordine Civile di Savoja, in Pietroburgo.

Raymond, Giorgio Maria, Regio Professore, in Ciamberì.

De Loche de Mouxy, Conte Francesco, Maggior Generale nel Regio Esercito, in Ciamberì.

Baille, Cavaliere D. Lodovico, Segretario della R. Società Agraria ed Economica, in Cagliari.

Serra, Marchese D. Girolamo, in Genova.

ACCADEMICI STRANIERI.

Classe di Scienze Fisiche e Matematiche.

(di antica nomina).

Paoli, Cavaliere Pietro, in Pisa.

De Candolle Augusto, Professore di Botanica, a Ginevra.

(Nominati nell'adunanza generale del 20 gennaio 1833).

Arago, Domenico Francesco Giovanni, Membro e Segretario dell'Istituto di Francia, per le Scienze Fisiche e Matematiche, Membro dell'Uffizio delle Longitudini, a Parigi.

Berzelio, J. J., Professore di Chimica, a Stoccolma.

Savi, Gaetano, Professore di Botanica, a Pisa.

Humboldt, Barone Alessandro, Membro della Reale Accademia delle Scienze di Berlino.

Poisson, Simeone Dionigi, Membro dell'Istituto di Francia, e dell'Uffizio delle Longitudini, a Parigi.

Gauss, Carlo Federigo, Consigliere, Direttore della Specola Astronomica e Professore nell'Università di Gottinga.

Venturoli, Cavaliere Giuseppe, Professore emerito della Università di Bologna, Presidente del Consiglio degli Ispettori d'Acque e Strade, a Roma.

Gay-Lussac, Luigi Giuseppe, Membro dell'Istituto di Francia, a Parigi.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

(Di antica nomina).

Silvestre di Sacy, Barone Antonio, Membro dell' Istituto di Francia, a Parigi.

Dépéret, Professore emerito, a Parigi.

Degerando, Barone Maria Giuseppe, Membro dell' Istituto di Francia, a Parigi.

(Nominati nell'adunanza generale del 20 di gennaio 1833).

Mai, Monsignor Angelo, Bibliotecario della Vaticana, a Roma.

Brugière, Barone di Barante, Amabile Guglielmo Prospero, Membro dell'Istituto di Francia, Pari, e Ambasciatore di Francia presso S. M. il Re di Sardegna, a Parigi.

Pastoret, Marchese Claudio Emanuele Giuseppe Pietro, Membro dell'Istituto di Francia, a Parigi.

Manzoni, Alessandro, Accademico della Crusca, a Milano.

Savigny, F. C. Professore nella Regia Università, e Membro della Reale Accademia delle Scienze, di Berlino.

Letronne, Giovanni Antonio, Membro dell'Istituto di Francia, Conservatore della R. Biblioteca, a Parigi.

Borghese, Conte Bartolomeo, a Roma.

MUTAZIONI

accadute nel Corpo Accademico dopo la pubblicazione del precedente Volume.

Hanno cessato di vivere i seguenti Accademici:

Carlo Randoni, Primo Architetto Civile di S. M., Capitano nel Corpo Reale degli Ingegneri Civili, Membro della Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche, morto il 13 di novembre 1831, e

Cavaliere Giacomo Alessio Vichard di S. Real, Cavaliere di Gran Croce, Intendente Generale d'Azienda, Membro della Classe di Scienze Fisiche e Matematiche, morto il 13 di novembre 1832; Accademici residenti.

Borson, Abate Stefano, Professore di Mineralogia ecc., Membro della Classe di Scienze Fisiche e Matematiche, morto il 25 di dicembre 1832.

Abate Gianbernardo Derossi, Professore di Lingue Orientali nell'Università di Parma, Accademico non residente; il 23 di marzo 1831.

Barone Giorgio Cuvier, Membro dell'Istituto di Francia, Accademico straniero, in Parigi; il 13 di maggio 1832.

Conte Giovanni Antonio Chaptal, Pari di Francia, Membro dell'Istituto di Francia, Accademico straniero, in Parigi, il 29 di luglio 1832.

Barone Di Zach, Accademico straniero, nel settembre 1832.

NOMINE.

Signor Giuseppe Genè, Professore di Zoologia e Direttore del Museo Zoologico della Regia Università di Torino, nominato il 15 di gennaio 1832 ad Accademico residente per la Classe di Scienze Fisiche e Matematiche.

Marchese Gerolamo Serra, di Genova, nominato il 1.º di dicembre 1831 ad Accademico non residente per la Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Teologo Matteo Losana, Preposto di S. Maria in Lombriasco, nominato il 29 di gennaio 1832 ad Accademico non residente per la Classe di Scienze Fisiche e Matematiche.

Signor Stefano Marianini, di Mortara, Professore di Fisica e di Matematica applicata nel Regio Liceo di Venezia, nominato il 9 di decembre 1832 ad Accademico non residente per la Classe delle Scienze Fisiche e Matematiche.

Inoltre, nell'adunanza generale del 20 di gennajo 1833, l'Accademia ha nominato a tutti i posti vacanti di Accademici stranieri, come a pag. XIII.

PENSIONI ACCADEMICHE.

S. M. in udienza del 10 di dicembre 1831 ha conceduto all'Accademico Cavaliere Giacomo Alessio Vichard di S. Réal la pensione di cui godeva l'Accademico Carlo Randoni.

Nell'udienza del 24 di novembre 1832 la prefata M. S. ha conceduto all'Accademico Cavaliere e Commendatore Giuseppe Manno la pensione di cui godeva il predetto Accademico Cavaliere Vichard di S. Real.

E nell'udienza del 5 di gennajo 1833 S. M. ha conceduto all'Accademico Professore Gianfrancesco Re la pensione di cui godeva l'Accademico Professore Borson.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

(dal 7 luglio 1831 al 30 di novembre 1832)

DONATORI

De la distribution par mois des conceptions et des naissances de l'homme, considérée dans ses rapports avec les saisons, avec le climat, avec le retour périodique annuel des époques du travail et de repos, d'abondance et de rareté des vivres, et avec quelques institutions et coutumes sociales; par J. R. Villermé, 1 vol. in 8.° — *Villermé*

Annales d'Hygiène publique et de Médecine légale, in 8.°

Séance publique annuelle des quatre Académies de l'Institut de France, du samedi 30 avril 1831, présidée par M. Lethière, Président de l'Académie Royale des Beaux-Arts. Paris, Didot 1831, in 4.° — *Huzard*

Discours prononcés dans la séance publique tenue par l'Académie Française, pour la réception de M. Viennet, le 5 mai 1831. Paris, Didot, 1831, in 4.°

Discours prononcés dans la séance publique tenue par l'Académie Française, pour la réception de M. Cousin, le 5 mai 1831. Paris, Didot, 1831, in 4.°

Discours de M. le Baron Silvestre, membre de l'Institut, Secrétaire perpétuel de la Société Royale et centrale d'Agriculture, prononcé aux funérailles de M. A. Aubert Dupetit-Thouars, membre de l'Institut, de la Société Royale et centrale d'Agriculture etc., le 13 mai 1831. Didot, in 4.°

De quelques questions relatives au Métissage dans les races d'animaux domestiques, par J.-B. Huzard fils, Chevalier de la Légion

d'honneur, Médecin vétérinaire, etc. Paris, M.me Huzard, 1831, in 8.°

Programme des prix proposés par la Société Royale et Centrale d'Agriculture dans sa séance publique du 10 avril 1831, pour la découverte des meilleurs moyens de prévenir et d'arrêter les ravages de l'alucite, nommée aussi teigne, papillon, pou volant des grains, M.me Huzard, in 8.°

* Abhandlungen der Koniglichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aus dem Jahre 1827. Nebst der Geschichte der Akademie in diesem Zeitraum. Berlin 1830, 1 vol. in 4.°

Dufresne — Note sur la cinchonine, considérée comme médicament, et réflexions sur la médication, sur l'action des substances salifiables introduites dans l'estomac, et sur celle du nitrate d'argent; par P. Dufresne, Docteur en Médecine; 1831, in 8.°

Giovanetti — Degli Statuti Novaresi. Commentario dell'Avvocato Giacomo Giovanetti, Assessore aggiunto del Tribunale di Prefettura, e Consigliere della Città di Novara. Torino, Chirio e Mina, 1830, 1 vol. in 8.°

Vittadini — Monographia Tuberacearum, auctore Carolo Vittadini. Mediolani, Rusconi 1831, in 4.°

Berruti — Saggio sugli Spedali di Torino, del Dottore Secondo Berruti, membro e Consigliere del Collegio Medico di Torino ecc. ecc. Torino, Stamperia Reale, 1831, in 8.°

Provana — Pro solemni funere quod Aug. Taurinorum in Æde Philippiana Eusebii A.D. III kal. augustas anno MDCCCXXXI Mathaeo Desgeneys celebrat Mauritius frater Eques, Tribunus militum, pro inspectore militum selectorum custodum securitatis publicae Comitum itinerum Regis Inscriptiones. M. X. P. Edentibus Chirio et Mina, in fol.

Botto — Elementi di Fisica Sperimentale ad uso delle Regie Scuole di Filosofia; di G. D. Botto, Professore di Fisica nella R. Università di Torino. Torino 1830, Stamperia Reale, in 8.°, parte 1.a e 2.a

Ponza — Vocabolario Piemontese-Italiano, di Michele Ponza da Cavour. Torino 1830, Stamperia Reale, 1 vol. in 8.°

Repertorio di Ostetricia teorica e pratica, compilato ad uso dei Medici, Chirurgi, Ostetrici e Levatrici, di Giovanni Sannicola, Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Ostetricia ed Istruttore delle Levatrici, Medico-Chirurgo in Venafro e Pozzilli ecc., fascicolo 1.° Napoli 1831, Filiastre-Sebezio, in 8.° *Sannicola*

Prix fondé par M. le Comte de Volney, Jugement sur le Concours de 1830, et programme pour l'année 1832, in 4.° *De-Gregory*.

Extrait d'un rapport sur les sculptures d'Olympie, fait au nom de la Commission de l'Institut, par M. Raoul-Rochette, in 4.°

Mesure de la richesse française, par le Baron Charles Dupin, Membre de l'Académie Royale des Sciences, in 4.°

Séance publique de l'Institut de France, du lundi 27 juin 1831, présidée par M. Dumeril, in 4.°

Annonce des prix décernes par l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1831, in 4.°

Programme des prix proposés par l'Académie Royale des Sciences pour les années 1832 et 1833, in 4.°

Bibliothèque de Photius, Patriarche de Constantinople, traduite en Français, précédée d'une Notice sur la vie de Photius, d'une analyse raisonnée de ses ouvrages, accompagnée de notes historiques et philosophiques, et terminée par une ample table des matières, in 8.° Programme.

Supplément à la Biographie Universelle. Prospectus, in 8.°

Mémoires tirés des papiers d'un homme d'État, ou Histoire secrète de la politique des Cabinets de la guerre de la Révolution, depuis 1792 jusqu'en 1815, in 8.°

Extrait du Prospectus général de l'Union Encyclopédique pour la propagation des Sciences utiles, par la publication de l'Encyclopédie portative, ou Bibliothèque Universelle des Sciences et des Lettres, des Arts et des Métiers, de l'Histoire, de la Géographie et des Voyages; divisée en 3 grandes séries, in 8.°

Lettre sur la Lithotritie uretrale, suivie d'une revue de l'état actuel de la méthode lithotritique, par le Docteur Civiale, Paris, Baillière, 1831, 1 vol. in 8.° *Civiale*

Peretti Di una sostanza rinvenuta nell'Ornus Europea Person, Fraxinus Ornus, Linn. Esame chimico fatto dal Professore Pietro Peretti.

Del rame dei vini. Del medesimo. Estratto dal Giornale Arcadico.

Benoiston de Châteauneuf De l'influence de certaines professions sur le développement de la Phthisie pulmonaire, à l'occasion d'une industrie particulière à la Commune de Meusnes, département de Loir-et-Cher, par M. Benoiston de Châteauneuf. (Extrait des Annales d'Hygiène publique et de Médecine légale) in 8.°

Provana Pro solemni funere Columbiani Chiaveroti Archiepiscopi Taurinensis Viri Illustriss. et Reverendiss. quod Augustae Taurinorum celebrant Canonici Ecclesiae Metropolitanae A. D. VIII kal. septembris, anno MDCCCXXXI. Inscriptiones M. X. Provana. Edentibus Chirio et Mina, in fòl.

Elice Scoperta di una singolare rottura dei fili. Genova 1831, 1 foglio di stampa.

Paravia Le lettere di Plinio il Giovane, tradotte ed illustrate da Pier-Alessandro Paravia Jadrense. Venezia, Tipografia di Commercio, 1830, due tomi in 8.°

Sonetti di Giuseppe Bartoli, raccolti e messi in luce da Pier-Alessandro Paravia, preceduti dalla vita del medesimo. Bettoni, 1818, in 8.°

Magarotto Sul principio della composizione delle forze, Memoria dell'Ab. Antonio Magarotto, Professore di Fisica e Matematica applicata nell'I. R. Liceo di Vicenza, Socio dell'Accademia di Padova. Vicenza 1826, Parise e Compagno, in 8.°

Ragionamento sopra la legge con cui si rifrange la luce passando da uno in altro mezzo di diversa densità, o natura; dell'Ab. Antonio Magarotto, Professore di Fisica nell'I. R. Liceo di Vicenza, ecc. Venezia 1814, Pinelli, in 8.°

Discorso sull'origine della gragnuola con alcune riflessioni sui paragrandini; dell'Abate Antonio Magarotto, Professore di Fisica nell'I. R. Liceo di Vicenza, ecc. Vicenza, Parise e Compagno, 1825, in 8.°

Analisi di una Memoria sopra il *Cholera-morbus* (Tifo mucoso) del signor Cavaliere Professore Rossi. Torino, Mancio, Speirani e Comp. 1831, in 8.° — *Rossi*

Analyse des travaux de l'Académie Royale des Sciences, pendant l'année 1830. Partie physique. Par M. le Baron Cuvier, Secrétaire perpétuel. In 4.° — *De-Gregory*

Memorie della Società Italiana delle Scienze, residente in Modena. Tomo XX, fascicolo secondo delle Memorie di Matematica, 1 vol. in 4.° — *Società Italiana delle Scienze*

Lezione di Vincenzo Follini sopra due Edizioni del Secolo XV. Firenze, 1831, 8.°. — *Molini*

Sulla proposizione il *Mondo va da se;* Dissertazione del Causidico Giovanni Momo; quinta edizione redatta sulla prima di Firenze. Torino, Tipografia Cassone, Marzorati e Vercellotti, 1831, in 8.° — *Momo*

Analyse d'un Mémoire de M. C. Gazzera, relatif à un Décret de patronage et de clientelle, et à quelques autres antiquités de la Sardaigne. Par M. Champollion-Figeac. Paris, Firmin Didot, in 8.° — *Champollion-Figeac*

Cenni statistici e geografici della Reggenza di Algeri, di Graberg D'Hemsò. Milano, Nervetti, Tipografo-librajo, 1830, in 8.° — *Graberg D'Hemsò*

Opuscoli su le Rivoluzioni del Globo, del Sacerdote Ignazio Paradisi, notomizzati dal Cavaliere Jacopo Graberg D'Hemsò. Pisa, fratelli Nistri e Comp., 1831, in 8.°

Alcuni cenni sull'Agricoltura nell'Impero di Marocco. Lezione del Cavaliere Jacopo Graberg D'Hemsò, detta nell' I. e R. Accademia dei Georgofili. Firenze, Pezzati, 1831, in 8.°

Viaggio del sig. Cavaliere Renato Caillié a Tombuctù. Estratto dall'Antologia di Firenze, n.° 116, agosto 1830, in 8.°

Prospetto del commercio di Tripoli d'Africa e delle sue relazioni con quello dell'Italia. Articolo 3.° estratto dall'Antologia n.° 111, marzo 1830. Firenze, Pezzati, 1830.

Om Literaturens Tilvaext under de tre danske Konger Frederik V. Christian VII, og Frederik VI in 8.° — *Carlo Cristiano Rafn*

Veber die Konigliche Gesellschaft für Nordische Alterthumskunde zu Kopenhagen. Von Ludwig Giesebrecht. Stettin, 1828. Bei Friederich Heinrich Morin, in 8.°

Sampyktir Hins Konùngliga Norraena Fornfraeda Fèlags. Vedtaegter for det Kongelige nordiske oldskrift-selskab. Andet oplag. Kjobenhavn. Trikt I Hart V frid. popps Bogtr. 1829, in 8.°

Fac simile di un Poema Krakcumal del Re Ragnar Lodbrog in lingua Islandese.

Fac simile di un Manoscritto di un Saga, Cronica dei pirati di Jomsborg, in lingua Islandese.

Extrait du Réglement de la Société Royale des Antiquaires du Nord à Copenhague.

P. Balbo

Necrologia. Tommaso de Ocheda. (Estratto dall'Antologia n.° 105) in 8.°

Società Accademica di Savoia

Mémoire de la Société Royale Académique de Savoie. Tom. V. Chambéry, 1831, in 8.°

Éloge historique du Général Comte de Boigne. Par M. l'Abbé Turinaz, Docteur en Théologie, Professeur de philosophie au Séminaire. Chambéry, 1831, in 8.°

Fea

Storia delle Saline d'Ostia, Dissertazione storica, fisica, legale dell'Avvocato Carlo Fea. Roma, 1831, in 8.°

Relazione dell'Aurora boreale, veduta in Roma e in altre parti d'Italia, ecc. Osservazioni critiche dell'Avvocato D. Carlo Fea. Roma 1831, in 8.°

Risposta del Consigliere Giovan-Carlo Unger all'opuscolo dell' Avvocato Carlo Fea dell'Aurora boreale, con osservazioni critiche. Roma, 1831, in 8.°

Appendice alla Relazione dell'Aurora boreale in risposta a tre oppositori. Dell'Avvocato Carlo Fea. Roma, 1831, in 8.°

Ghirelli

Precetti igienici contro il Cholera-morbo. Di Luigi Ghirelli membro dell'I. e R. Istituto di Scienze di Siena, ecc. Roma 1831, 8.°

E. Osann.

Physikalisch-medicinische Darstellung der bekannten Heilquellen der vorzüglichsten Lander Europa's. Von E. Osann, Professeur

der Medecin zu Berlin. Erster Theil. Berlin, bei Ferdinand Dümmler 1829 1 vol. in 8.°

Quadro fisico Medico delle acque minerali conosciute dei principali paesi dell'Europa, di E. Osann Professore di Medicina a Berlino. Berlino 1829, parte prima, in 8.°

Epitafio posto sulla tomba di Monsignore Chiaveroti, Arcivescovo di Torino, in 4.° — *Provana*

Storia del commercio tra il Levante e l'Europa. Opera del signor G. B. Deping, notomizzata dal Cav. J. Graberg di Hemsò. (Estratto dall'Antologia n.[i] 127 e 128). Firenze, Pezzati, 1831, in 8.° — *Graberg di Hemsò*

Résumé d'un Mémoire sur la Mécanique Céleste, et sur un nouveau calcul appelé Calcul des limites; par M. Augustin Cauchy, Membre de l'Institut de France. Turin, octobre 1831, in 4.° piccolo. — *Cauchy*

Diatribe de recta morum ratione ut summo tuendae valetudinis praesidio. Civibus Academicis die XXVII junii MDCCCXXX dicavit Michaël a Lenhossèk, M. D. Insign. Ordin. Reg. Suecici Vasaei Eques, S. C. et R. A. M. ad excels. Consil. Reg. Locumt. Hung. a Consiliis, Studii Med. Chir. Director, Ordinis Medicorum R. S. U. H. Praeses, compl. eruit. Academ. et Societ. membrum. Budae, typis Regiae Scientiarum Hungaricae. — *Lenhossèk*

Observanda circa Febrim Scarlatinam. Budae, typis Typographiae Regiae Universitatis Hungaricae, 1826 in 4.°

Instructio pro mortuorum revisoribus in liberis Regiis Civitatibus Regni Hungariae constitutis. Budae, typis Regiae Universitatis Hungaricae, 1828, in 8.°

Summa praeceptorum in administrando Variolae Vaccinae negotio per Regnum Hungariae observandorum quam altiore jussu concinnavit Michaël Lenhossèk. Budae typis Typographiae Regiae Univers. Hungaricae, 1829, in 8.°

Institutio circa Medico-legalem cadaverum humanorum investigationem pro Physicis, Medicis et Chirurgis Regni Hungariae, Budae, typis Typographiae Regiae Univers. Hungaricae, 1829, in 8.°

Normativum in merito legalium cadaverum humanorum investigationum, ac sectionum et praestandarum renunciationum medico-forensium. Budae, die 20 januarii 1829, in fol.

Deductio regularum politicarum, per regni jurisdictiones imminente aut jam vigente Cholera orientali vel alio quodam pestifero morbo ordinandarum. In fol.

Anweisung nach welchersich die forsteher der gemeinder in jenen Fülten zu verhalten haben, wenn die morgenlandische Brechruhr oder eine andere ansteckende Krankheit in der nahe hersſcht, oder aber in ihrer ortschaft selbst ausbricht.

Anweisung für die politischen Commissare welche in den, von der orientalischen Brechruhr oder einer anderen anstechenden pestartingen Krankeit befallonen ortschaften, die erforderlichen geschafte zu besergen haben.

Instructio pro Medicis et Chirurgis, quibus aegrotorum cura vigente Cholera orientali, vel alio quodam pestifero morbo incumbit.

V. Michelotti Commissione delle monete. Raccolta degli Atti e Documenti comprovanti le imperfezioni dell'antico metodo sinora adoperato pel saggio dell'oro e dell'argento; coll'indicazione de'miglioramenti che vi si possono introdurre in seguito alle sperienze fattesi in Londra, Parigi, e presso l'Amministrazione centrale delle Regie Zecche in Torino. Torino, Chirio e Mina, 1831, 1 vol. in 4.°

De Thiollaz Petit Catéchisme à l'usage du Diocèse d'Anneci, contenant deux abrégés; le premier pour être enseigné pendant l'Avent et le Carême aux enfans qu'on prépare à la première Communion; le second pour les jeunes enfans, avec l'abrégé de la prière. Imprimé par ordre de M.gr Claude François de Thiollaz Évêque d'Anneci, Conseiller du Roi. Anneci, Burdet Ainé Imprimeur et Libraire du Clergé, 1820, in 8.° piccolo.

Manno Della Fortuna delle Parole, Libri due. Del Cavaliere Giuseppe Manno, Membro della R. Accademia delle Scienze di Torino ecc. ecc. Torino, 1831, Giuseppe Pomba, tomi due in 12.

Viviani

Della struttura degli organi elementari nelle piante e delle loro funzioni nella vita vegetabile; con otto tavole incise in rame; del Cavaliere Domenico Viviani, Professore di Botanica e di Storia naturale nella Regia Università di Genova, Membro onorario dell'Istituto Reale di Londra, Socio della Reale Accademia delle Scienze di Torino, ec. Genova, Yves Gravier Librajo, 1831, 1 vol. in 8.° con otto tavole separate, in 4.°

Bonafous

Dessin d'un Bouc de la haute Égypte, introduit en Piémont par M. Bonafous.

Du desséchement des terres cultivables sujettes à être inondées; par M. le V.te Héricart de Thury, Vice-Président de la Société Royale et Centrale d'Agriculture. Paris, M.me Huzard, 1831, in 8.°

Huzard fils

Académie Française. Séance publique de l'Institut de France, du 9 août 1831, présidée par M. Lebrun, Directeur. Prix Montyon décernés cette année, et annonces des prix à décerner. Firmin Didot, in 4.°

Séance publique de l'Académie Française, du 9 août 1831, présidée par M. Lebrun, Directeur. Annonce du prix d'Éloquence pour 1832, prix d'Éloquence et de Poésie pour 1830 et 1831. Firmin Didot frères, in 4.°

Séance publique de l'Académie Française, du 9 août 1831, présidée par M. Lebrun, Directeur. Prix extraordinaire, de 10000 fr. sur les fonds restés disponibles des legs Montyon, destinés à recompenser les ouvrages utiles aux mœurs. Firmin Didot frères, in 4.°

Séance publique de l'Académie Française, du 9 août 1831, présidée par M. Lebrun, Directeur. Rapport du Secrétaire perpétuel de l'Académie sur le concours au prix d'Éloquence de l'année 1830, remis à 1831.

Séance publique de l'Académie Française, du 9 août 1831, présidée par M. Lebrun, Directeur. Rapport du Secrétaire perpétuel de l'Académie sur le concours de Poésie de l'année 1831. Didot frères, in 4.°

Épitre à un jeune Romantique sur la Gloire Littéraire de la

France, pièce qui a remporté le prix de Poésie, décerné par l'Académie Française dans la Séance publique du 9 août 1831. Par M. A. Bignan. Paris, Didot frères, 1831, in 4.°

Éloge historique de Chrétien-Guillaume Lamoignon de Malesherbes. Discours qui a remporté le prix d'Éloquence, décerné par l'Académie Française dans sa Séance du 9 août 1831. Par M. A. Bazin, Avocat à la Cour Royale de Paris. Paris, Didot frères, 1831, in 4.°

Académie Royale des Beaux-Arts de l'Institut de France. Séance publique annuelle, du samedi premier octobre 1831, présidée par M. Lethière, en l'absence de M. Quatremere de Quincy. M. Garnier remplira les fonctions de Secrétaire. Didot frères, in 4.°

Académie Royale des Beaux-Arts. Discours improvisé aux funérailles de M. Cartellier. Par M. Emeric-David, Membre de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, le 14 juin 1831. Didot frères, in 4.°

Annonce des prix décernés par l'Académie Royale des Sciences de France pour l'année 1830. Didot, in 4.°

Programme des prix proposés par l'Académie Royale des Sciences dans sa Séance publique du lundi 27 juin 1831. Didot frères, in 4.°

Rapport fait à l'Académie Royale des Inscriptions et Belles-Lettres, dans sa Séance du 15 juillet 1831; par sa Commission des Antiquités de la France. Didot frères, in 4.°

Éloge funèbre prononcé par le Baron Charles Dupin, Membre l'Académie des Sciences et du Conseil de l'Amirauté, aux funérailles de M. le Baron Sané, Membre de l'Académie des Sciences, etc. Didot frères, in 4.°

Bonino

Biografia Medica Piemontese. Torino, Bianco, 1824, 1825, 2 vol. in 8.°

Direzione dell'Instituto di Corrisp. Archeologica di Roma

Regolamenti dello Instituto di Corrispondenza Archeologica. 1 foglio di stampa, in 8.°

Rapporto intorno i vasi Volcenti, diretto all'Instituto di Corrispondenza Archeologica da Edoardo Gerhard, Segretario dell'Instituto medesimo. Roma. Estratto dagli Annali dell'Instituto, 1831, 1 vol. in 8.°

Degli Ornamenti d'Architettura e delle loro Simmetrie, colle regole teorico-pratiche per ben profilare ogni genere di cornici. Opera di Carlo Randoni Architetto. Parma, Stamperia Blancha, 1813, in 4.° — *Cernusco*

Lettera del signor Professore Elice, sull'origine dell'Elettricità atmosferica. 4 pagine in 8.° — *Elice*

Osservazioni intorno ai Vocabolarj della lingua italiana, specialmente per quella parte che ragguarda alle definizioni delle cose concernenti alle Scienze Naturali, del Professore Giacinto Carena. Torino, presso Giuseppe Pomba, 1831, 1 vol. in 8.° — *Carena*

Analyse des travaux de l'Académie Royale des Sciences, pendant l'année 1830. Partie Physique. Par M. le Baron Cuvier, Secrétaire perpétuel. In 4.° — *Huzard*

Notes Biographiques pour faire suite à l'éloge de M. Fourier, prononcé par M. Cousin dans la Séance publique de l'Académie Française, le 5 mai 1831. Paris, Didot frères 1831, in 4.°

Philosophical Transactions of the Royal Society of London. For the year MDCCCXXX. Part II. London, Richard Taylor, MDCCCXXX, in 4.° — *R. Società di Londra*

Philosophical Transactions of the Royal Society of London. For the year MDCCCXXXI. Part I. London, MDCCCXXXI, in 4.°

Astronomical Observations Made at the Armagh Observatory by T. R. Robinson. D. D. Part II. Of vol. I. Published by order of the Governors of the observatory. London, Printed for priestley and weale. MDCCCXXX.

Proceedings of the Royal Society. 1830-1831. Num.i 1, 2, 3, 4, 5, in 8.°

Esercitazioni scientifiche e letterarie dell'Ateneo di Venezia. Tomo I. Venezia, Picotti Editore, 1827, 1 vol. in 4.° — *Ateneo di Venezia*

Storia del Re di Sardegna Carlo Emanuele il Grande, dedicata a S. M. Carlo Alberto Re di Sardegna. 2 vol. Tipografia Reale, 1831, in 4.° — *Segreteria Interni*

Elencus plantarum quae in Horto Ducali Botanico Parmensi anno MDCCCXXVI coluntur et quae exsiccatae pro mutua offeruntur — *G. Jan*

commutatione; a Georgio Jan in Ducali Universitate Botanicis Professore ac Horti Ducalis Praeses. Parmae, in fol., 1831.

Conspectus methodicus testaceorum in collectione mea extantium. An. 1830. Georgii Jan. In 4.°

Gence Nouvelles Considérations historiques et critiques sur l'Auteur et le livre de l'Imitation de J. C. ou précis et résumé des faits et des motifs qui ont déterminé la restitution de ce livre a Jean Gerson. Par J. B.-M. Gence. Paris, 1832, in 8.°

Amati Ricerche storico-critico-scientifiche sulle origini, scoperte, e perzionamenti fatti nelle Lettere, nelle Arti, e nelle Scienze, con alcuni tratti biografici degli Autori più distinti. Opera dell'Abate D. Giacinto Amati, Parroco di S. M. de' Servi e Conservatore della Biblioteca Ambrosiana di Milano. Milano, Pirotta, 1828-30, 5 vol. in 8.°

Ferrucci Excerpta e Lexico Epigraphico Morcelliano vocibus italicis in usum Tironum digesta, edente Michaële Ferruccio. Bononiae, 1830, in 4.°

Martini Della Colera Indica, per Lorenzo Martini. Torino, Fodratti, 1831, 1 vol. in 8.°

Segretèria Interni Rapporto della Regia Commissione Medica Piemontese sul *Cholera morbus*, scritto dai Dottori Berruti e Trompeo, membri di essa. Torino, Fodratti, 1832, in 8.°

Marin Éloge historique de M. le Général de Boigne. Hommage de la Chambre Royale d'Agriculture et de Commerce de Savoie, à la mémoire du Bienfaiteur de son Pays. Par L.-J. Marin. Lu à la Séance du 8 juillet 1830, et imprimé par ordre de la Chambre. Chambéry, Routin, in 8.°

Linussio Lettere scientifiche appartenenti alla corrispondenza del Dottore Luigi Linussio di Tolmezzo con varii illustri Dotti italiani e stranieri. Venezia, Alvisopoli, 1831, in 8.°

Ghiglini Di un avvelenamento prodotto da una varietà dell'Agaricus Myomyces. Memoria del Dottore Lorenzo Ghiglini. Genova, Gravier, 1832, in 8.°

Del Tremuoto avvenuto nella Città e Provincia di S. Remo l'anno 1831. Relazione dell'Intendente Alberto Nota, Cavaliere dell'Ordine Civile di Savoia, Accademico della Crusca, dell'Accademia Reale delle Scienze di Marsiglia, ec. ec. Pinerolo, 1832, Tipografia Ghighetti, in 8.°
Nota

Lettere due Archeologiche di D. Celestino Cavedoni. In 8.° Modena, 1830.
Gazzera

Iscrizioni pei funerali del Duca Gio. Francesco Melzi. Del Dottor Gioanni Labus. Milano, 1832, in 8.°
Labus

Leggi e provvedimenti di sanità per gli Stati di terra ferma di S. M. il Re di Sardegna. Torino, Stamperia Reale, in fol. 1831.
Segreteria dell'Interno

Storia metallica della Real Casa di Savoia. Torino, Stamperia Reale, 1828, in fol.
Gloria d'ordine di S. M.

L'Architettura antica descritta e dimostrata coi monumenti dall'Architetto Luigi Canina. Sezione III. Architettura Romana. Fascicolo III e IV. Roma, dai Tipi dell'Editore, 1831. In fol. grande.
Canina

La Georgica di P. Virgilio Marone tradotta in terza rima dal Marchese Luigi Biondi Romano. Torino, Chirio e Mina, 1832, 1 vol. in 4.°
Biondi

Notizie intorno alla origine ed al progresso dell'Arte Tipografica in Saluzzo, date dal Professore Costanzo Gazzera, Segretario della Reale Accademia delle Scienze di Torino. Saluzzo, 1831, Lobetti-Bodoni, in 8.°
Gazzera

Omaggio offerto alle MM. LL. il Re Carlo Alberto e la Regina Maria Teresa dall'Accademia Filarmonica di Torino, 1832, Fodratti, in 4.°
Felice Vicino

Quatrième notice sur les plantes rares cultivées dans le Jardin de Genève. Par M. De Candolle, Professeur et Directeur du Jardin Botanique (Lue à la Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève le 4 juin 1829). Genève, J. Barbezat et C.° Paris, 1831, in 4.°
De Candolle

I Compilatori Bibliothèque Homoeopathique; Journal publié à Genève par une Société de Médecins. Prospectus.

Rendu De l'influence des Gouvernemens monarchiques sur la culture des Lettres, des Sciences et des Arts. Par M. le Chanoine Rendu, Secrétaire adjoint de la Société Royale Académique de Savoie, etc. Anneci, Burdet, 1832, in 8.°

Botto Elementi di Fisica Sperimentale ad uso delle Regie Scuole di Filosofia. Di G. D. Botto, Professore di Fisica nella Regia Università di Torino. Appendice. In 8.°

Colla Elogio storico dell'Accademico Professore Giovanni Battista Balbis, scritto dall'Accademico Avvocato Collegiato Luigi Colla. Torino, 1832, Stamperia Reale, in 4.°

Biondi Atti della Reale Accademia delle Belle Arti per l'anno 1831, 1832. Discorso del Marchese Biondi, letto nell'occasione dell'apertura dell'anno accademico. Torino, 1832, in fol.

Accademia di Lisbona Historia e Memorias da R. Academia das Sciencias de Lisboa. Tom. X. Parte II. 1830, e Tom. XI. Parte I. 1831. Lisboa, na Typografia da mesma Academia. Vol. 2, in 4.°

Flora Cochinchinensis sistens plantas in regno Cochinchina nascentes, quibus accedunt aliae observatae Sinensi Imperio, Africa Orientali, Indiaeque locis variis etc. (labore et studio Joannis de Loureiro). Regiae Scientiarum Academiae Ulyssiponensis Socii: jussu Acad. R. Scient. in lucem edita Ulyssiponae, anno 1790, 2 vol. in 4.°

Dissertaçones chronologicas e criticas sobre a historia e jurisprudencia Ecclesiastica e Civil de Portugal, publicadas por ordem da Academia R. das Sciencias de Lisboa, pelo seu Socio Joao Pedro Riberio. Lisboa, na Typografia da mesma Academia. Anno 1810 - 1829. Tomi 4 in 6 vol., in 4.°

Principios de musica ou exposiçao methodica das doutrinas da sua composiçao e execuçao. Auctor Rodrigo Ferreira Da Costa: Cavalleiro da Ordem de Christo, Bacharel Formado nas Faculdades de Leis e Mathematica, e Socio da Academia Real das Sciencias. Lisboa, na Typografia da mesma Academia, 1820 - 24. 2 vol. in 4.°

Flora pharmaceutica e alimentar Portugueza, ou Tractado daquelles vegetaes indigenas de Portugal e outros nelle cultivados; Cujos productos sao usados, ou susceptiveis de se usar como remedios e alimentos, distribuidos segundo o systema Linneano em Classes, Ordens, Generos, e Especies com os seu caracteres genericos, e especificos. Offerecida A. Academia Real das Sciencias de Lisboa. Por Jeronymo Joaquim de Figueiredo, Cavalleiro da Ordem de Christo, e Lente de materia Medica, e Pharmacia na Universidade de Coimbra. Lisboa, na Typografia da Academia R. das Sciencias, 1825, 1 vol. in 4.°

Diario da Viagem que em visita, e correiçao das povoaçoes da Capitania de S. Joze do Rio Negro fez o ouvidor, e Intendente Geral da mesma Francisco Xavier Ribeiro de Sampaio. No anno de 1774 e 1775. Lisboa, 1825, in 4.°

Noticia dos manuscriptos pertencentes ao direito publico externo diplomatico de Portugal e a historia e litteratura do mesmo paiz, examinados e colligidos pelo segundo Visconde de Santarem. Lisboa, 1827, in 4.°

Ensaio economico sobre o commercio de Portugal e suas Colonias publicado de ordem da Academia Real das Sciencias, pelo seu Socio D. José Joaquim da Cunha de Azaredo Coutinho. Terceira ediçao. Lisboa, 1828, in 4.°

Historia dos Soberanos Mohametanos das primeiras quatro dynastias e de parte da quinta quæ reinarao na Mauritania, escripta em Arabe por Abu-mohamed Assaleh, traduzida e anotada por Fr. Jozé de Santo Antonio Moura, ec. Lisboa, 1828, in 4.°

Vestigios da Lingoa Arabica em Portugal, composto por ordem da Academia Real das Sciencias de Lisboa por Fr. Joao de Sousa, e augmentado e annotado por Fr. Jozé de Santo Antonio Moura. Lisboa, 1730, in 4.°

Paschalis Josephi Mellii Freirii, Acad. Reg. Scient. Olisip. Socii, in Regio Ordinum Militarium Collegio Collegae, et publici apud Conimbricensem Academiam Juris Patrii Professoris. Ord. Institu-

tionum Juris Civilis Lusitani cum publici tum privati. Jussu Acad. Reg. Scientiarum in lucem editus. 4 vol. in 4.°

Liber I. De Jure publico. Editio quarta.

Liber II. De Jure privato. Editio tertia.

Liber III. De Jure rerum. Editio tertia.

Liber IV. De Obligationibus et Actionibus. Editio tertia.

Olisipone, ex Typographia ejusdem Academiae, 1800-10. 4 vol. 4.°

Paschalis Josephi Mellii Freirii, Acad. Reg. Scient. Olisip. Socii, in Regio Equestrium Ordinum Collegio Collegae, et publici apud Conimbricensem Academiam Juris Patrii Professoris emeriti Ord. Institutionum Juris Criminalis Lusitani jussu Acad. Reg. Scientiarum in lucem editus; Liber singularis. Editio tertia. Olisipone, ex Typographia ejusdem Academiae, anno CIↃ. IↃCCC. X. 1 vol. in 4.°

Paschalis Josephi Mellii Freirii, Acad. Regiae Scient. Olisip. Socii, etc. Ord. Historiae. Juris Civilis Lusitani. Liber singularis. Jussu Acad. Regiae Scient. in lucem editus. Accedunt de Jure-Consultis Lusitanis, et recta Patrii Juris interpretandi ratione. Capita duo. Editio quarta. Secundum exemplar editum ann. CIↃ. IↃCC. LXXXVIII, sed emendatior. Olisipone, ex Typographia ejusdem Academiae anno CIↃ. IↃCCC. VI. 1 vol. in 4.°

Dominici Vandelli Academiae Regalis Scientiarum Olisiponensis Socii etc. Viridarium Grisley Lusitanicum Linnaeanis nominibus illustratum jussu Academiae in lucem editum. Olisipone, ex Typogr. Reg. Acad. Scientiarum Olisiponensis 1789, in 16.

Savi Paolo Ricerche fisiche e chimiche sulla Chara o Putéra, onde conoscere se questa pianta possa aver parte nell'origine della cattiv'aria. Pisa, Nistri, 1831, in 8.°

Stéer Quaedam de Cholera generatim, et speciatim de Cholera Asiatico-Europaea contagiosa praelectiones habitae coram discipulis a Martino Francisco Stéer, Doctore Med. et Chir. Professore P. O. Path. et Mat. Med. etc. Membro facultatis Medicae Patavinae, Musaei Pathologiae et Pharmacologiae Directore, inclyti Com. Barsiensis tabulae jud. Assessore. Patavii, ex Officina Valentini Crescini, 1831, in 8.°

Lettera del Dottore G. Montesanto al Dottore Stéer sulla quistione: Se si possa con vantaggio applicare direttamente il metodo endermico alla terapia del Cholera (Art. estratto dalla Gazzetta Privilegiata di Venezia, 29 settembre 1831, N.° 219).

Canina

Indicazione Topografica di Roma antica, dell'Architetto Luigi Canina. Roma, dai Tipi dello stesso Canina, 1831, 1 vol. in 4.°, con Carta Atlantica dell'antica Roma.

Muletti

Memorie storico-diplomatiche appartenenti alla Città ed ai Marchesi di Saluzzo, raccolte dall'Avvocato Delfino Muletti Saluzzese, e pubblicate con addizioni e note da Carlo Muletti. Tomo V. Saluzzo, Lobetti-Bodoni, 1831, in 8.° Fig.

Opuscoli concernenti alla Storia di Saluzzo, di Giovanni Giacomo de Fia, di Bernardino Orsello, e di Giovanni Lodovico Vivaldo. Saluzzo, 1831, Lobetti-Bodoni, in 8.°

Accademia di Pietroburgo

Programme du Prix de Mathématiques proposé par l'Académie Royale des Sciences de S. Pétersbourg dans sa séance publique du 29 décembre, 1831, in 8.°

Elice

Lettere del signor Professore Ferdinando Elice, indirizzate all'Architetto C. Luigi Foppiani. Estratte dal Giornale Ligustico, fascicolo IV, anno 1831, in 8.°

Bellani

Sui condotti delle acque dai tetti. Miglioramenti proposti da Angelo Bellani. Estratto dagli Annali Universali d'Agricoltura, ecc. Novembre e dicembre 1831, in 8.°

Della rugiada, della brina, e della temperatura dell'aria in vasi chiusi. Riflessioni di Angelo Bellani. Estratto dagli Annali Universali d'Agricoltura, ecc. Novembre e dicembre 1831, in 8.°

Dell'origine di alcune fontane. Riflessioni del signor Canonico Angelo Bellani, Membro di molte Accademie, e Società di Scienze, Lettere ed Arti. In 4.°

La Corona Ferrea del Regno d'Italia, considerata I. Come Monumento d'arte. II. Come Monumento Storico. III. Come Monumento Sacro. Memoria apologetica di Angelo Bellani, Canonico nella Regia Insigne Basilica di Monza, letta all'I. R. Istituto di Scienze, Lettere ed

Arti in Milano, e dedicata a S. A. I. il Serenissimo Principe Rainieri, Arciduca d'Austria, e Vice-Re del Regno Lombardo-Veneto, ecc. ecc. Milano, Sertori, 1819, 1 vol. in 4.°

Articolo sulla Corona Ferrea. Estratto dal Giornale dell'Italiana Letteratura. Padova, settembre e ottobre 1819, con Note critiche. Venezia, 1821, Picotti, in 4.°

Società Agraria

Calendario Georgico della Reale Società Agraria di Torino per l'anno bisestile 1832. Torino, Chirio e Mina, in 8.°

R. Segreteria di Stato (Interni)

Istruzione popolare sui principali mezzi da impiegarsi per guarentirsi dal *Cholera-Morbus*, e sulle regole da seguirsi allorchè questo morbo si manifesta. Torino, Stamperia Reale, 1832, in 8.°

Orti

Intorno ai confini del Territorio Veronese e Trentino. Dissertazione di G. Orti, Nobile Veronese. Verona, 1830, Tipografia del Gabinetto Letteratura, in 8.°

Quaglia

Manuale dell'Artificiere del Corpo Reale d'Artiglieria di S. M. il Re di Sardegna, del Cavaliere D. Z. Quaglia, Tenente Colonnello d'Artiglieria, Direttore del Regio Laboratorio, e Membro della Società Agraria di Torino. Torino, Fodratti, 1830-32, 2 vol. in 8.°

Malacarne

Manuale della Storia Naturale di Giovanni Federico Blumenbach recato in Italiano sull'11 edizione dal Dottor Malacarne, coll'aggiunta d'importanti note, e corredato di molte emende ed ampliazioni comunicate dall'Autore e dal Professore Hausman. Milano, Fontana, 1826-30, 6 vol. in 8.°

Accademia di Padova

Nuovi Saggi dell'I. R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova. Vol. 3. Padova, Minerva, 1831, in 4.°

Stéer

Cenni intorno alla natura del morbo che infierì nell'Ungheria nell'anno 1831 sotto il nome di Colera Asiatico, del Professore Martino Francesco Stéer. Padova, Seminario, 1832, in 8.°

Amati

Succinte memorie intorno le sedici antiche colonne presso S. Lorenzo, esposte dal Professore Architetto Carlo Amati nella circostanza della ricostruzione e riordinamento del corso di Porta Ticinese; coll'ordine progressivo delle scoperte che possono servire di seguito all'illustrazione dal medesimo pubblicata nell'anno 1821. Milano, Pirola, 1831, in fol. grande.

Sull'educazione della prima Infanzia della classe indigente; brevi cenni dedicati alle persone caritatevoli. Torino, Chirio e Mina, 1832, in 8.° — *Falletti di Barolo*

Nouvelles Recherches sur la Nature et le Traitement du Choléra Asiatique; par le Docteur A. Matthey. Genève, 1832, in 8.° — *Matthey*

Traitement du Choléra-morbus par le gaz oxigène. Par J. Coster, Docteur en Médecine, Membre de la Commission de Salubrité du quartier du Louvre. Paris, Sétier, 1832, in 8.° — *Coster*

Comento sopra una Greca Iscrizione mutila trovata a Scandriglia, di Bernardo Quaranta, Professore di Archeologia, e Letteratura Greca nella Regia Università di Napoli, Regio Poliglotto, interprete dei Papiri Ercolanesi, Socio della Reale Accademia Borbonica, ecc. Napoli, 1826, Stamperia Reale, in 4.° — *Quaranta*

Saggio intorno ai Sinonomi della Lingua Italiana; di Giuseppe Grassi, Torinese. Undecima edizione, coll'aggiunta di nuovi articoli. Torino, Marietti, 1832, in 8.° — *Peyron*

Operette varie di Giuseppe Grassi, Torinese. Torino, Marietti, 1832, in 8.°

Notizie compendiate elementari intorno al Calendario sia Civile, sia Ecclesiastico, del Professore Giacinto Carena, Membro delle due classi della Reale Accademia delle Scienze, Segretario di quella di Scienze fisiche e matematiche, della Reale Società Agraria, ecc., Cavaliere e Consigliere dell'Ordine Civile di Savoia. Seconda edizione riveduta ed ampliata dall'Autore. Torino, 1832, Stamperia Reale, in 4.° — *Carena*

Bibliothèque Homoeopatique, publiée à Genève par une Société de Médecins. Tome premier. Paris, 1832, Baillière, in 8.° — *I Compilatori*

Beitrage zur anatomie, zootomie und physiologie von Arnold Adolf Berthold der medezin, chirurgie Doctor, lehrendem physiologen, zootomen und arzte an der Georg-August's Universitat, ec. Gottingen, 1831, in 8.° — *Berthold*

ΜΑΡΚΟΥ ΑΝΤΩΝΙΝΟΥ ΑΥΤΟΚΡΑΤΟΡΟΣ ΤΩΝ ΕΙΣ ΕΑΥΤΟΝ. ΒΙΒΙΑ ΙΒ' ΠΕΡΣΙΣΤΙ ΜΕΘΕΡΜΗΝΕΥΣΑΝΤΟΣ ΙΩΣΗΦ ΑΜΝΕΡ. ΕΝ ΒΙΕΝΝΗΙ ΤΗΣ ΑΥΣΤΡΙΑΣ. 1831, in 8.°

Somis In funere Caesaris Joanninii Cebae Comitis Sancti Michaelis Inscriptiones J. B. Somis. Taur. Fontana, 1832, in fol.

In ingressione solemni ad Sedem Episcopalem Segusinam Ill. ac Rev. Petri Antonii Cirio VI. Kal. Junias 1832. Inscriptiones J. B. Somis. Taur. Fontana, in fol.

Pugno Petro Antonio Cirio Praesuli Segusino Sedem Episcopalem adeunti Poësis Josephi Pugno Praesbyteri Segusi. In 4.°, 1832.

Baille Iscrizioni del Cavaliere Lodovico Baille pei solenni funerali di S. M. Maria Teresa d'Austria celebrati in Cagliari. Cagliari, 1831, in fol.

Interni Orazione detta nella Metropolitana di Torino per le esequie di S. M. la Regina Vedova Maria Teresa da Monsignor G. B. Accusani, Vescovo di Vigevano. Torino, Stamperia Reale, 1832, in fol.

Vay Nuovo Saggio sulla Pellagra, di A. Vay, Dottore in Medicina e Chirurgia. Torino, 1832, Eredi Bianco, in 8.°

Cacciatore De redigendis ad unicam seriem comparabilem meteorologicis ubique factis observationibus conventio proposita et tabulae supputatae ab Equite Nicolao Cacciatore, Regii Observatorii Panormitani Directore, in Studiorum Universitate antecessore, Topographici militaris Officii Astronomiae et Geodesiae Regio Professore, facultatum exercitus et legalis rei medicae Regio mathesis examinatore, Societatis Astronomicae Londinensis Sodale, etc. Panormi, 1832, Solli, in 4.°

Accademia delle Scienze di Palermo Statuti dell'Accademia delle Scienze e Belle Lettere di Palermo. Palermo, 1832, Stamperia Reale, in 8.°

Cacciatore Osservazioni sulla Cometa apparsa in gennaio 1831, dirette al signor N. N. Professore di . . . . . nella Regia Università di Palermo da Innocenzo Cacciatore, Assistente Piazzi nel Real Osservatorio di Palermo. Palermo, 1831, presso la Tipografia del Giornale letterario, in 8.°

Martina Osservazioni della Cometa apparsa in aprile 1830, fatte nel Real Osservatorio di Palermo da Luigi Martina, primo Assistente.

Recherches sur le Mécanisme de la voix humaine, ouvrage qui a obtenu un prix à la Société des Sciences physiques et chimiques de Paris; par F. Bennati. Paris, Baillière, 1832, 1 vol. in 8.° *Bennati*

Osservazioni sulle abitudini e sulla larva dell'*Apalus bimaculatus*, del Dottor Giuseppe Genè, della Facoltà Filosofica di Pavia, ecc. ecc. Memoria inserita nel bimestre II. dell'anno 1831 degli Annali delle Scienze del Regno Lombardo Veneto. Padova, Tipografia del Seminario, 1831, in 4.° *Genè*

Memoria per servire alla Storia naturale di una specie di Cecidomia che vive sugli iperici; del Professore Giuseppe Genè, Torino, 1832, in 4.°

Osservazioni sopra gli articoli Olivo ed Olio del nuovo Dizionario ragionato ed universale di Agricoltura; del Socio e Segretario Francesco Baldassini; in 8.° *Baldassini*

Considerazioni sul modo con cui si suppone, che i Molluschi Litofagi perforino le rocce, di Francesco Baldassini. Bologna, 1830, Marsigli, in 8.°

Prolusione alla prima adunanza dell'Accademia Agraria in Pesaro, letta la sera dei 30 gennaio 1829, da Francesco Baldassini Segretario. Pesaro, Nobili, 1829, in 8.°

Sull'anteriorità di Antonio Felice Marsigli sopra Reaumur nella teoria della formazione e dell'accrescimento delle conchiglie. Nota del Marchese Francesco Baldassini, Segretario dell'Accademia Agraria di Pesaro; in 4.°

Remarques explicatives sur les trente-trois sections de la carte du Rhin et de ses ramifications jusque dans la mer et jusque dans la Suder-See. Remarques hydrotechniques sur la bonification du Waterstaat de la Hollande. Munich, 1832, par M. le Chevalier Wiebeking, in 4.° *Wiebeking*

Architecture-civile, théorique et pratique, enrichie d'une histoire descriptive et analytique des édifices anciens et modernes les plus remarquables. Par le Chevalier Wiebeking. Prospectus. In 4.°

Cartes hydrographiques et topographiques de la plus grande partie

navigable du Rhin et de toutes les ramifications de ce fleuve jusque dans la mer et jusque dans la Suder-See, ainsi que de la Meuse en aval de Boxmeer. Par le Chevalier Wiebeking. Prospectus. In 4.°

R. Società di Londra

Philosophical transactions of the Royal Society of London. For the year MDCCCXXXI. Part II. London, Richard Taylor, 1831, in 4.° grande.

Tod

Annals and Antiquities of Rajast-han, or the Central and Western Rajpoot States of India. 67 Lieutenant-Colonel James Tod Late political agent to the Rajpoot States. Vol. 2. London, Elder, 1832, in 4.° grand. fig.

Stoffella

Illustrazione del Monumento eretto dalla Città di Trento al suo Patrono Caio Valerio Mariano, opera postuma dell'Ab. Girolamo Tartarotti Roveretano, supplita nella parte mancante dall'Ab. Bart. Gius. Stoffella Dalla Croce. Rovereto, Marchesani, 1824, in 4.° gr.

Discorso sopra un'Iscrizione Trentina del tempo degli Antonini, pubblicato dal Conte Benedetto Giovanelli, Podestà di Trento, nel trasporto di quella dal Castello al Palazzo municipale. Trento, 1824, Monauni, in 8.°

Saggio di Bart. Gius. Stoffella Dalla Croce sopra i confini del Territorio Veronese e Trentino a' tempi Romani. Milano, 1826, Bonfanti, in 8.°

Esame di alcuni scritti archeologici del signor C. Benedetto Giovanelli. Fascicolo primo. Cento Osservazioni al Discorso sopra l'Iscrizione Trentina. Verona, 1827, Bisesti, in 8.°

G. Orti

Lettera II. del Nobile signore Girolamo Asquini al chiarissimo signor Abate D. Lodovico Dalla Torre, nella quale si descrive un ponte mirabile formato dalla natura, e due grotte curiosissime, il tutto nel territorio della Provincia di Verona, con alcune osservazioni relative intorno alla Divina Commedia di Dante Alighieri. Verona, 1829, Bisesti, in 4.°

Fea

Delle lodi di Romolo e Roma secondo l'idea di una nuova Storia Romana; discorso dell'Avvocato D. Carlo Fea, recitato nell'Accademia dei Sabini 21 aprile 1832. Roma, in 8.°

Il Natale di Roma. Cantata del Cavaliere Giambatista Rasi, Console Generale di S. M. Sarda, ecc. Roma, 1832, in 8.° *Rasi*

Abhandlungen der Koniglichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aus dem Jahre 1828. Nebst der Geschichte der Akademie in diesem Zeitraum. Berlin. Gedruckt in der Druckerei der Koniglichen Akademie der Wissenschaften. 1831, 1 vol. in 4.° *Accademia R. delle Scienze di Berlino*

Abhandlungen der Koniglichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aus dem Jahre 1829. Nebst der Geschichte der Akademie in diesem Zeitraum. Berlin. Gedruckt in der Druckerei der Koniglichen Akademie der Wissenschaften. 1832, 1 vol. in 4.°

Untersuchung über die gegenseitigen Storungen des Jupiters und Saturns. Von P. A. Hansen, Professeur und Director der Ernestinischen Sternsvarte Seeberg. Eine von der Koniglichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin am 8 juli 1830 gekronte Preisschrift. Berlin. Gedruckt in der Akademischen Druckerei 1831. 1 vol. in 4.°

Storia della Città e della Diocesi di Como, esposta in dieci libri dal Professore Cantù. Como, presso i Figli di Carlantonio Ostinelli, 1829-31, 2 vol. in 8.°, con due carte geografiche. *Cantù*

Comparaison de différentes méthodes tachygraphiques et sténographiques, etc. Par M. Jomard. Paris, 1831, in 8.° *Jomard*

Quelques remarques sur les nouvelles découvertes des frères Lander dans l'Afrique équatoriale, etc. P. M. Jomard. Paris, 1831, in 8.°

Rapport sur la Collection ethnographique de M. Lamaré-Picquot, etc. Par M. Jomard. Paris, 1831, in 8.°

Storia di un uomo stato morsicato da un gatto rabbioso, nel quale si erano manifestati i sintomi precursori della rabbia, guarito colla cauterizzazione delle pustule sublinguali, del Dottore in Chirurgia Tommaso Ferrari, Chirurgo Maggiore del presidio della Cittadella e de' Forti di Alessandria, Chirurgo dell'Opera pia Pomesana, ecc. Alessandria, 1832, Capriolo, in 8.° *Rossi*

Memoria sul Cholera-morbus di Parigi, dei Dottori Trompeo e De-Rolandis, Medici Consultori della R. Commissione Sanitaria di Torino (Estr. dal Rep. Medico Ch. del Piemonte N.° 30 pubbli- *Trompeo*

cato dal D. De-Rolandis). Torino, Mancio, Speirani e Comp , 1832, in 8.°

Istituto di Francia

Notices et extraits des Manuscrits de la Bibliothèque du Roi et autres Bibliothèques; publiés par l'Institut Royal de France, faisant suite aux notices et extraits lus au Comité établi dans l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres. Tome douzième. Paris, Imprimerie Royale, 1831, 1 vol. in 4.°

Annuaire pour l'an 1832 présenté au Roi par le Bureau des Longitudes. Paris, Bachelier père et fils, 1831, 1 vol. in 12.

Annuaire de l'Institut Royal de France pour 1832.

Bonafous

Discours de M. le Baron de Walckenaer, Président de l'Académie, prononcé aux funérailles de M. Champollion le Jeune le 6 mars 1832, in 4.°

Extrait du rapport sur le Concours, pour des Mémoires et des Observations de Vétérinaire pratique. M.me Huzard, 1831, in 8.°

Datta

Storia de' Principi di Savoia del ramo d'Acaia, Signori del Piemonte, dal MCCXCIV al MCCCCXVIII, premiata dalla R. Accademia delle Scienze di Torino. Torino, Stamperia Reale, 1832, 2 vol. in 8.°

De Candolle

Mémoire sur la famille des Anonacées, et en particulier sur les espèces du Pays des Birmans, par M. Alphonse De Candolle. Genève, A. L. Vignier 1832, in 4.°

Essai sur la théorie des assolemens, par M. A. P. De Candolle, Professeur d'Histoire naturelle. Genève, Vignier, 1832, in 8.°

Alasia

Ragionamento sopra cinque oggetti meccanici inventati da Carlo Alasia di Torino, e presentati alla pubblica esposizione dell'anno 1832. Torino, Favale, in 8.°

R. Segreteria (Interni)

Verificazione della necessità, utilità e facilità di ripristinare l'antico Porto Neroniano di Anzio, e Dimostrazione del metodo e delle spese occorrenti per eseguirlo; di Giovanni Battista Rasi, Console generale di S. M. Sarda negli Stati della S. Sede, con num. 3 piante, e annotazioni; e con l'analisi delle Memorie del Cavaliere Carlo Fontana, del Mareschal, e del Boscovich su tal questione. Roma, 1825, Lino Contedini, in 8.°

Sul Porto Romano di Ostia e di Fiumicino; Osservazioni istoriche di Giovanni Battista Rasi, ecc., con una Pianta del corso del Tevere da Roma a Fiumicino. Roma, 1826, 8.°

Appendice e conferma ai due Opuscoli intitolati, l'uno: Dimostrazione; e l'altro, Verificazione della necessità, utilità, e facilità di ripristinare l'antico Porto Neroniano d'Anzio; di Giovanni Battista Rasi, ecc. Con una Pianta. Roma, 1826, in 8.°

Conferma all'Appendice ai due Opuscoli intitolati, l'uno: Dimostrazione; e l'altro, Verificazionc della necessità di ripristinare l'antico Porto Neroniano d'Anzio, e di distruggere il moderno Innocenziano. Di Giovanni Battista Rasi Console generale ecc. Con numero tre Piante del Porto e dei fondaci nel suo interno, e nel paraggio all'esterno. Roma, 1826, Contedini, in 8.°

Sul Tevere e sua navigazione da Fiumicino a Roma, di Giovanni Battista Rasi. Roma, 1827, Salvioni, 1 vol. in 8.°

Elice

Lettere del signor Professore Elice, indirizzate all' Architetto C. Luigi Foppiani, in 8.° (Estratto dal nuovo Giornale Ligustico, fascicolo V, anno 1831).

Rapport sur l'Instruction publique de Genève, lû à la Cérémonie des Promotions le 18 juin 1832; par M. De Candolle, Recteur. Genève, Cherbuliez, 1832, in 8.°

Rovida

Elogio di Ermenegildo Pini, già C. R. B. Cavaliere della Corona Ferrea, Professore di Storia Naturale e di Chimica, Membro del Consiglio delle Miniere, ed Ispettore generale della pubblica Istruzione del cessato Regno d'Italia, ecc. Scritto da Cesare Rovida, già C. R. B. Cavaliere professo della Sacra Religione de' Ss. Maurizio e Lazzaro di Savoja, I. R. Professore di Matematica nel Liceo di Milano in Porta Nuova ecc. ec. Milano, Trutti e Comp., 1832, in 8.°

Coraboeuf

Mémoire sur les opérations Géodésiques des Pyrénées, et la comparaison du niveau des deux mers; par M. Coraboeuf, Lieutenant-Colonel au Corps des Ingénieurs. Paris, Imprimerie Royale, 1831, in 4.°

Gibelli Dell'Economia del frutto dell'olivo e suo prodotto, di Giuseppe Gibelli, Meccanista. Torino, 1832, Pomba, in 8.°

Fuoco Introduzione allo studio della economia industriale, o principj di economia civile applicati all'uso delle forze; del signor Francesco Fuoco. Napoli, 1829, Trani, in 8.°

Bertini Prospetto Clinico del venerando Spedale Maggiore della Sacra Religione ed Ordine Militare de' Ss. Maurizio e Lazzaro, dal 1824 al 1831, per B. Bertini, Medico ordinario in detto Spedale. Torino, Fodratti, 1832, in 8.°

Vegezzi Note filologiche sovra VII vocaboli dinotanti ufficio o dignità di persona nell'Asia, che leggonsi nell'Orlando Furioso, scritte da Giovenale Vegezzi. Torino, 1832, Pomba, in 8.°

Sclopis Documenti ragguardanti alla Storia della vita di Tommaso Francesco di Savoia, Principe di Carignano, raccolti ed illustrati dal Conte Federico Sclopis. Torino, 1832, Pomba, in 8.°

Arri Di un volgarizzamento della Quarta Deca di T. Livio, giudicato di Giovanni Boccaccio dal Teologo Gianantonio Arri, Assistente alla Biblioteca della R. Università. Torino, 1832, Pomba, in 8.°

Montesanto Storia ragionata di Paraplegia antica con fenomeni straordinarii in persona vivente. Letta all'Accademia di Padova nelle sedute 17 giugno 1828, e 19 aprile 1831 da Giuseppe Montesanto Socio attivo. Milano, Società degli Annali Universali delle Scienze e dell' Industria, 1831, in 8.°

C. Provana Iscrizione funebre posta sulla tomba del Cavaliere Matteo Agnesi di Degeneys nel cimitero di Dora. fol.°

Società di Ginevra Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève. Tome cinquième. Genève, 1832, Vignier, 1 vol. in 4.°

Pezzana Catalogo dei donativi fatti alla Ducale Biblioteca Parmense, dal principio dell'anno 1804 al 1831. Parma, 1831. Ducale Tipografia, in 8.°

d'Hombres (Firmas) Nivellement barométrique des Cevennes; par M. le B. d'Hombres (Firmas), Chevalier de la Légion d'Honneur, Docteur ès-Sciences, Membre de plusieurs Sociétés Savantes. Nimes, Durand-belle, 1832, in 8.°

Opera di Chimica per i liquidi in generale. Ricette composte e garantite dall'autore signor Conte di Gazzera, Professore di Chimica. Genova, Gravier, 1832, in 8.° *C. di Gazzera*

Epidemia vaiuolosa del 1829 in Torino, con Cenni relativi al suo primo apparire in qualche Provincia littorale nel 1828, ed alla diffusione dalla Capitale a varie Provincie dell'intorno nel 1830. Aggiuntivi i lavori vaccinici e le osservazioni degli Operatori per T. D. Griva del Collegio Medico di Torino, Vice-Direttore Generale delle vaccinazioni. Torino, 1831, Fodratti, 1 vol. in 8.° *Griva*

Prospetto statistico-clinico-psichiatrico con classificazione dei ricoverati nel Manicomio, del Dottore Cipriano Bertolini, Medico primario del pio Istituto. Torino, 1832, Ghiringhello e Comp., 1 vol. in 8.° *Bertolini*

Elenco degli alberi fruttiferi, e altre piante vendibili dalla Dita Francesco Burdin maggiore e Comp., a Torino. Un fol. di stampa. *Burdin*

Notizia sull'azione chimica delle correnti magneto-elettriche di G. D. Botto, Professore di Fisica nella R. Università di Torino; in 8.° *Botto*

Cenni brevissimi sopra i boschi e le selve degli Stati di Terraferma di S. M. il Re di Sardegna. Edizione seconda. Torino, 1832, Stamperia Reale, in 8.° *Baldassarre Ferrero*

Cours syphilitiques, faits aux Écoles de Médecine à Paris en 1809 et années suivantes, ou Histoire des affections tant aigues que croniques dérivées d'une infection vénérienne, avec leurs symptomes et leur traitement; par M. Petit-Radel, Ancien Chirurgien Major etc. Paris, 1812, 2 vol. in 8.° *Petit-Radel*

Examen analytique et tableau comparatif des synchronismes de l'Histoire des tems héroïques de la Grèce; par L. C. F. Petit-Radel, Membre de l'Institut de France. Paris, 1827, 1 vol. in 4.°

Voyage historique, chorographique et philosophique dans les principales villes de l'Italie en 1811 et 1812; par M. Petit-Radel, Ancien Chirurgien Major du Roi, etc. Paris, 1815, 3 vol. in 8.°

Institutions de Médecine, ou Exposé sur la théorie et la pratique de cette science, d'après les Auteurs anciens et modernes, Ouvrage

didactique, concernant les connaissances générales nécessaires à ceux qui se destinent à exercer l'art de guérir; par P. H. Petit-Radel, Docteur Régent, et Professeur de la ci-devant Faculté de Médecine de Paris, etc. Paris, an IX, 2 vol. in 8.°

Essai sur le Lait, considéré médicinalement sous ses différens aspects, ou Histoire de ce qui a rapport à ce fluide chez les femmes, les enfans et les adultes, soit qu'on le regarde comme cause de maladie, comme aliment, ou comme médicament; par M. Petit-Radel, Docteur-Régent de la Faculté de Médecine de Paris, etc. Paris, 1786, 1 vol. in 8.°

Visite à la prison de Philadelphie, ou Énoncé exact de la sage administration qui a lieu dans les divers départemens de cette Maison, Ouvrage où l'on trouve: l'Histoire successive de la réformation des loix pénales de la Pensylvanie; avec des Observations sur l'impolitique et l'injustice des peines capitales; en forme de lettre à un Ami; par Robert J. Turnebull. Traduit de l'anglais, et augmenté d'un plan qui en offre les différentes parties; par le D. Petit-Radel, Professeur aux Écoles de Médecine de Paris. Paris, l'an VIII, in 8.°

Lettre de M. Edward Dodwell à M. Petit-Radel, Membre de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres (Extraite de l'Universel du 19 juin 1829). Paris, in 8.°

Champollion-Figeac

Nouvelles recherches sur la ville Gauloise D'Uxellodunum, assiégée et prise par J. César; rédigées d'après l'examen des lieux et des fouilles récentes, et accompagnées de plans topographiques et de planches d'antiquités; par M. Champollion-Figeac. Paris, 1820, 1 vol. in 4.°

Correspondance de M. de Bréquigny relative à ses recherches sur l'Histoire de France dans les Archives d'Angleterre, publiée d'après les pièces originales par M. Champollion-Figeac. Paris, 1831, in 8.° Due esemplari.

Dissertation sur l'Étymologie; par M. Champollion-Figeac. Paris, in 8.°

Discours prononcés à l'occasion de la Translation des Cendres

de Boileau-Despréaux, en l'Église paroissiale de Saint-Germain-des-Prés, par MM. les Présidens des deux Académies dont cet Auteur fut Membre. Le mercredi 14 juillet 1819 (Extrait du Moniteur). In 8.°

Notice sur le diurnal du Roi René II, manuscrit de la Bibliothèque du Roi, nouvelle acquisition; par M. Aimé Champollion fils, employé aux manuscrits de la même Bibliothèque. Paris, in 8.° Due esemplari.

Nécrologie. Champollion le jeune. In 8.°

Schlegel

Gràgas, seu Codex juris Islandorum qui nominatur Gràgas ex duobus manuscriptis Bibliothecae Regiae, nunc primum editus, praemissa commentatione historica et critica ab J. F. G. Schlegel conscripta. Havniae, 1829, 2 vol. in 4.°

Moreau de Jonnés

Rapport au Conseil supérieur de santé sur le Choléra-morbus pestilentiel par Alex. Moreau de Jonnés. Paris, 1831, Cosson, 1 vol. in 8.°

Demonville

Appel aux nations commerçantes. Question de Longitude sur mer, soumise aux Académies savantes de l'Europe; par Demonville. Paris, Demonville, 1832, in 8.°

Lascaris

Catalogo dei Prodotti dell'industria de' Regi Stati ammessi alla seconda triennale Esposizione dell'anno 1832, e degli oggetti di Belle Arti che ne accrescono l'ornamento. Torino, Chirio e Mina, 1832, in 8.°

Supplimento al Catalogo degli Oggetti d'industria e di Belle Arti, presentati dopo la Compilazione del Catalogo precedente.

Giudicio della R. Camera d'Agricoltura e di Commercio di Torino sui Prodotti dell'industria de' Regi Stati ammessi alla pubblica triennale Esposizione dell'anno 1832. Torino, Chirio e Mina, in 8.°

Vedute di Sardegna. Quattro litografie, rappresentanti le vedute di Porto Torres, Monastir, Codrongianus e di Monte Murado.

De Candolle

Discours prononcé à l'ouverture de la Session de la Société Helvétique des Sciences Naturelles, par M. A. P. De Candolle, Président de cette Société, le 26 juillet 1832, in 8.°

Società Filosofica Americana Transactions of the American Philosophical Society, held at Philadelphia. Vol. IV. New series. Part. I. Philadelphia, James Kay, jun. and C. 1831, in 4.°

Flays Description of a Fragment of the Flead of a New Fossil Animal, discovered in a Marl Pit, near Moorestown, New Jersey. By Isaac Flays. In 4.°

Godman Description of a New Genus and New Species of Extinct Mammiferons Quadruped. By John D. Godman, in 4.°

Instituto di Francia Programme de Souscription pour le monument à élever a George Cuvier dans le jardin des plantes. Paris, 1832, Firmin Didot frères.

Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de France. Tom. XI. Paris, Didot, 1832, in 4.° fig.

Histoire et Mémoires de l'Institut Royal de France, Académie des Inscriptions et Belles Lettres. Tom. IX. Paris, Imp. Royale, 1831.

Huzard Rapport sur un mémoire de M. le B. de Morogues de l'utilité des machines, de leurs inconvéniens et des moyens d'y remédier; in 4.° 1832.

Funérailles de M. le Baron Cuvier, discours de M. Jouy; in 4.°

Id. Discours de M. Geoffroy-Saint-Hilaire et Duméril.

Discours de MM. Silvestre de Sacy et E. Burnouf aux funérailles de M. S. Martin; in 4.°

Discours de M. Arago prononcé aux funérailles de M. Cuvier; in 4.°

Discours de MM. Serres et Silvestre de Sacy aux funérailles de M. le B. Portal; in 4.°

Discours de M. Hase prononcé aux funérailles de M. Thurot; in 4.°

Discours de M. Geoffroy-Saint-Hilaire aux funérailles de M. Sérullas; in 4.°

Discours de M. Chevreul aux funérailles de M. Sérullas; in 4.°

Discours de M. le B. Thénard aux funérailles de M. Chaptal; in 4.°

Id. de M. le B. Charles Dupin aux funérailles de M. Chaptal; in 4.°

Recueil de lectures faites à l'Académie Française pour la réception de M. Jay; in 4.°

Recueil de lectures faites dans la Séance publique annuelle du 9 août 1832, jour anniversaire de l'acceptation de la Charte; in 4.°

Programme de la Séance publique du 29 avril 1832, in 4.°

Extrait du rapport sur le Concours des Mémoires et des Observations de Vétérinaire pratique. Commissaires MM. Tessier, Huzard père et fils. Aug. Ivart. 1831.

Traitement du Choléra-morbus; par MM. Gaimard et Gerardin, Membres et Commissaires de l'Académie Royale de Médecine, envoyés en Russie par le Gouvernement Français pour étudier le Choléra. Paris, 1832, in 8.° — *Gaimard et Gerardin*

Statutes of the Royal Society. 1831, London, in 4.° — *Società R. di Londra*

Instruments and apparatus Belonging to the Royal Society. In 4.°

Portraits in possession of the Royal Society. In 4.°

Astronomie solaire simplifiée, fondée sur les observations tant anciennes que du moyen âge, et prouvant l'exclusion des variations séculaires théoriques introduites dans les calculs des lieux du soleil; par J. B. P. Marcoz. Paris, De Bure frères, 1832, 1 vol. in 8.° — *Marcoz*

An historical Review of the rise, progress, present state, and prospects, of the Silk culture, manufacture, and trade, in Europe etc. America. Philadelphia, Lydia R. Bailey, 1831, in 8.° — *Du Ponceau*

Opere periodiche donate alla R. Accademia delle Scienze dai loro Autori o Editori, dopo la pubblicazione del precedente Volume.

Repertorio di Agricoltura pratica e di Economia domestica, coll'aggiunto di un Bullettino Tecnologico; del Medico Rocco Ragazzoni, Professore di Fisico-Chimica nella R. Accademia Militare, Membro del Consiglio delle Miniere, ec. Torino, Fodratti, in 8.° Dal fascicolo XLII del 1831, sino al LIX del 1832. — *Il Compilatore*

Annales de la Société d'Horticulture de Paris et Journal spécial de l'état et des progrès du Jardinage. Paris, Mad.e Huzard, in 8.° Dal fascicolo 43 di marzo 1831, sino al 60 di agosto 1832. — *I Compilatori*

NOTIZIA STORICA

intorno ai lavori della Classe di Scienze fisiche e matematiche dal 1830 *a tutto il* 1831, *scritta dal Cav. Prof. Giacinto* Carena, *Segretario di essa Classe.*

Ripigliando la sposizione dei lavori intralasciata dopo la pubblicazione del Volume Accademico trentesimo quarto, noi non sapremmo, in questo trentesimo sesto, discostarci dalle stesse succinte forme sinora tenute, ed ampiamente nei precedenti Volumi dichiarate.

3 di gennajo 1830.

Freddo invernale maggiore fuori di città che non in sulla Specola meteorologica dell' Accademia.

Il Segretario, nel rassegnare alla Classe le tavole delle osservazioni meteorologiche fatte nella Specola accademica nel precedente mese di dicembre, presenta ad un tempo stesso una tavola di osservazioni termometriche fatte nello stesso mese dal signor Pietro Giusta, giardiniere capo dell'orto botanico della Regia Università alla Villa Reale del Valentino. Da questa tavola si scorge che la mattina del 26, quando al levar del sole il termometro sulla Specola indicava — 10°, 4 R., nell'orto suddetto il termometro segnò — 12°. Simile differenza ed anche maggiore era stata altre volte avvertita, e trovasi registrata nella Notizia Storica per l'anno 1826, Vol. XXXI.

Istruzione sulle trombe idrauliche, scale e macchine, per gli incendii, sul regolar servizio di esse, e sul modo di estinguere e di prevenire gli incendii: per uso degli operai Guardie del fuoco; di P. G. Lana.

Il Marchese Lascaris, deputato col Conte Provana, fece favorevole relazione intorno al predetto lavoro manoscritto, opera dell'Ingegnere Paolo Giacomo Lana, Capitano Comandante la Compagnia degli Operai Guardie del fuoco.

Quest'opera è divisa in tre parti: la prima concerne puramente alla parte meccanica degli ordigni e stromenti; la seconda tratta dell'uso di essi, e del servizio delle Guardie del fuoco; la terza accenna le varie specie d'incendii, e i modi di impedirli o di estinguerli.

Candele di Spermaceti e di Stearina.

Il Segretario legge il parere disteso dal condeputato Cavaliere Avogadro, intorno a certe candele presentate dal signor Lorenzo Loreti, le une diafane di Spermaceti, le altre opache di Stearina mista con alquanto di cera, e che il signor Loreti chiama *Candele economiche di composizione*. Opinarono i deputati, che le candele di Spermaceti, o *bianco di balena*, siano da tenersi puramente come cosa di lusso, oltrecchè son fatte con materia esotica, a danno forse della maggiore produzione di una materia indigena, quale è la cera. Quanto alle candele chiamate *economiche di composizione*, dagli esperimenti fattine dai deputati non risultò che siano di uso veramente economico, cioè che esse, o per intrinseca bontà, o per basso prezzo, siano di molto preferibili alle buone candele ordinarie di sevo.

Tuttavia è da dirsi che il signer Loreti, da quanto pare, fu il primo a fare in grande, nei Regii Stati, l'utile separazione della Stearina e dell'Elaina dal sevo; epperciò la Classe, approvando le conclusioni dei deputati, giudicò degna di qualche ricompensa l'in-

presa del signor Loretti, onde incoraggiarlo all'acquisto delle macchine di energica compressione, quali si richiedono per l'economica separazione dei due materiali suddetti dal sevo.

Saggio Geognostico sulle due valli, della Stura e di Vinadio.

Il Professore Vittorio Michelotti, collega nella deputazione col Cavaliere Avogadro, fece relazione intorno all'*Essai Géognostique dans les deux vallées voisines, de Stura et de Vinay* del signor Angelo Sismonda allora Assistente, ora Professore Sostituito nella Scuola Mineralogica. Di questa Memoria noi non riferiamo qui se non il solo titolo, giacchè essa trovasi stampata in questo stesso volume.

Il Cavaliere Alberto della Marmora legge una parte di un suo lavoro, intitolato: *Osservazioni Geognostiche sopra alcune rocce raccolte in varie Province d'Italia, e nelle Isole di Corsica e di Sicilia.*

24 di gennajo.

Ricerche Chimiche sopra la china.

In quest'adunanza fu letta dal Segretario una memoria del corrispondente, signor Pietro Peretti, Piemontese, Professore di Farmacia nell'Archiginnasio Romano, intitolata: *Nuove Ricerche chimiche sopra la china,* intorno alla quale Memoria dagli Accademici Cavaliere Avogadro, e Professore Vittorio Michelotti, questi relatore, era stato fatto in precedente adunanza favorevole rapporto, seguito da deliberazione della Classe che del lavoro anzidetto s'abbia a dare in questa parte storica un compendio.

Il Professore Peretti prende le mosse dagli ultimi lavori dei

signori Henry e Plisson, riferiti nel Giornale di Farmacia, di Parigi, pei mesi di giugno e di agosto del 1827.

Cotesti Chimici asseriscono che i *principii* attivi del cortice peruviano, la chinina e la cinconina, oltre che vi si trovano in combinazione coll'acido chinico, in istato di sopra-chinati, sono di più combinati col *rosso-cinconico* (Tannino); e ciò essi tentano di dimostrare da che la decozione di china col raffreddamento si fa torbida, e lascia un precipitato di color rosso di mattone, il qual precipitato, secondo essi, è un composto del rosso cinconico coi principii attivi predetti. Ora il Professore Peretti imprende a dimostrare che l'anzidetto composto altro non è se non il gallato di chinina e di cinconina, in mescolanza col tannino, e con la materia colorante gialla.

Se una decozione bollente e limpida di china, col raffreddarsi s'intorbida, ciò succede, secondo l'Autore, perchè la decozione contiene il gallato di chinina e di cinconina, anzi il sopra-gallato e il sopra-chinato di queste basi; ora i gallati essendo, come è noto, poco solubili a freddo, di necessità debbono depositarsi col raffreddamento, a vece che i chinati, che sono solubilissimi, rimangonsi disciolti. Il rosso cinconico, e la materia colorante gialla son tenuti in soluzione dall'acido gallico, e forse dall'acido chinico in eccesso: il gallato, precipitandosi, strascina seco un poco dei due principii anzidetti, anch'essi poco solubili a freddo, ed ecco come il precipitato che ne risulta è formato di gallato di chinina, e di cinconina, di rosso cinconico, e della sostanza colorante gialla.

L'Autore, procacciatasi una sufficiente quantità di questo precipitato, l'ha posto di nuovo nell'acqua bollente: la soluzione da prima limpida, s'intorbidò col raffreddarsi; cambiò alcun poco in rosso la carta tinta col girasole, ed aveva un sapore amaro astringente. Trattato col liquore di potassa cotesto precipitato, tutta la parte colorante gialla fu disciolta: filtrato il liquido (che era di un colore giallo-rosso cupo), la parte insolubile si mostrò essere un miscuglio amaro astringente di chinina, di cinconina e di tan-

nino. Nella decozione di china, dopo la separazione di questo precipitato, versando alcune gocce di liquore di potassa, che appena sia capace a saturare l'eccesso dell'acido sia gallico, sia chinico, si ottiene un nuovo precipitato di gallato di chinina e di cinconina, di tannino, e di sostanza colorante gialla; che se il liquore di potassa sia versato in eccesso, i chinati e i gallati vengono decomposti, e si avrà un precipitato, il quale sarà formato di chinina, di cinconina, di tannino e di calce, rimanendo nel liquido alcalino la sostanza gialla. La calce proviene dalla scomposizione del chinato di calce contenuto nella decozione.

Che la decozione di china, con la giunta di piccola dose di potassa, dia un precipitato, ciò era già stato asserito dai sopracitati signori Henry e Plisson; ma questi Chimici tenevano che il precipitato non fosse composto d'altro che di rosso cinconico e di chinina, giacchè non fanno essi parola del gallato di chinina trovatovi dal nostro Autore.

Questi conchiude adunque, che l'intorbidamento di una decozione di china che va raffreddandosi, è dovuto al gallato di chinina; e crede inoltre che nella corteccia della china, come in quella di molte altre piante, il tannino si trovi combinato coll'acido gallico; che questo è il suo vero solvente: tolto il quale mediante una base alcalina, il tannino si rende insolubile nell'acqua. L'autore corrobora questo suo ragionamento con la sposizione di quanto accade trattando con la potassa la decozione di galla, della corteccia della quercia, e di altre simili piante.

Il Professore Peretti nella sua Memoria riferisce quindi minutamente parecchie chimiche operazioni, dalle quali deduce che « Nella china esistono la chinina e la cinconina non solamente unite all' acido chinico in istato di sopra-chinati, ma ancora in combinazione coll'acido gallico, epperciò formanti i gallati degli anzidetti due principii. »

« Che l'acido gallico, e forse anche l'acido chinico, in eccesso

sono quelli che tengono in soluzione il rosso cinconico e la materia colorante gialla. »

« Che tolti questi acidi, mediante un ossido metallico, il tannino e la sostanza colorante gialla divengono insolubili nell'acqua, e precipitano. »

« Perciò sembra men giusto il dire che i principii attivi della china siano capaci di formare combinazioni chimiche col rosso cinconico o colla sostanza colorante gialla; ma abbia a dirsi che queste sostanze sono unite semplicemente allo stato di mescolanza. »

Il Professore Peretti riferisce altre chimiche indagini da lui fatte intorno a questo argomento, dal complesso delle quali risulta un nuovo e forse miglior metodo di ottenere il solfato di chinina senza l'intervento di acido estraneo; egli ha decomposto il sopra-chinato di chinina e di cinconina coll'idrato di potassa; ha separato la cinconina coll'alcool bollente, e trattando il residuo coll'acido solforico, e con pochissima quantità di carbone animale, ha ottenuto il solfato di chinina bianchissimo e cristallizzato.

Vettura meccanica mossa per forza d'uomo.

Il Cavaliere Bidone, deputato col Cavaliere Avogadro, fece rapporto intorno a certa *vettura meccanica* presentata dal signor Cesare Ponzio, Uffiziale Pagatore della Brigata Piemonte, la qual vettura vien messa in moto da un uomo che vi sta entro; questa vettura fu giudicata potersi adoperare con qualche vantaggio e con economia da persone indisposte, o valetudinarie o convalescenti.

7 di marzo 1830.

Mastice per sigilli.

Il Marchese Lascaris, condeputati i Professori Michelotti e Lavini, lesse il parere intorno a certi saggi di mastice presentati dal

signor SALUCE, Chimico-Farmacista, e Membro della Società Reale Accademica di Savoia, il quale, preso d'ammirazione per la bella conservazione di oltre sei secoli del sigillo apposto a una carta del Conte Tommaso di Savoia, cercò di analizzarne e imitarne la composizione, sulla fiducia che possa riuscir preferibile a quella della cera lacca, adoperata oggidì allo stesso uso nelle Cancellerie. I deputati opinarono, che quando cotesti varii mastici siano composti di parti più sottili, più aderenti fra di loro, e più liscie, e sian resi così più atti a ricevere e a ritenere solidamente le impronte, essi potranno servire a torre e conservare l'impronta di caratteri, di medaglie, di bassi-rilievi, e supplire al gesso, allo zolfo, e forse anche al bismuto, e alla lega di Darcet, a siffatti usi generalmente adoperati.

Nuovo torchio tipografico.

Il Tipografo-libraio Giuseppe Pomba, il quale nel precedente anno aveva ottenuto privilegio per l'introduzione e per l'uso di certo nuovo *Torchio Tipografico*, inventato dal signor MILLER, avendo riconosciuto che a cotesto torchio erano stati fatti di poi considerabili perfezionamenti, per cui il foglio viene a stamparsi bianca e volta, cioè dalle due parti, nel medesimo tempo, chiese a S. M. che l'ottenuto privilegio, anzi che al primo torchio semplice, venisse applicato a questo secondo, detto *doppio*, dai signori *Applegath e Cowper*, quale si trova figurato e descritto nel *Journal of Science* ecc., 1828, n.° V, pag. 183. I deputati, Conte PROVANA, Cavalieri BIDONE e AVOGADRO, questi relatore, opinarono che questa seconda domanda fosse da accogliersi favorevolmente, siccome quella che dal canto dell' utilità ha un fondamento ancora maggiore della prima.

Infatti dall'uso di cotesto meccanismo introdotto nell'officina tipografica del signor Pomba, son or due anni, cioè nel maggio del 1830, risulta che con questa macchina, mossa da due uomini, ser-

vita da due fanciulli, uno de' quali pone il foglio bianco, l'altro lo ritira stampato dalle due parti, e coll'assistenza di un abile lavorante che colloca le forme, regola il registro, e invigila sul generale andamento del lavoro, si stampano da dieci a dodici fogli in un minuto.

21 di marzo 1830.

Si fa lettura di una Memoria dell'Accademico Cavaliere Alberto della Marmora, intitolata: *Osservazioni Geologiche sopra alcuni terreni del Piemonte, e specialmente sopra i terreni terziarii, per servire alla ricerca delle acque sotterranee pel mezzo del trivellamento.*

Il Professore Lavini legge: *Mémoire sur deux nouveaux sels doubles, d'argent et de fer.* (Stampata in questo stesso Volume, pag. 11).

18 aprile 1830.

Pozzi trivellati.

In questa adunanza si legge una lettera, con la quale il Primo Segretario di Stato per gli affari interni informa l'Eccellentissimo Presidente, e l'Accademia, che S. M. si è degnata d'incoraggiare l'esperimento dei pozzi trivellati, alla foggia Artesiana, con destinare un premio di due mila lire per ciascuno dei tre primi pozzi che saranno trivellati con buon successo in qualunque delle Province de' Regii Stati in Terraferma.

Il Segretario, sull'autorità di una lettera del Cavaliere Vialardi, Intendente Generale della Divisione d'Alessandria, comunica un fatto recentemente accaduto in Felizzano, ove nello scavamento di

un pozzo ordinario non si trovò acqua alla profondità di otto metri, che è quella dei pozzi in quel paese, ma alla profondità di metri diciasette e mezzo si trovò acqua zampillante dal fondo, la quale salì e si mantenne a un solo metro al dissotto del circostante suolo, e pare che quando cotest'acqua fosse stata ricevuta in tubi o canelli, si sarebbe probabilmente innalzata fin sopra il terreno.

Il Professore Lavini legge: *Analyse de l'eau de S. Génis, dans le but particulier de déterminer la proportion de l'Iode* (V. pag. 19 di questo Volume).

Il Professore Moris legge: *Illustrationes Rariorum Stirpium Horti Botanici Regiae Universitatis Taurinensis.* (V. pag. 177).

6 di giugno 1830.

Nuovo battipalo a scatto.

Il Cavaliere Bidone, collega nella deputazione col Cavaliere Cisa di Gresy, fece rapporto intorno a certo ordigno meccanico, proposto dal signor Eusebio Molinatti, Uffiziale nel Corpo degli Ingegneri Civili, con lo scopo di accrescere i vantaggi della *Berta*, o *Battipalo*, *a scatto*; ordigno che dai deputati e dalla Classe fu giudicato degno di onorevole menzione in questa Storica Notizia, e meritevole dell'attenzione degli Ingegneri, di quelli specialmente che avessero l'opportunità di porlo in pratica, onde comprovarne i vantaggi con l'esperienza, dalla quale sola, in siffatti casi, si può ricavare una conchiudente dimostrazione.

L'Autore, dopo di aver enumerate le varie sorta di macchine percuzienti, destinate a piantar pali nel terreno, e affondarveli a diverse profondità, prende ad esaminare le più rinomate fra coteste macchine, quelle soprattutto nelle quali il maglio è a scatto,

le quali furono adoperate nella costruzione di opere celebri, da Ingegneri Inglesi, Francesi ed Italiani.

In tutte coteste macchine, dopo seguito lo scatto, e disceso il maglio, s'ha a svolgere la fune per tutta l'altezza della caduta affinchè l'uncino attaccato all'estremità di essa sia nuovamente collocato entro l'anello del maglio per sollevarlo di nuovo, locchè esige un tempo considerabile, e fa che riescano troppo distanti l'uno dall'altro i colpi del maglio, e minore sia in conseguenza l'effetto utile della macchina.

Il signor Molinatti propone due capi di fune, pendenti da due carrucole che uno stesso meccanismo fa girare in senso contrario, di modo che, mentre il maglio ascende, tirato da una delle funi, l'altra fune discende: e quando, dopo lo scatto, il maglio è caduto sulla testa del palo, già trovasi pronta la seconda fune, il cui uncino da un lavorante viene immediatamente introdotto nell' anello del maglio, che viene subito tirato all'insù, per ricadere di nuovo, con colpi spessi e frequenti quasi del doppio di quello si possa ottenere coi meccanismi finora adoperati.

Affinchè poi non si abbia perdita di forza per l'obbliquità del tiramento, le due carrucole, impernate nello stesso asse, hanno un leggier movimento di traslazione, per cui ciascuna di esse, alternatamente vien situata in modo che la sua gola corrisponda verticalmente al punto d'attacco del maglio; e questa traslazione viene operata con un solo spinger di leva che fa un lavorante, in quello stesso intervallo di tempo che l'altro lavorante predetto pone nell' anello del maglio or l'uno or l'altro degli uncini delle due funi.

Il Professore Borson lesse: *Sur quelques ossemens fossiles trouvés en Piémont*. (V. pag. 33).

28 di novembre 1830.

Fornace da calcina, a fuoco continuato, alimentato coll'antracite.

Il Professore Michelotti, condeputati i colleghi Professori Bidone e Avogadro, fece rapporto favorevole intorno alla domanda di privilegio fatta dal signor Antonio Elia Gastaldi, per una particolare fornace a fuoco continuato (*four coulant* dei Francesi) onde cuocere le pietre da calcina coll'antracite della Thuile, in Val d'Aosta.

La fornace proposta dal signor Gastaldi per verità non è se non una modificazione delle molte adoperate in Inghilterra, nella Francia, e nel Belgio, nelle quali la pietra calcare e il combustibile sono disposti alternatamente a strati, sì che tutto il calore che si svolge dalla combustione è utilmente applicato alla calcinazione della pietra. Parve tuttavia utilissima l'introduzione di simile artifizio ne' Regii Stati, principalmente nella Valle d'Aosta, ove prodigiosa è la quantità del combustibile che vi s'impiega nelle varie fucine, epperciò riesce opportunissimo l'uso di un altro combustibile.

30 di gennaio 1831.

Polvere caduta dall'atmosfera, e raccolta sulla fregata Carlo Felice, *nel Mediterraneo.*

L'accademico Conte Provana comunica alla Classe, come argomento di utile esame, una piccola quantità di sabbia, datagli in Genova dal signor Capitano Todon, Uffiziale di bordo, e Professore nel Reale Collegio di Marineria, la quale sabbia era accompagnata dalla seguente nota: *Poussière ramassée à bord de la frégate le* Charles-Félix *dans la journée du* 15 *mai* 1830, *pendant qu'elle se trouvait* 50 *milles environ au nord de Tunis. Ce sable*

y ayant été transporté par un vent d'E.-S.-E. variable au S.-E., devait venir des déserts des environs de la Grande Syrte, c'est-à-dire qu'il devait avoir parcouru une distance d'au moins 600 milles de 60 au degré. La goëlette qui nous apporta des dépêches à Tunis, et qui se trouvait alors au nord de la Corse, plus de 250 milles plus loin, en ayant eu elle aussi, il est probable que ce sable aura parcouru un espace de près de 900 à 1000 milles.

Il Professore Michelotti trovò in questa polvere 1.° una grande quantità di selce; 2.° calce, di cui una piccola parte è allo stato di solfato, e il rimanente a quello di carbonato; 3.° idroclorato di soda; 4.° un poco d'alumina; 5.° alcuni indizii di magnesia; 6.° una considerabile dose di ferro, unito a un poco di manganese.

Quanto all'origine di cotesta polvere il predetto Accademico pende a crederla volcanica. Checchè ne sia, la Classe ordinò che nella Parte Storica del volume accademico la memoria di questo fatto s'abbia a conservare.

6 di marzo 1831.

Il Professore Moris lesse: *Illustrationes Rariorum Stirpium Horti Botanici R. Universitatis Taurinensis. Fasciculus alter*, in continuazione del primo, che fu letto il 18 di aprile del passato anno, e che trovasi stampato in questo Volume a pag. 177.

8 di maggio 1831.

Oggetti di storia naturale venuti d'America.

L'accademico Dottore Carlo Bertero, il quale per la seconda volta viaggia nelle Province dell'America Meridionale, spintovi dall' amore della Botanica, non trascura di far messe di altre cose naturali, e di queste mandò in quest'anno un buon numero all'Accademia nostra. La Classe ordinò che in questa Storica Notizia spe-

ciale menzione fosse fatta di un tal dono di quell'intrepido viaggiatore, compaesano e collega nostro, notoriamente benemerito della scienza naturale.

Le cose mandate dal Dottore Bertero appartengono per la più parte a varie classi di Molluschi, quasi tutti marini e testacei. Sonvi tuttavia altri corpi appartenenti ad altre divisioni del regno animale, e anche alcuni pochi minerali, oltre quattordici piccole monete di rame di Calcutta, Singapour, e Bengala.

Il Professore Carena, deputato col Professore Moris, per incarico avutone dalla Classe, rese conto sommariamente dei principali fra cotesti corpi, alcuni de' quali sembrarono più rari, e forse non per anco descritti dai Zoologi; tali a modo d'esempio sono i seguenti: *Asterias*, parecchi esemplari i quali appartengono alla divisione delle *Scutellate* di Lam., ma differiscono da esse tutte pel numero dei raggi, che in questa specie è 21-28.

Cyprina Islandica: una specie simile trovasi fossile in Piemonte, ma varia per maggiore grossezza, per le strie obsolete nella parte posteriore, e pel colore rossigno di alcuni individui che trovansi nella collezione dell'Accademico relatore, a vece che l'esemplare fresco mandato dal Bertero è interamente bianco, e striato da per tutto.

Una *Nerita* affine alla *N. Chlorostoma* di Lam., ma tuttavia diversa.

Halyotis iris? ma varia per grossezza considerabilmente maggiore; diametro trasverso più di 5 pollici francesi: longitudinale poco meno di 7.

Turritella, di una specie che non sembra riferirsi a niuna di quelle del Lam. Una specie analoga, tuttavia distinta, l'abbiamo fossile in Piemonte.

Tre uccelletti appartenenti tutti e tre al genere *Trochilus* Lin., *Orthorhynchus* Lacep., nomi che il signor Lesson (*Hist. Natur. des oiseaux-mouches*, *Paris*, 1829) pensò di mutare in quello di *Ornismya*.

Uno di essi è il maschio dell'*Ornismya Cora*. Less. pag. 52, pl. 6; (*Orthorh. Cora Guérin, Iconograph. du règne anim. 7.me livr. ois. pl.* 25). Il Dottore Bertero lo prese in gennaio del 1830, nei contorni di Lima.

Il secondo è il maschio dell'*Ornismya Sephaniodes* (Less. pag. 69, pl. 14), e dall'Accademico predetto fu preso in maggio del 1830 nel Chilì e nelle vicinanze di Valparaiso.

Il terzo non si trova menzionato nella citata monografia del signor Lesson. Il Dottore Bertero vi appose l'annotazione, del sesso femminino, e fu preso da lui nello stesso mese, e nello stesso luogo del precedente.

L'annotazione predetta del sesso e la natura dei caratteri che nei Colibrì sogliono distinguere il maschio dalla femmina, pongono fuori di dubbio che quest'individuo è la femmina del precedente, la quale non trovasi nè descritta, nè figurata nella citata recentissima monografia del signor Lesson, nè in alcuna altra opera dai deputati conosciuta. Siccome poi nella citata opera del Lesson la descrizione del maschio è solamente in lingua francese, così per ragione di uniformità, e forse anche a maggiore soddisfazione degli Ornitologi, si riferisce qui la descrizione latina di ambedue i sessi, quale fu letta alla Classe dal predetto Accademico relatore.

Ornismya Sephaniodes Less. ♂ Rectirostris, corpore viridi nitente, cauda subfurcata, rectricibus virescentibus immaculatis, remigibus fuscis, capite aurato nitente, gula grisea viridi punctata. Habitat in Cile (Chilì) prope Valparaiso.

O. Sephaniodes ☿ corpore capiteque virescente, subtus albo viridique punctato, cauda subaequali, rectricibus apice albo fimbriatis.

Organo senza canne.

Il signor Giuseppe Maria Pomi, di Varallo, ha presentato uno stromento, che è una sorta d'organo, da lui chiamato *grande viola a cembalo*. L'accademico Colla, deputato coi colleghi Bidone e

Carena, lesse in quest'adunanza il parere chiestone dal Governo. Lo stromento è costrutto esteriormente come un cembalo, ma è fatto a foggia d'organo, vale a dire il suono è prodotto dall'aria. Questa è spinta da un mantice in una cassa di legno, d'onde toccando i tasti, essa esce da piccole aperture paralellogramme rettangole, intagliate in lastrette metalliche, contro le quali, per di sotto, cioè internamente sono applicate altrettante linguette metalliche. Alcune poche di quelle aperture, corrispondenti ai suoni più gravi, sono munite di certi prolungamenti, pure metallici, rappresentanti come altrettante canne, ma di lunghezza non maggiore di un pollice. I suoni acuti di questo stromento imitano l'oboe, i gravi il fagotto. I deputati non poterono non iscorgere una certa analogia tra questo stromento e la *fitz-armonica* del Viennese signor Fox.

In quest'adunanza il Professore Lavini lesse: *Recherches chimiques sur l'altération de la bile extraite du cadavre d'une femme qui était affectée de manie.* (V. la pag. 201 di questo Volume).

23 di maggio 1831.

Osservazioni intorno ad animali marini del Mediterraneo.

Il Segretario, deputato col Professore Giobert, fece rapporto intorno a un lavoro del corrispondente signor Antonio Risso, il qual lavoro è intitolato: *Notice sur quelques animaux marins observés sur la côte de Nice.*

Nella impossibilità in cui trovaronsi i deputati di avere sott'occhio gli animali in natura, anche a fine di procurare che da abili disegnatori della Capitale venissero migliorate alcune delle figure unite alla Memoria, e informati anche dall'Autore stesso non aver egli per ora altra intenzione fuori quella di prender data di cotesto suo

lavoro, di cui egli ha in pensiero di dare fra non molto all'Accademia la continuazione, i deputati anzidetti conchiusero, e la Classe approvò, che menzione di questa Memoria del signor Risso fosse fatta nella Parte Storica di questo Volume accademico, affine di conservare a questo indefesso Naturalista il merito cui la novità di coteste specie potesse dargli diritto. Esse sono le seguenti:

Pesci. Clinus *nerii*. Blennius *cirratus*.

Molluschi. Doris *purpurea*: D. *variegata*: Eolidia *lutescens*: E. *caerulescens*. Clavellina *meridionalis*. Salpa *latissima*: S. *punctata*: S. *aurantiaca*.

Annelidi. Amphitrites *volubilis*.

Crostacei. Pandarus *rouxii*. Calappa *webiana*. Praniza *smaragdina*.

12 di giugno 1831.

Calce fosfatata, trovata in Val di Lanzo.

Il Professore Michelotti, deputato col Professore Borson, fa rapporto intorno ad una Memoria del signor Angelo Sismonda, sulla calce fosfatata da lui rinvenuta nella valle di Lanzo; il qual lavoro e dai deputati e dalla Classe fu giudicato degno di onorevole menzione nella Parte Storica del Volume accademico.

Trachiti dei Monti Euganei.

In questa adunanza si legge: *Quelques observations sur le gisement des Trachytes en général, et du Trachyte des Monts Euganéens en particulier*; lavoro del Conte Niccolò Da Rio, Direttore della Facoltà Filosofica dell'I. R. Università di Padova, corrispondente dell'Accademia nostra, ecc. Intorno al qual lavoro dai deputati Borson e Carena era stato fatto in precedente adunanza favorevole rapporto.

Questa Memoria è stampata a pag. 207 di questo Volume.

26 di giugno 1831.

Il Cavaliere Plana lesse: *Addition à la Note sur la partie du coefficient de la grande inégalité de Jupiter et Saturne, qui dépend du carré de la force perturbatrice etc.*

10 di luglio 1831.

Scoloramento dei panni lani, per esser ritinti di altro colore.

Il Professore Gianlorenzo Cantù, deputato coi Professori V.° Michelotti e Carena, lesse alla Classe in questa adunanza il parere, chiesto dal Governo, sulla domanda di privilegio fatta da Giovanni Travelli, tintore, per certo suo particolare artifizio di scolorare i panni lani, già ridotti in abiti, e nè anche nuovi, per quindi ritingerli di altro colore.

Dagli esperimenti eseguiti dal Travelli alla presenza dei deputati risultò 1.° che il metodo di lui è fondato sulla qualità scolorante di un corpo per verità notissimo, ma non ancora adoperato, che si sappia, a un tal uso ne'Regii Stati, specialmente nel modo con cui l'adopera il richiedente; 2.° che i panni in tal maniera scolorati non sembrano scapitare di loro forza, almeno a un grado sensibile.

Terremoto nella provincia di S. Remo.

Il Cavaliere Avogadro, deputato col Professore Carena, fece rapporto intorno alla Relazione del Cavaliere Alberto Nota, già Vice-Intendente a S. Remo, (ora Intendente a Pinerolo) sul terremoto che dal 26 di maggio (1831) in poi scosse quella città, e altri luoghi di quella provincia.

La descrizione dei fatti che accompagnarono e seguirono quel

disastro è fatta con molta accuratezza, e diviene più autorevole per la carica stessa dell'Autore, la quale dovette agevolargli le indagini da lui fatte per ragione d'officio. Ordinò la Classe che i principali fatti dal Cavaliere Nota riferiti fossero in questa Storica Notizia registrati perchè la Memoria ne sia conservata ne' suoi Volumi.

La prima scossa di questo terremoto fu il giovedì 26 di maggio 1831, alle ore undici e mezzo del mattino, preceduta da un gran romore sotterraneo, come di un rotamento di più carri gravati di lamine di ferro; durò il tutto circa quattordici minuti secondi, con moto, dapprima verticale, poi di ondulazione. Una seconda ma leggerissima scossa fu sentita la sera del giorno stesso, alle nove ore; poi due altre più forti, una alle dieci e mezzo, l'altra alle undici e mezzo di quello stesso giorno. Due altre nel mattino del 27, poi altre moltissime nei giorni e nei mesi seguenti sino al dicembre di quell'anno.

In tutto quell'intervallo di tempo furono osservati quegli stessi fenomeni atmosferici e terrestri che sogliono precedere od accompagnare gli scuotimenti della terra riferiti dagli scrittori, come a dire variazioni frequenti nel colore dell'aria: ritiramento momentaneo del mare dalla consueta sponda, con iscuotimento delle navi, come se la carena avesse dato in secco: sollevamento insolito nelle acque di alcuni pozzi, fatte torbide, impetuose e gorgoglianti: abbassamento o anche prosciugamento di alcuni altri: inquietudine impaziente degli animali domestici, ecc.

A tutto questo è da aggiungersi una specie di tromba, o colonna d'acqua, sollevatasi dal lago di S. Benedetto, larga alcuni metri quadrati, alta due, la quale, dopo aver percorso con moto rapido e vorticoso un sessanta metri, si formò in un globo di denso fumo, e poi dileguossi, senza che le rimanenti acque del lago apparissero menomamente agitate.

Il barometro pare non abbia fatto variazioni di conto, essendosi

il mercurio quasi sempre mantenuto all'altezza di circa vent'otto pollici, quale a un di presso compete a un paese di marina.

In generale le commozioni furono meno violente ne' paesi a ponente di S. Remo, più gagliarde negli altri.

Fin dalla prima scossa traballarono in S. Remo ad occhi veggenti i campanili, le case, e gli edificii anche i più sodi. Poche furono le fabbriche rimaste illese. Le case diroccate dal terremoto in varie terre di quella desolata provincia furono a centinaia: a centinaia pure furon quelle fatte demolire dalla pubblica potestà, perchè sfasciate come esse erano, minacciavano ulteriore intera rovina al primo nuovo tremore della terra, con evidente danno delle persone.

In quel disastro nelle varie terre di quella provincia nove persone perdettero miseramente la vita, schiacciate sotto i rovinati tetti, alcune in modo orribilmente compassionevole. Un ben maggior numero di persone rimasero più o meno gravemente ferite e mal conce. Fra coloro che ebber salva la persona, moltissimi si trovarono bisognevoli di ricovero e di alimento, tutti di conforto. E qui l'Autore discorre dei pronti soccorsi d'ogni maniera dati in tale congiuntura da lui, non dimenticando quei maggiori ottenuti di poi dal provvido Sovrano. (La Relazione da cui fu tratto questo sunto, fu poi pubblicata dall'Autore con le stampe di Paolo Ghighetti, in Pinerolo, 1832, in-8°).

Il Cavaliere Avogadro termina la lettura, già cominciata in precedente adunanza, di una sua Memoria *Sur la force élastique de la vapeur du mercure à différentes températures*. (Stampata a pag. 215 di questo Volume).

Il Professore Moris lesse: *Plantae Chilenses novae minusve cognitae*.

Il Professore Bidone: *Recherches expérimentales et théoriques sur les contractions partielles des veines d'eau, et sur l'écoulement par des tuyaux additionnels intérieurs, et extérieurs.*

L'Avvocato Colla: *Plantae rariores in regionibus Chiliensibus a cl.* M. D. Bertero *nuper detectae, et ab* A. Colla *in lucem editae.* (Questa, e le due precedenti Memorie, verranno stampate nel seguente Volume).

11 di ottobre 1831.

Quest'adunanza fu tenuta pel Cavaliere Cauchy, Membro dell'Istituto di Francia, il quale vi lesse varii brani di una lunga scrittura, intitolata: *Mémoire sur la Mécanique Céleste.* Questa lettura dà origine a parecchie riflessioni esposte tratto tratto dall'accademico Cavaliere Plana, il quale dichiara inoltre che in due pieghi sigillati, consegnati da lui al Segretario, nei giorni 2 e 6 del precedente settembre, egli ha trattato uno dei molti punti trattati dal Cavaliere Cauchy, ed è lo svolgimento generale della funzione la quale serve per esprimere le forze perturbatrici dei pianeti. — Il Cavaliere Cauchy chiese quindi di ritirare per poco la sua Memoria, dopo che il Segretario, a richiesta di lui, ne avesse firmate tutte e singole le pagine; e fu quindi pubblicato dall'Autore; coi metodi della litografia, un *Résumé d'un Mémoire sur la Mécanique Céleste, et sur un nouveau calcul, appelé calcul des limites.*

27 di novembre 1831.

Macchine d'arti e mestieri.

In quest'adunanza fu comunicata una lettera indiritta all'Eccellentissimo Conte Balbo, Presidente, dal Primo Segretario di Stato per gli affari interni, Conte De l'Escarène, onde informare l'Accademia che alcune macchine, modelli e disegni, tenuti per l'addietro dal soppresso Consiglio di Commercio, ora vengono affidati alla Reale Accademia delle Scienze, la quale ha già il carico di custodire le cose privilegiate in materia d'industria.

La Classe venne quindi informata dal Segretario come fin d'ora, in una sala al pian terreno del Palazzo ove risiede l'Accademia, sono state allogate le anzidette macchine, le quali, aggiunte alle cose depositate e da depositarsi da chiunque ottiene privilegii, e a quelle altre che, per cura del Governo e pel zelo de' privati, venissero in seguito procacciate, formeranno il cominciamento di un generale Deposito d'Arti e Mestieri, o se così più piace, un Museo d'Industria, il quale accrescerà la generale istruzione, concorrendo, a questo utile scopo, con gli altri ricchissimi Musei, onde si fa di giorno in giorno più nobilmente adorna questa bellissima Capitale.

Osservazioni sull'osso Ioide di alcuni rettili.

Il Dottore Bellingeri, a nome di una Giunta di cui fa parte il Cavaliere Rossi, e il Segretario, fece relazione intorno a un *Essaix sur l'os hyoide de quelques reptiles*; lavoro del Preposto Matteo Losana, corrispondente (ora Accademico non residente).

Disarmamento de' ponti a grandi archi.

A nome di altra Giunta (Cavalieri Gresy e Bidone, questi relatore), si rese conto sul *Saggio di un nuovo metodo di eseguire il disarmamento dei ponti a grandi archi*, proposto dall'Ingegnere signor Eusebio Molinatti. Cotesto progetto consiste nel disporre l'armatura in modo che l'arco sia sostenuto da un sufficiente numero di chiavarde lavorate a vite, le quali poi nel disarmamento si allentano, sì che gli archi poco per volta si assestino e prendano la posizione che loro conviene.

I deputati osservarono che il proposto metodo, oltre la grave spesa, sembra poter esser soggetto ad un altro inconveniente dal canto della meccanica, e questo è il possibile schiacciamento prodotto dalla grandissima pressione degli archi su di una superficie

proporzionatamente molto piccola, quale è quella che risulta dalla somma delle spire delle viti. Epperciò i deputati proposero che questo loro parere venisse comunicato all'Autore.

Si fece quindi lettura di uno scritto del Professore Gené, intitolato: *Memoria per servire alla Storia Naturale di una specie di Cecidomia, che vive sugli Iperici*; (è stampata a pag. 287 di questo Volume).

Il Cavaliere Cauchy, invitato a quest'adunanza, lesse: *Résumé d'un Mémoire sur les rapports qui existent entre le calcul des résidus, et le calcul des limites, et sur les avantages que présentent les deux nouveaux calculs dans la résolution des équations algébriques ou transcendantes.*

27 di dicembre 1831.

L'Avvocato Colla lesse l'*Elogio Storico dell'Accademico Professore Giambattista* Balbis. (V. pag. XXVII di questo Volume).

Il Professore Cantù: *Memoria Chimico medica intorno alla simultanea presenza del prussiato di ferro, e d'una materia zuccherina in una particolare varietà d'orina umana* (V. pag. 295).

Formazione del Tannino.

Gli Accademici Professori Michelotti, e Lavini, nell'adunanza del 12 di giugno di questo stesso anno, avevan fatto rapporto intorno ad una Memoria *Sul Tannino*, rassegnata all'Accademia dal corrispondente compaesano nostro, il signor Pietro Peretti, Professore di Farmacia nell'Archiginnasio Romano. In quel rapporto i deputati dissero esser necessarii alcuni schiarimenti: ottenuti questi dalla cortesia dell'Autore, i deputati in questo secondo parere con-

chiusero che cotesto lavoro, ove sono ingegnose ricerche, merita di esser fatto noto ai Chimici con darne un sunto nella presente Storica Notizia.

Principale scopo del Professore Peretti, è di indagare la vera natura del tannino, il quale finora, secondo lui, non si ottenne mai perfettamente puro.

A scansamento di ogni equivoco, in questo sunto io riferirò talora le stesse parole, o a un di presso, adoperate dall'Autore.

« Fra i metodi, dice egli, proposti per ottenere il tannino, quello che merita la preferenza (sebbene complicatissimo) è il metodo del signor Berzelio, riferito negli Annali di Chimica e di Fisica, Parigi, 1828, fascicolo di aprile, pag. 385. Il tannino di questo celebre Fisico è veramente il puro tannino, benchè esso confessi esser sempre misto con acido gallico ».

« Le mie esperienze fanno conoscere che l'acido gallico è indispensabile alla formazione del tannino, il quale, quando è preparato coi metodi anteriori a quello del Berzelio, contiene principalmente tre sostanze: due elettro-negative, ed una elettro-positiva; a vece che, se è preparato col metodo del Berzelio, non contiene se non le due elettro-negative, che son quelle necessarie per la formazione del tannino. Le tre sostanze del primo sono l'acido gallico, una sostanza colorante gialla solida, e una sostanza colorante gialla falsa ».

L'Autore chiama solido quello di cotesti due corpi, il quale è atto a dare un colore solido, cioè resistente per più lungo tempo al cloro, all'acido nitrico ecc., e falso l'altro, che ha qualità contrarie.

« Quest'ultima (la sostanza colorante gialla *falsa*) non è necessaria alla formazione del tannino, il quale, quando è puro, come è quello del Berzelio, non è se non un composto d'acido gallico che tiene in soluzione la sostanza gialla *fissa*, la quale, benchè io non l'abbia potuto ottenere scevra d'acido gallico, ho tutta ragione di credere che sia l'acido *ellagico* del signor Chevreul;

e così l'acido gallico e l'acido ellagico, secondo il mio modo di vedere, formerebbero il tannino ».

Per accertare questa sua opinione l'Autore ha fatto varie sperienze che sono minutamente descritte nella sua Memoria, dalle quali egli crede potersi dedurre 1.° che l'acido gallico è indispensabile alla formazione del tannino; 2.° che la decozione di galla contiene di acido gallico più di quanto è necessario alla formazione del tannino; 3.° che l'anzidetta sostanza gialla *fissa* è lo stesso acido ellagico; 4.° che quest'acido è della natura di quelli che talora fanno funzione di base, e che nel caso presente esso si comporta veramente non come acido, ma come base, la quale, unita all'acido gallico, forma il tannino, ecc. ».

Prolungazione del termine del Concorso
al Quesito accademico.

L'Accademia nel Volume XXXIV delle sue Memorie, a pag. III aveva pubblicato il seguente Quesito, con assegnamento di premio da darsi all'autore del *miglior lavoro di argomento chimico o meccanico, scientificamente trattato, e particolarmente applicato all'incremento delle arti che sono od esser possono convenevolmente introdotte ne' Regii Stati, comprese quelle che atte siano a migliorare la nostra agricoltura.*

In conformità del Programma, il giudizio del Concorso dovendo essere pronunziato non più tardi del dicembre di quest'anno (1831), il Cavaliere AVOGADRO, a nome di una numerosa Giunta Accademica, ne lesse il rapporto in quest'adunanza. Risulta da esso: 1.° che nel Calendario Georgico della Reale Società Agraria di Torino, per l'anno 1831, è stato per verità pubblicato un lavoro importante, *Sopra la scorza della Robinia Pseudo-acacia, e de' suoi usi nelle arti e nella economia* (cioè per far corde, per supplire alla lana nei materassi, e per fabbricare carta). Ma a mente del Programma, cotesto lavoro non può concorrere, essendone Autore un

Accademico nostro, il Professore GIOBERT, il quale di più è uno dei deputati; 2.° che una breve scrittura, ove si propone di estrarre dai raspi dell'uva la potassa necessaria alle arti nostre, venne trasmessa all'Accademia assai tempo dopo scaduto il termine prefisso dal Programma; scrittura inoltre nella quale le cose sono anzi indicate e proposte, che dichiarate e provate nei modi voluti dal Programma; 3.° che nel tempo prefisso è stata ricevuta una Memoria manoscritta *Sulla Manifattura dell'acido idroclorico, della soda fattizia, e del sotto-cloruro di calce*. Lavoro che parve pregievole per molti versi, ma non per tutti quelli che esige il pubblicato Programma. La Classe, approvando la proposta della Giunta prolunga il termine del Concorso sino a tutto dicembre del 1832.

ELOGIO STORICO

DELL' ACCADEMICO PROFESSORE

GIOVANNI BATTISTA BALBIS

SCRITTO

DALL'ACCADEMICO AVVOCATO COLLEGIATO

LUIGI COLLA

Quanto debba riuscire grato a questo sapientissimo Consesso lo rammentargli i principali fatti che nel mondo scientifico resero immortale il nome di uno de' suoi più distinti Socj, facile si è il concepirlo se si ponga mente all'amore che desso nutre per la conservazione, e propagazione della propria gloria.

Ma di non lieve incarico sarà per me il toccare la meta che mi sono prefisso: grave ostacolo io incontro primieramente nel dover portare giudicio intorno a parecchie cose estranee in parte alle mie cognizioni: altro mi si affaccia nella particolare amicizia onde dalla mia età giovanile sino alla morte di lui strettamente gli fui vincolato; il primo sarà forse cagione di difetto nel mio narrare; il secondo può esserla di eccesso. Se non che a queste mancanze suppliranno, ne son certo, le diligenze che io feci nella ricerca dei fatti, la compiacenza che ebbero alcuni dei suoi Colleghi e Corrispondenti di somministrarmi non poche interessanti notizie, ed infine la benignità dell'animo vostro.

Nacque il Balbis nel luogo di *Moretta*, Provincia di *Saluzzo*, il 17 novembre 1765 da ottimi Genitori di distinta condizione.

Iniziato nelle prime lettere in patria sua, recossi a Torino, ove continuò gli studj di Filosofia e Medicina nel Collegio detto delle *Provincie*, una fra le più utili antiche instituzioni patrie, la quale procacciò al Piemonte una serie non interrotta d'uomini illustri tanto nella Magistratura, quanto in ogni ramo di Scienze.

Appena laureato in Medicina, prima ancora che compisse l'età d'anni venti e uno, fu egli prescielto a Ripetitore nell'anzidetto Collegio, carica la quale si riserbava a colui, che nel corso degli studj aveva dati non equivoci saggi di preferenza sugli altri Alunni e per la sua condotta morale, e pel suo ingegno, e per la tenacità del suo proposito, senza considerazione ad altre qualità accidentali.

Trascorso il termine che dai regolamenti della Regia Università si richiede per essere aggregato ai Collegii delle diverse facoltà, egli riportò sugli altri la palma, e fu nel 1786 proclamato Dottore del Collegio di Medicina, onore tanto più segnalato in quanto che per liberi suffragj del Collegio al solo merito si conferisce.

Discepolo dell'Allioni e camminando sulle traccie del Dana e del Bellardi aveva nei suoi studj, fors'anche per naturale inclinazione alle cose semplici, una predilezione particolare per quello delle piante, che cercava avidamente, come ape il fiore, nelle sue frequenti peregrinazioni di concordia, ed ajuto a quei tre Dotti.

Ed un argomento già ne aveva egli somministrato nelle sue tesi d'aggregazione (1), ove, fra le altre materie con molta maestria trattate, aveva dato un saggio della varia indole delle acque nella nutrizione dei vegetabili, ed un altro sull'efficacia di molte piante indigene adoperate come rimedj; nei quali saggj nulla omise di quanto potesse essere in quell'epoca al livello delle scienze, e di

(1) 1788. 20 februarii: *Augustae Taurinorum: excudebat Jo. Michaël Briolus.*

quanto dalle sue esperienze aveva potuto ritrarre, dimostrando in un tempo istesso quanto vasta già fosse la sua erudizione, e come dai più puri fonti della lingua latina avesse attinto quel conciso ed elegante stile che sempre lo distinse nelle sue non poche scritture.

Però non erasi trascurata dal nostro nascente Botanico alcuna delle altre parti della scienza medica, chè anche la clinica, con non poco successo, erasi da esso esercita, mentre coltivava anch'egli con qualche inclinazione la Storia Naturale degli insetti; e prova ne diede quando trovandosi col C.e Piovano verso l'estremità della valle di Gesso a ricerca di piante, ed essendogli stato presentato un insetto non conosciuto, fu il primo a determinarlo sotto il nome di *Cerambix alpinus*: in quella stessa occasione fece egli l'enumerazione delle piante che crescono intorno alle sorgenti di Valdieri, la quale trovasi alla pag. 115 *de l'analyse des eaux de Vaudier* data alla luce dall'insigne Professore e Collega nostro Giobert.

Ma di questi primi studj del Balbis quello che in tale epoca gli abbia recato un reale vantaggio si fu certamente la Clinica, avvegnachè gettato nell'anno 1794, per dolorose circostanze, dalla nostra patria in estere contrade, fu nel novembre dell'anno istesso eletto a Medico delle Armate francesi; e poco dopo, nel 1797, le sue assidue cure, e le sue sollecitudini negli Ospedali lo fecero innalzare al grado di fungente le veci di Medico in capo dell'Armata d'Italia.

A malgrado però dei doveri della sua carica, e del particolare modo con cui la eserciva pel suo eccellentissimo cuore, non poteva egli allontanarsi dallo studio dell'amabile scienza; e si fu appunto in quest'epoca, cioè dal 1794 sino sul finire del 1798, e nei varj paesi percorsi dall'Armata pendenti le sue differenti vicende, che egli coglieva quante piante se gli affacciavano, ne preparava le diagnosi o descrizioni, e nulla ometteva sulle schede che univa agli esemplari, delle particolarità di luogo, stazione,

clima, epoca del fiorire e del fruttificare e di simili altre circostanze le quali contribuiscono cotanto all'avanzamento della scienza.

Ripatriatosi il Balbis nel dicembre del 1798, in quell'epoca in cui la patria nostra erasi occupata da' Galli, fece parte per brevissimo tempo del Governo da essi provvisoriamente stabilito; ma quegli ben tosto allontanati, riprese egli la sua condotta di Medico dell'Armata, che abbandonò poi definitivamente nel 1801.

In questa epoca, che chiamerò la seconda della sua illustre vita, venne il Balbis eletto a Professore di Botanica, e Materia Medica nella nostra Università, ed a Direttore dell' Orto botanico.

Quanto attivo ed efficace sia stato lo zelo di lui pel corso di anni 13 nei quali coprì le anzidette cariche e per lo insegnamento, e nel riordinare ed accrescere l' Orto botanico, e per far progredire la scienza colle varie scritture che videro la luce, lo rendono manifesto la pubblica testimonianza, la corrispondenza coi più rinomati Autori stranieri e Corpi scientifici, la sua ammessione a molti fra questi, ed infine il tenore delle scritture medesime.

Ed incominciando dallo insegnamento, diremo che in quanto alle sue lezioni botaniche, accorrevano non solamente coloro che per regolamento vi erano obbligati, ma ben anche moltissimi Alunni di estranee classi, e parecchi forestieri, tanta era la fama che egli erasi già acquistata per la chiarezza nel dire, la nitidezza dello stile, e sovratutto per la estrema dolcezza con cui accoglieva e scioglieva quante interrogazioni, e difficoltà gli si presentassero dagli ascoltanti.

Era poi bello il vederlo ne' giorni destinati alle corse botaniche, accompagnato più volte da centinaja di giovani che gli facevan corona gareggiando chi fra di loro potesse presentargli una tenera erbetta, od un nascente fiorellino acciocchè ne determinasse la specie; le sue risposte erano oracoli; e vi aggiungeva i caratteri che la distinguevano; e se di qualche particolare proprietà fisica o medica era dotata, la palesava; e così l'erbajuolo, il farmacista,

il botanico ed il medico, ciascheduno nell'arte che voleva prescegliere, acquistava, senza quasi avvedersene, le più esatte cognizioni; e mai non si videro nè prima nè dopo di lui più numerose e più utili corse botaniche.

E per dire dell'orto botanico, faremo osservare che dall'epoca in cui cessò l'Allioni di potervi assistere sino a quella in cui il Balbis ne fu prescielto a Direttore, nessuno essenziale riordinamento vi si era potuto dare per mancanza di mezzi finanzieri in quei difficili tempi; la particolare predilezione che vi aveva l'Ignazio Molineri, custode in capo e valentissimo giardiniere botanico, bastò bensì a conservare, per quanto le sue cognizioni gli permettevano sotto l'egida del Direttore, le piante esistenti, e l'ordine prestabilito, ma ben altro si desiderava per mantenergli quel lustro che ad un pubblico stabilimento di tal fatta si conveniva. Conserve difettose ed in pessimo stato di riparazione, confusione di piante, mancanza di nuovi ragionati catalogi, tutto ne faceva temere l' imminente rovina. Gli sforzi del Balbis ne lo preservarono (1), sebbene egli fosse privo dei principali mezzi per farlo salire a quel grado di celebrità che in questi ultimi tempi, prima per la speciale protezione accordata da un Ministro di gloriosa memoria, poscia per le sollecitudini del chiarissimo nostro Collega il Professore Moris, e per le facilità che egli ottiene dal degnissimo Magistrato, cui ne è confidata la cura (2), ebbe meritamente ad acquistare.

---

(1) Poco potè ottenere il Balbis dal Governo d'allora per le spese che occorrevano, e le nuove piante, di cui egli arricchì il giardino, le dovette piuttosto alla generosità de'suoi corrispondenti, ed alla cura sua per le seminazioni e piantagioni, che non alle annue retribuzioni destinate alla conservazione dell'orto; e negli ultimi tempi in cui dovette abbandonarlo era grandemente accresciuto, e le piante erano per la massima parte determinate con precisione, come lo attestano i catalogi annui che egli pubblicava, e specialmente il confronto di quello del 1801 che fu il primo, coll'ultimo del 1813 in cui si annoverano 5453 specie, eccedendo di 1900 il numero di quelle riferite nel primo.

(2) Mentre la direzione dell'orto era confidata al chiarissimo Professore Biroli erasi già ottenuta la costruzione di alcune conserve a vetri verticali; ma poi sotto il Ministero del

Passando ora alle scritture, le quali nell'epoca di cui parliamo tanto merito accrebbero al Balbis, oltre ai catalogi nei quali parecchie interessantissime osservazioni s' incontrano, accenneremo come principali le seguenti:

1.° L' Elenco delle piante crescenti nei dintorni di Torino fu uno dei primi lavori dati alla luce dal nostro Balbis colla dedica al Medico in capo dell'Armata d' Italia Guillaume che lo aveva accompagnato in parecchie corse botaniche, principalmente nelle vicinanze di Nizza ed Antibo (1); questa operetta contiene l'enumerazione per ordine alfabetico di 970 vegetabili che nascono spontaneamente nel raggio di sei miglia attorno la nostra Città, colla indicazione del nome botanico volgare ed officinale, di quello dell'Autore, del preciso sito ove crescono, della classe Linneana, e del numero corrispondente a quello, col quale sono annotate le piante nella Flora dell'Allioni.

2.° Tien dietro a questo utile lavoro nella stessa edizione

Cavaliere Roget de Cholex se ne è ordinata la formazione di un'altra estesissima a vetri inclinati sulla norma di quella di cui io diedi la descrizione e disegno nel 6.° volume del mio Antolegista botanico pag. 309 e tav. XVI. Quindi si andarono sempre aumentando le riparazioni alle antiche conserve; si fecero molte ampliazioni, e cangiamenti nei movimenti di terreno e direzione dell'acqua; si procacciarono nuove e rarissime piante esotiche; si determinarono con esattezza tutte le piante esistenti; si distribuirono queste con molto ingegno ed ordine secondo i metodi di Linneo e di Jussieu, separando le officinali dalle altre; e già trovasi destinato per le prime un vasto sito graziosamente adorno di alberi ed arboscelli, nel quale ad ore determinate, e sotto certi regolamenti sarà d'ora innanzi libero l'accesso per chi brama di studiare le piante sul vivo; locchè tutto si deve all'attività ed abilità del citato sig. Professore, ajutato dai giardinieri in capo signori Carlo Mannefeldt, esimio conoscitore e coltivatore in ispecie delle piante esotiche, e Pietro Giusta, il quale per le sue frequentissime corse botaniche acquistò vaste cognizioni sulle indigene, e secondato in particolare modo dallo zelantissimo sig. Conte Bruno di S. Giorgio, Riformatore ed Ispettore degli Stabilimenti della R. Università, la cui sollecitudine per quello dell'orto botanico è certamente superiore ad ogni elogio.

(1) *Elenco delle piante crescenti nei contorni di Torino, compilato dal Cittadino Gioanni Battista* Balbis, *Medico dell'Armata francese in Italia.* - Torino anno IX repubblicano, dalla Stamp. Filantr., 1 vol. in 8.° di pag. 101 compresovi l'*Additamentum ad floram Pedemontanam.*

l'*Additamentum ad Floram Pedemontanam*, distribuito secondo il sistema di LINNEO; nel quale opuscolo si dà la diagnosi o la descrizione di 40 piante non ancora riferite nè nell'accennata Flora dell'ALLIONI, nè nel suo *Auctarium*, nè nell'appendice del BELLARDI; dodici fra quelle furono determinate come nuove dall'Autore, cioè il *Crocus medius* che pare però una varietà del *sativus* di LINNEO o del *vernus* di W.; l'*Agrostis intermedia* assai prossima all'*alpina* di LINNEO; la *Poa Molinerii* creduta dallo SPRENGEL identica colla *P. alpina* di LINNEO, e colla *cenisia* dell'ALLIONI (1); il *Cynosurus cylindricus* rapportato dallo SPRENGEL qual varietà del *C. caeruleus* di LINNEO (*Sessleria caerulea* ARD.); il *Juncus acuminatus* che è forse una sola varietà del *J. conglomeratus* di LINNEO a pannocchia più piccola; la *Medicago glomerata*; la *Lactuca segusiana* (2); l'*Ophrys aestiva* e l'*autumnalis*, rapportate poscia amendue dal RICHARD al genere *Spiranthes* e dal CANDOLLE alla *Neottia*; la *Carex androgyna* che SPRENGEL crede identica colla *C. bicolor* dell'ALLIONI; la *Pteris acrosticha* ora *Cheilanthes odora* Sw., la stessa dell'*Adiantum pusillum* dell'ALLIONI giusta l'opinione dello SPRENGEL; il *Lichen pulmonarioides* omesso dai moderni e che pur si distingue dal *L. pulmonarius* di LINNEO (*Sticta pulmonacea* ACH.) per la sua superficie vellosa e le sue lacinie quasi rotonde; ed infine la *Conferva tremelloides*, anche omessa dagli Autori, sostanza che ben non sapresti se piuttosto fra le *Conferve* o le *Tremelle* si debba annoverare.

3.° Una delle prime cure del BALBIS, come Direttore dell'orto botanico, era stata quella di rettificare la separazione che già dal tempo dell'ALLIONI erasi fatta delle piante officinali, le quali eransi distribuite in altrettante distinte areole; ma sebbene nell'anno 1805, per cura dell'Amministratore generale del Piemonte sulle istanze

---

(1) Di questa stirpe pubblicò poi la figura nella *Miscellanea botanica* alla tav. 5 con una varietà della *Moeringia muscosa* di LINNEO.

(2) Anche di questa diede la figura nell'anzidetta *Miscellanea* alla tav. 8.

del Direttore, alcune concessioni si fossero accordate all'orto, e che anzi egli avesse decretato che questo fosse sotto gli auspicj dell'Imperatrice GIUSEPPINA, la quale molta predilezione portava all'amabile scienza, tuttavia mancavano i siti ed i fondi per lo perfezionamento di tale utilissima distribuzione; credette perciò il nostro Direttore essere pregio dell'opera il render di pubblica ragione un catalogo di quelle piante distribuito secondo il numero delle areole, aggiuntovi quello del catalogo generale manoscritto esistente nell'orto, corrispondente tale numero a quello della pianta; questo lavoro per renderlo più vantaggioso agli Alunni, fu corredato del nome officinale della pianta, di quello della scienza, dell'indicazione della classe Linneana, e di brevi note relative alle virtù e proprietà del vegetabile (1).

4.° Ma una ben più importante scrittura vide poscia la luce sotto il titolo di *Miscellanea botanica* (2); ivi si annoverano coll'ordine Linneano le stirpi più rare coltivate nell'orto botanico non meno che alcune altre da aggiungersi alla *Flora pedemontana* ed all'elenco delle piante che crescono circa Torino: questo lavoro per quanto riguarda alle piante indigene è il frutto di nuove peregrinazioni che il BALBIS in compagnia dell'Ignazio MOLINERI aveva intraprese e con molta fatica portate a termine sulle più aspre Alpi nostre, come sul *Monviso*, sul monte *Genevra*, nella valle di *Queiras*, in quella di *Pragellate*, sul monte *Cenisio* ed altri luoghi; aveva egli pure fatto di nuovo percorrere dal solo MOLINERI anzidetto le da esso già esaminate regioni più calde della *Liguria*, dei contorni di *Nizza* e delle *Alpi marittime*, onde copiosa messe di

---

(1) *Enumeratio plantarum officinalium horti botanici Taurinensis augustae gallorum Imperatrici Josephinae.* - Taurini a. XIII (1805) ex Typographia Philantropica: vol. I in 8. di pag. 62.

(2) *Miscellanea botanica auctore Jo. Baptista* BALBIS *in Athenaeo Taur. mater. med. et bot. Profess., Hort. publ. et Mus. rerum naturalium Direct., nation. Scient. Acad. Taurin. et Soc. Agr. Sodali.* - I. vol. in 4 di pagine 68 con 11 tavole; questo lavoro è inserto nel vol. 7 degli atti della nostra Accademia p. 318, e fu letto il 3 piovoso an. XI.

piante rare ne aveva riportata. Egli perciò descrive in quel suo lavoro 192 stirpi, fra le quali registrò le 14 seguenti come affatto nuove: *Iris triflora* (tav. 1), pianta coltivata nell'orto di cui non accenna la patria, ma che lo SPRENGEL ci attesta essere spontanea in Italia; *Iris desertorum* (tav. 2), parimente coltivato senza indicazione di patria; lo SPRENGEL annovera bensì un *I. desertorum* di GÜLDENSTADT quale sinonimo dell' *J. Güldenstadtiana* di LEPECHIN, ma io lo credo diverso da quello del BALBIS a torto omesso dallo stesso SPRENGEL, giacchè, oltre altre differenze, si ravvisa principale la presenza della barba di cui è priva la stirpe del GÜLDENSTADT: *Potamogeton alpinum* prossimo, al dir dell'Autore, al *P. lucens* di LINNEO, ma che SPRENGEL crede identico col *P. rufescens* di SCHRAD.; *Potamogeton augustanum* (tav. 3) approvato dai più recenti Botanici: *Asclepias villosa* (tav. 4) omessa dallo SPRENGEL, prossima alla *laniflora* di FORSKOL (*Canahia laniflora* R. BR.), ma diversa per le sue foglie cordate ed oblunghe, e non lineari: *Sedum monregalense* (tav. 6) che dallo SPRENGEL si crede identico col *S. cruciatum* DESF., le cui foglie però sono semicilindriche e non oblunghe come nella stirpe del BALBIS: *Ranunculus saxatilis* omesso dallo SPRENGEL, affine al *R. illyricus* di LINNEO, ma diverso per le sue foglie radicali lobate, più prossimo al *R. illyricus* di VILL. e forse identico con questo: *Dracocephalum chamaedryoides* (tav. 7) approvato da' moderni: *Crepis praecox* (tav. 9) omessa dallo SPRENGEL, prossima alla *Cr. vesicaria* di LINNEO (*Borkhausia vesicaria* SPR.), ma diversa nell'antodio al dire del BALBIS; inoltre io osservai avere questa le foglie superiori lanciuolate ed intiere, quando nella stirpe del BALBIS quelle sono astato-saettate e dentate alla base: *Amaranthus prostratus* (tav. 10) che già erasi così chiamato dal BELLARDI, e fu per la prima volta scoperto contro i muri vicino alla bollente della città d'Acqui, ma che dappoi si vide frequente nella Liguria, ed in molti altri luoghi del Piemonte, siccome ci attesta il chiarissimo

nostro Collega il Professore Re (1): *Clavaria granulosa* (tav. 11. f. 1) omessa dallo Sprengel, affine alla *Cl. cylindrica* Bull. (*Cl. fragilis* Holmsk?), ma avente lo stipite di colore arancio ed il capitolo granellato e coccineo: *Peziza laricina* (tav. 11. f. 2) parimente omessa dallo Sprengel, e forse identica colla *P. chrysocoma* del Bulliard: *Peziza Batschii* (tav. 11. f. 3), varietà cospicua della *P. cochleata* Huds: giusta l'opinione del Batsch (2): *Phallus hyemalis* (tav. 11. f. 4), piccolissima e rarissima stirpe ora riferita fra le *Morchelle*, e ritrovata al settentrione di un muro presso il Po: *Agaricus albidus* (tav. 11. f. 5), citato dallo Sprengel qual varietà dell'*A. variabilis* del Persoon; ma si osservi che questo è parassito degli alberi, e la specie del Balbis è terrestre, come l'*A. depluens* Batsk col quale ha perciò e per altri caratteri molta maggiore affinità.

5.° Merita pure particolare menzione una breve memoria del nostro Autore sul genere *Dianthus* di Linneo (3), nella quale per alcune esperienze da esso fatte per via di semi sul *D. alpinus*, sul *D. virgineus*, e sul *D. plumarius*, stabilisce quanto polimorfe siano cotali specie, la prima delle quali sia forse il tipo del *D. caryophyllus*, pianta da cui i giardinieri tante singolari e splendidissime varietà ottengono: a queste osservazioni succede la descrizione di tre nuove specie di quel genere tutte spontanee del Piemonte, illustrate con distinte tavole: esse sono il *D. alpestris* (tav. 1) colto nei pascoli piani delle Alpi marittime; il *D. furcatus* (tav. 2), ed il *D. tener* (tav. 3), amendue scoperti dal Molineri a bordo dei campi nelle montagne di *Tenda:* queste tre stirpi furono approvate dal Candolle nel suo *Prodromus*, non così dallo Sprengel il quale nel suo *Systema* riconosce soltanto la seconda.

---

(1) Flora toriaese vol. 2. p. 127.

(2) Elenc. fungor. p. 225. tav. 28. f. 158.

(3) *Observations sur les OEillets avec la description de trois nouvelles espèces de Dianthus*: di pag. 4 con tre tavole. - *Mèmoires de l'Ac. des sciences littér. et beaux arts de Turin pour les années X et XI. première partie*: pag. 11, letta l' 8 termidoro an. IX.

6.° A questa Memoria Accademica succede un'altra relativa a tre specie di *Marchantia* (1), due di cui già riferite dallo SCOPOLI e maggiormente illustrate dal BALBIS (*M. triandra* tav. 1. fig. 1. e *M. quadrata* tav. 1. fig. 2.); la terza poi (*M. fragrans* tav. 2.) affatto nuova spandente un soavissimo odore analogo a quello delle fragole, fu ritrovata presso alla prima su di una specie di *podingo* alle sponde del Po lungo il giardino del Valentino; questa stirpe fu approvata dallo SPRENGEL, ma sull'autorità del NEES riferita al genere *Fimbriaria* di quest'ultimo Autore.

7.° È pure degna di riguardo una scritta sul genere *Crepis* di LINNEO (2), alla quale si aggiunge la diagnosi o descrizione di 58 stirpi crittogame spontanee del Piemonte; questo lavoro è corredato di due tavole rappresentanti, oltre il *Lichen vulpinus* di LINNEO, quattro nuove specie. La *Crepis ambigua* (tav. 1) così chiamata dal nostro Autore per il dubbio che nacque in lui se per avere il pappo sessile, e per alcuni altri più minuti caratteri del seme dovesse riferirsi al genere *Hieracium* ovvero al genere *Crepis*, o ben anche al nuovo genere *Drepania* creato da JUSSIEU: queste sue osservazioni spinsero i posteriori botanici a meglio determinare alcuni generi della Tribù delle *Cicoracee*, e quella sua nuova stirpe adottata dal CANDOLLE collo stesso nome triviale, ma riferita al genere *Drepania*, fu poscia da PERSOON e dallo SPRENGEL unita al genere *Tolpis* sull'autorità del BERTOLONI (3), che l'aveva chiamata *T. virgata*, nome cangiato dal PERSOON in quello di *T. altissima*, primo che lo stesso BALBIS le aveva imposto avanti che

---

(1) *Sur trois nouvelles espèces d'Hépatiques à ajouter à la Flore du Piémont* - di p. 5 con due tavole, letta il 10 fiorile an. X. Ved. il vol. sovra citato a pag. 73.

(2) *De Crepidis nova specie; adduntur etiam aliquot cryptogamae florae pedemontanae; auctore Jo. Baptista* BALBIS, *perlecta die 14 nivosi an. XII.* - vol. 8 dell'Accademia suddetta per gli anni XII-XIII. pag. 66.

(3) Rar. Lig. pl. dec. I. p. 15 - il BALBIS nella sua posteriore memoria che porta il titolo di *Miscellanea altera* disse anch'egli alla pagina 29 doversi questa pianta riunire al genere *Tolpis*; ma ritenne il nome di *T. virgata* impostole dal BERTOLONI; vedasi anche il Catalogo del BALBIS dell'anno 1813. p. 77.

la sottomettesse a quel maturo esame risultante dall'anzidetta Memoria, e ciò perchè non fosse confusa con altra *Tolpis virgata* del Bivona. Le altre nuove specie sono il *Mucor floculentus* (tav. 2. f. 1); la *Peziza amentacea* (tav. 2. f. 3), amendue omesse dallo Sprengel; e lo *Sphaerocarpos cinnabarinus*, che è però la *Stemonitis botrytis* di Gmel., rapportata da Persoon e Sprengel sotto il genere *Trichia*.

8.° Nell'anno stesso uscì alla luce l'altra Memoria che porta il titolo di *Miscellanea altera* (1), redatta collo stesso ordine e colla stessa maestria di quella sovra riferita al n.° 4. Essa contiene la descrizione di 111 stirpi, fra le quali si annoverano come nuove le sei seguenti: *Phyteuma cordata*, pianta della valle di Pesio a torto omessa dallo Sprengel, non potendosi riferire nè alla *Ph. cordata* di Vill., che è una varietà dell'*orbicularis* L., nè alla *Ph. Charmelii* dello stesso Vill., cui è bensì affine, ma distinta per le foglie dello stelo cordate e dentate, e non lineari ed intierissime; *Scorzonera muricata* creduta dallo Sprengel una semplice varietà della *Sc. laciniata* L., sebbene il Balbis ci attesti, che i caratteri, i quali la distinguono, si mantennero costanti nelle diverse piante per parecchi anni nate da semi: *Apargia bulbosa*, omessa dallo Sprengel, la stessa, secondo l'Autore, della *Picris tuberosa* dell'Allioni, ma diversa a mio senso da quella del Lapeyrouse: *Hieracium tuberosum* identico coll' *H. bulbosum*, che è il *Leontodon bulbosus* di Linneo, trasferito nel genere *Hieracium* per avere il pappo peloso e sessile; a malgrado di quale considerazione lo Sprengel il ritenne fra i *Leontodon*; comunque però appartenga all'uno od all'altro genere, il nome triviale impostogli da Linneo dee ritenersi come più antico, e non surrogargli quello

(1) *Miscellanea altera botanica auctore Jo. Baptista* Balbis *suffragiis adprobata imp. Ac. Taur. die* 19 *junii* 1806 - di pagine 43 con due tavole: vol. IX per gli anni 1805-1806 pag. 199.

di *tuberosum*: *Crepis nicaeensis*, pianta del nostro litorale, riconosciuta dai moderni quale stirpe nuova, ma riferita dallo SPRENGEL per autorità del LINK al genere *Borkhausia*: *Centaurea procumbens* (tav. I), pianticella rarissima scoperta dal MOLINERI presso Utelle ed approvata dai moderni: *Orchis provincialis* (tav. 2), affine alle *O. Morio* e *pallens* di LINNEO, ma diversa per i caratteri rilevati dal BALBIS e riconosciuta diffatti dai posteriori Botanici.

9.° A compimento dei tre suoi primi lavori s'accinse il BALBIS alla compilazione di una Flora torinese che fece di pubblica ragione nell'anno 1806 (1): ivi con succinte ma esattissime frasi, inseguendo il sistema di LINNEO, e la nomenclatura dei più rinomati Botanici, e qualche noterella aggiungendovi, l'Autore descrive le piante che nel raggio di un miriametro e mezzo crescono circa la nostra Città, e da 970 che egli ne aveva annoverate nell'elenco citato sotto il n.° 1 del presente Elogio, ne porta il numero a 1234 le quali formano 420 generi. Questa Flora portatile è un'opera indispensabile per chi voglia in poco tempo imparare e rinvenire le piante del nostro distretto, ed erasi appunto dall'Autore compilata ad uso de' suoi Alunni, e per vieppiù loro inspirare l'amore della scienza.

10.° Non di minore importanza hassi a considerare il fascicolo 1.° delle stirpi meno conosciute o forse nuove dell'Orto botanico, il quale fascicolo fu pure coronato coi suffragj di quest'Accademia (2). Ivi il BALBIS, premessa una eruditissima narrazione dell'origine e progressi degli Orti botanici in Europa, e di alcuni particolari su quanti uomini illustri il precedettero nella direzione e

---

(1) *Flora taurinensis seu enumeratio plantarum circa Taurinensem urbem crescentium*, *auctore Jo. Bapt.* BALBIS etc. - Taurini 1806 ex typographia Jo. Giossi. I. vol. in 8 di pagine 224, oltre la prefazione e l'indice.

(2) *Horti Academici Taurinensis stirpium minus cognitarum aut forte novarum icones et descriptiones* - Fasciculus primus, Auctore Jo. Bapt. BALBIS, Taurini MDCCCX, ex typis Imperialis Academiae Scientiarum - vol. I di pagine 28 con 7 tavole, l'ultima delle quali rappresenta il disegno dell'orto - inserto nel vol. Accad per gli anni 1809-1810. pag. 347.

maneggio di quello di Torino, descrive sei nuove stirpi colle loro relative figure, cioè il *Solanum decurrens* (tav. 1) che dai moderni in onore di lui venne poi adottato col nome di *Solanum Balbisii*; l'*Artemisia pedemontana* (tav. 2), creduta dallo Sprengel identica coll'*Artemisia lanata* del Willd., sebbene in questa le foglie siano tutte palmato-moltifide, e nell'altra le superiori siano pennatifide e sessili; il *Cucubalus fimbriatus* (tav. 3), ora annoverato fra le *Silene*: il *Selinum elegans* (tav. 4), riferito quindi dallo Sprengel al *S. lineare* di Schumacher, ed in oggi dal Candolle nel recente suo lavoro sulle *Ombellifere* trasferito nel genere *Peucedanum* sotto il nome di *P. rablense* per autorità del Kock (1): la quale pianta si riferisce anche al *Selinum Bellardi* che così aveva chiamata il Balbis una varietà del suo *S. elegans*, la quale ha più lunghe le lacinie delle foglie, e l'involucro con poche fogliette (2), la *Psoralea lathyriflora* (tav. 5) dapprima omessa dallo Sprengel nel suo *Systema*, ma poscia rapportata nelle *Curae posteriores*: ed infine l' *Eupatorium Armani* (tav. 6) annoverato dallo Sprengel fra le *Melanantherae* di Richard, non saprei su quale fondamento, imperciocchè queste abbiano il pappo restato ed il recettacolo pagliaceo, quando nella pianta del Balbis il pappo è setaceo, il recettacolo nudo: forse lo Sprengel esaminò soltanto la descrizione nella quale si sono omessi tali caratteri perchè proprii del genere *Eupatorium* e così sottointesi, ma nella figura che la illustra dessi sono patenti.

11.° Fra mezzo a questi gravi lavori non intralasciava il nostro Professore di occuparsi seriamente e con eguale successo delle altre parti dell'affidatogli insegnamento, perciocchè nell'anno 1811 pubblicava i suoi trattati intorno alla materia medica, con parecchie osservazioni tratte dalle particolari esperienze che egli aveva

---

(1) Kock. *umb. disp. in nov. act. nat. cur.* 1824. *p.* 94. DC. Pr. vol. IV. p. 181. n. 27.

(2) *Selinum Bellardi* Balb. cat. st. h. Academ. Taur. 1812. p. 68. *Peucedanum rablense* var. β. *Bellardi* DC. l. c. *Peucedanum lineare* var. Spr. syst. l. p. 909. n. 10.

fatte negli ospedali quando era medico delle Armate, trattati scritti con eleganza, chiarezza, e precisione, ed in modo ad allettare gli allievi al loro studio, ed a renderlo dilettevole piuttosto che no, e così di un'utilità reale (1).

12.° Ebbi già ad accennare il catalogo delle stirpi dell'orto botanico torinese dell'anno 1813, che fu l'ultimo pubblicato dal Balbis (2); ma qui ci occorre parlarne più di proposito per riferire, inseguendo l'ordine cronologico, le altre specie da esso create, e con apposite diagnosi ivi succintamente descritte. Eccole nell'ordine alfabetico che vi stanno poste. 1.° *Apocynum intermedium* (p. 13) omesso dagli Autori più recenti forse per la grande affinità che vi si ravvisa coll'*A. cannabinum* L., dal quale si distingue appena per essere alquanto più velloso. 2.° *Campanula baldensis* (p. 20) riferita dallo Steudel alla *C. Lorey* del Pollini che è veramente la stessa, ed amendue taciute dallo Sprengel; qualunque però sia il nome che si voglia ritenere, la specie, sebbene prossima alla *C. patula*, è nuova, e si distingue da questa principalmente per la ruvidezza di tutte le sue parti. 3.° *Carduus dubius* (p. 21) ottima specie indigena del nostro Piemonte, confermata dallo Sprengel, sebbene egli ne taccia la stazione indicata però in detto catalogo, cioè lungo il torrente Ervo poco lungi dalla città d'Acqui. 4.° *Cassia cernua* (p. 22), la quale si riconobbe poscia essere la stessa che la *C. sulcata* già descritta da DC. nel catalogo dell'orto di Monpellieri ed ora riferita nel suo Prodromo vol. 2. p. 498. 5.° *Clitoria Broussonetii* (p. 26), nuova stirpe, la cui patria s'ignora, annoverata in oggi dal DC. fra le *Cologanie* di Kunth, ma che io giudico doversi piuttosto riferire al genere *Galactia* di P. Brown, e che ritengo sotto il nome di *G. Broussonetii* ne' miei manoscritti; essa ha molta affinità colla *Clitoria*

(1) *Materies medica praelectionibus academicis accommodata*, auctore Jo. Bapt. Balbis etc. MDCCCXI in aedibus Academiae Taurinensis typis Vincentii Bianco, 2. vol. in 4.

(2) Ved. sopr. p. 7. nota 1.

Galactiae L., ora *Galactia pendula* di Persoon. 6.° *Delphinium verdunense* (p. 51), lo stesso che il *D. Garumnae* Lapeyr. se crediamo allo Steudel, amendue omessi dai moderni, e che sarà probabilmente sotto qualche altro nome annoverato dal DC. nella sezione del *Delphinellum*, giacchè Balbis ci assicura avere il nettario a due petali; uno fra i caratteri che costituiscono quella sezione. 7.° *Gladiolus elatus* (p. 38), pianta nata da' semi provenuti dal Capo di Buona-Speranza, affine al *Gl. communis* L., ma più alta coi fiori più intensamente porporini. 8.° *Gnaphalium asteroides* (p. 38) omesso dai moderni, prossimo al *Gn. collinum* al dir dell'Autore, e da me non conosciuto. 9.° *Hedisarum corsicum* (p. 39) annoverato dal DC. come sinonimo dell' *H. capitatum* Desf., ed omesso dallo Sprengel; raffrontati i miei esemplari, io lo credo piuttosto l' *H. pallidum* dello stesso Desf., e tale lo ritengo ne' miei manoscritti. 10.° *Hieracium Villarsii* (p. 41) lo stesso che il *H. saxatile* Vill., cui l'Autore cangiò il nome triviale per non confonderlo coll' *H. saxatile* di Jacquin; quella pianta pare essere identica con quella in oggi conosciuta sotto il nome di *Apargia Villarsii*. 11.° *Iberis Molinerii* (p. 43) che è l'*I. ciliata* dell'Allioni, diversa dall' *I. ciliata* di W.; il chiarissimo signor Candolle stimò meglio conservarle il nome datole dall'Allioni come più antico, e chiamò *taurica* la *ciliata* del W. (1). 12.° *Iris sylvatica* (p. 44) a torto omessa dallo Sprengel e confusa coll' *I. graminea* di L., dalla quale si distingue costantemente per lo stelo più umile, le foglie più ampie ed assai più lunghe dello stelo istesso. 13.° *Morus pumila* (p. 52): le diversità addotte dall'Autore per distinguere questo gelsetto dal gelso comune, non posso crederle sufficienti per formarne una specie propria, la quale in realtà non venne adottata. 14.° *Nerium dubium* (p. 53) lo stesso del *N. flavescens* Spin., ricevuto bensì nel *Systema* di R. et S.

(1) DC. syst. p. 402.

ma che bene esaminato non può quasi separarsi dal *N. odorum* di AIT. del quale esso forma una graziosissima varietà a fiori giallognoli. 15.° *Solanum echinocarpon* (p. 73) creduto dall'Autore assai prossimo al *S. cornutum* LAM.; io non lo possedo nè il vidi mai; lo SPRENGEL non ne parla; e se si confronta la diagnosi del BALBIS con quella del BREDEMEYER riferita da R. e S. (1) di un Solano avente lo stesso nome triviale, convien dire che questo sia diverso dalla stirpe del BALBIS, conciossiachè questa ha le foglie *pennatifide*, e l'altra *intierissime*. 16.° *Varronia salvifolia* (p. 79): non trovo citata da verun Autore questa stirpe: lo SPRENGEL, il quale unisce il genere *Varronia* a quello *Cordia*, riferisce bensì una *C. salvifolia* di JUSS., ma la brevità delle frasi tanto del BALBIS quanto dello SPRENGEL non mi permette di pronunciare se quelle due stirpi siano identiche.

Tutte le narrate cose accrebbero grandemente la fama del nostro BALBIS e presso di noi, e negli esteri Paesi; e fu precisamente nell'epoca sovra citata, cioè dal 1801 al 1814 che egli fu eletto Membro di questa Accademia delle Scienze, Socio della nostra Società di Agricoltura che presedette, e corrispondente di molte straniere Società scientifiche; che egli aumentò le sue corrispondenze al segno che appena gli rimaneva tempo a' suoi lavori; che infine egli fu dal celebre WILLDENOW salutato colla dedica di un nuovo genere, la *Balbisia* (2), genere approvato da tutti i più moderni Autori, il quale comprendeva la sola *Balbisia elongata*, cui però nei tempi più recenti un'altra stirpe si aggiunse col nome di *B. caledoniae* (3).

---

(1) Syst. veget. vol. IV. p. 659.

(2) *Hoc genus in honorem cl. Jo. Bapt.* BALBIS, *Professoris Taurinensis dixi. W.* Sp. pl. III. p. 2314.

(3) SPRENG. syst. III. p. 569. Anche il CAVANILLES aveva in onore del BALBIS formato una *Balbisia* di una pianta nuova delle *Ossalidee* ritrovata nel *Chili*; ma questa non si sostenne perchè si riconobbe identica col *Ledocarpon chilense* di DESF., al dir dello stesso SPRENG. II. p 432.

Ma qui comincia un'altra epoca non meno dolorosa per lui, quanto gli era stata la prima, sebbene egualmente luminosa che la seconda.

Ristorate nel 1814 le cose politiche nella Patria nostra, egli cessò dalla carica di Professore e Direttore dell' Orto, e non fu compreso nella nuova pianta della Reale Accademia; però non andò guari che per munificenza Sovrana se gli diede il titolo di Professore emerito con assegnamento di un discreto stipendio; e qualche tempo dopo venne rieletto Socio di questa R. Accademia, e della R. Società d'Agricoltura.

Privo così da principio d'ogni impiego, erasi il BALBIS ritirato in una piccola casa di campagna situata nella regione detta della *Crocetta* ad un mezzo miglio di distanza da Torino presso all'Orto sperimentale della nostra R. Società di Agricoltura, la cui direzione erasi confidata al Chimico Evasio BORSARELLI, Membro della stessa Società, proprietario della suddetta casa, uomo altrettanto generoso, quanto perito nell'arte sua, ed intimo amico di lui: ivi si tratteneva il BALBIS ora a porgere ajuto e consiglio al Direttore intorno alle esperienze praticate nell' Orto, ora a coltivare alcune rarissime piante in un orticello attiguo al suo abituro, ora a ricevere colla massima cordialità gli amici, ed i forestieri che lo visitavano, ora a dare sesto al suo ricchissimo erbario, ora a descrivere piante, ora e di giorno e di notte a visitare i poveri infermi del vicinato, ed a prestare loro gratuitamente i soccorsi dell'arte, e sempre ad occuparsi per accumulare nuove cognizioni.

E non si dee qui passare sotto silenzio che il nostro Botanico era in quell'epoca, come in generale lo erano in ispecie i Botanici italiani e tedeschi, talmente nemico del metodo così detto naturale, e talmente ligio al sistema Linneano, che si adirava perfino talvolta qualora se gli parlava, non già di preferenza comparativa, ma della sola utilità che dal primo poteva ricavare la scienza; e si fu appunto in quel ritiro che, pregato da un suo amico, il quale però era quanto lui Linneano, di sagrificare alcune ore allo studio

particolare del *Genera plantarum* di Jussieu, dell'allora recente *Théorie élémentaire* del Candolle, e degli opuscoli del R. Brown., vi accondiscese, ed in poco tempo pervenne a conoscere perfettamente l'utilità di quel metodo, come ne diede poscia non equivoche prove nella sua *Flora lionese*, della quale avremo occasione di parlar di proposito.

Intanto erasi dal chiarissimo sig. Nocca, allora Professore di Botanica nella R. I. Università di Pavia, progettata la pubblicazione di una Flora di quei dintorni, la quale vide poscia la luce in due volumi, il primo nell'anno 1816, e l'altro nel 1821 sotto il nome di *Flora ticinensis* (1). Seppe il Professore pavese profittare dell'involontario ozio di Balbis, e degl'immensi suoi lavori, e del generoso suo cuore nell'invitarlo ad essere il suo collaboratore in un così esteso ed arduo lavoro; e non andò errato nel suo progetto, avvegnachè alcuni anni abbia desso consunto alla peregrinazione di quelle campagne, alla determinazione, e descrizione delle piante che vi sono spontanee, insomma a radunare gran parte del materiale di cui quella Flora è composta (2).

---

(1) *Flora ticinensis seu enumeratio plantarum quas in peregrinationibus multiplicibus plures per annos solertissime in papiensi agro peractis observarunt et collegerunt* Dominicus Nocca *et* Joannes Baptista Balbis, *publici rei herbariae Professores:* Tom. I. class. I-XIV. Ticini, ex typographia Jo. Jacobi Capelli, 1816 - Tom. II. class. XV-XXIV. idem 1821. Tre sole specie nuove trovansi ivi registrate, le quali sono omesse dallo Sprengel, cioè *Medicago Noccae* (tom. 2. p. 74. tav. 1) molto affine alla *M. carstiensis* di Jacquin, ma che Balbis credette diversa per non avere essa le foglie dilatate alla base, e principalmente per avere gli aculei del legume capillari e raggianti: *Clavaria setosa* (l. c. p. 345. t. 28. f. 2) trovata nei prati umidi presso i muschi: ed *Erineum urediniforme* (l. c. p. 369. t. 20. f. 3) che nasce sulla superficie inferiore delle foglie dell'*Alnus glutinosa* Willd.

(2) Non credasi già che con questa osservazione io ardisca di detrarre la menoma parte al merito del Prof. Nocca, il quale mi onorò sempre della sua amicizia, ed al quale la scienza è debitrice di moltissime dotte scritture: io ripeto soltanto un fatto attestato dai due dei primarii Botanici dell'Europa, dal Candolle il quale nel suo cenno necrologico del Balbis (*Bibl. univ. février* 1831. *p.* 214) dice: « Nocca avait depuis long temps recueilli » les matériaux d'une Flore des environs de Pavie, mais n'avait pas osé en entreprendre

Ed a malgrado di tale sua distrazione non poteva scostarsi il Balbis dalla Patria nostra, e dalle sue native produzioni, e dai suoi cari concittadini, avendo di quel suo amore dato un eminente contrassegno nella prefazione dell' Elenco delle più recenti stirpi, che egli pensava doversi aggiungere alla Flora pedemontana (1), lavoro che egli dedicò a questa Reale Accademia, e dove annovera per ordine alfabetico 302 piante per la maggior parte crittogame, fra cui sono nuove la *Caulinia intermedia*, il *Gymnostomum cuspidatum*, e lo *Xyloma carpini*, tutte omesse, non si sa per qual motivo, dallo Sprengel.

Questo eminente zelo dell'Autore in tempi per lui infelici cotanto prova quanto scapito abbia sofferto la Botanica del Piemonte nell'essere stato presso straniera nazione impiegato il Balbis, avvegnachè egli solo potesse in quell'epoca essere il ristoratore della *Flora pedemontana*, opera divenuta già di necessità estrema per elevare in questa parte la Patria nostra al livello della scienza, ed al grado cui sono pervenute le altre nazioni; se non che dobbiamo sperare dalla protezione che il Re nostro Signore accorda alle Scienze, dallo zelo de' Magistrati cui è commessa la cura di questo ramo, e dall' indefesso studio dell'attuale nostro Professore,

---

» seul la rédaction : il s'associa Balbis dans cette entreprise, *ou plutôt la lui confia tout » en entier* » ; dallo Sprengel, il quale nell' indice degli Autori, stampato in calce del 4.° volume del suo *Systema* alla pag. 349, accennando Balbis e la Flora ticinese, si spiega così : « eo *potissimum* et Dom. Nocca auctoribus ».

(1) *Elenchus recentium stirpium quas pedemontanae Florae addendas censet Jo. Baptista* Balbis *M. D. exhibitus die* 26 *maii* 1816. *Augustae Taurinorum ex Typographia Regia* -- di pag. 11 compreso un Elenco che l'Autore aveva già presentato all'Accademia nel 1806. Di questi Elenchi, riunitevi anche alcune piante dapprima omesse, si fece una ristampa con alcune addizioni a' piedi dell' Elogio dell'Allioni, scritto con somma maestria dal chiarissimo Prof. Buniva - *Réfléxions sur tous les ouvrages du D. Charles* Allioni *etc.* Turin chez F. Galletti.

di vedere fra breve compiuti in tal parte i voti de' seguaci di Flora.

La fama acquistata dal Balbis era tale presso le estere nazioni, che alcune gareggiavano per averlo, e la vinse la città di Lione, la quale chiamollo a se nell'anno 1819 per lo insegnamento della Botanica, e per la direzione dell' Orto, carica che si era sempre conferita ai più distinti Personaggi. Lione può meritarsi a giusto titolo il nome della culla de'Botanici francesi avendo dato il giorno ai celebri fratelli Jussieu, al Pertolazzi, al De-la-Tourrette, al Sonnerat, al Gilibert, ed al Dejean, al quale succedette immediatamente nello insegnamento il nostro Balbis: e quanto sia stato dall'esito coronata la scelta di quel Consiglio municipale, ne faranno fede i brevi cenni che passo a dare sulle cure di lui.

Una delle sue prime sollecitudini fu quella di dare un ordine al vasto Orto botanico di quella Città, il quale negli ultimi tempi erasi alquanto trascurato; riprese perciò le corrispondenze che già aveva in Torino coi Professori e Direttori dei principali Orti d'Europa, e per mezzo d'un'annua pubblicazione dei catalogi de'semi da commutarsi, ne spediva e riceveva annualmente una copia per cui potè arricchire e l' Orto suo, e quelli de' suoi corrispondenti di rare e nuove piante. Ottenne inoltre che una nuova e vasta conserva vi fosse costrutta, e nulla tralasciò di quanto potesse contribuire all'abbellimento di quel giardino, la cui ridente situazione non potrebbe desiderarsi migliore.

Eguale impegno pose pure a riordinare l'Erbario, aumentando nello stesso tempo quello suo proprio, che seco aveva fatto trasportare, tanto di piante esotiche, quanto di quelle dei dintorni di Lione, e del monte *Pilat*, che, quantunque fuori territorio, figurò sempre nella statistica botanica del Lionese.

Le sue corse botaniche erano perciò frequentissime, e ne era secondato non solamente da' suoi allievi, ma ben anche da molti amatori che frequentavano la sua scuola, fra cui si distinguevano parecchie Signore, e fra le altre la Dama Lortet, il cui infatigabile zelo,

al dire del BALBIS, l'aveva posta al primo rango dei Botanici della Provincia (1).

Ma il principale divisamento del nostro Professore era quello di pubblicare una Flora lionese, che, a malgrado dei valenti Botanici i quali lo avevano preceduto, mancava ancora alla Francia già ricca di parecchie Flore parziali delle Provincie anche meno vaste e meno felici per la vegetazione; a questa principale mira erano dirette le sue peregrinazioni ed i viaggi che fece a Parigi ed a Ginevra all'oggetto di consultare gli immensi Erbarj del Museo di Storia Naturale, e dei più celebri Botanici di quelle Città; e nessuno può esprimere con quale cordialità, per non dire entusiasmo, sia stato ricevuto il BALBIS da' que' Dotti, i quali andavano a gara chi fra di loro l'avrebbe più grandemente festeggiato.

Frattanto nel 1820 era nominato Membro della R. Accademia delle Scienze, della Società di Medicina, e di quella d'Agricoltura nell'anzidetta Città; nel 1822 vi fondava la Società Linneana; e nel 1826 tutte le presedeva; riceveva da' suoi corrispondenti piante secche, parecchie ne determinava, ed a' suoi amici comunicava.

Ed in proposito di queste comunicazioni non deesi passar sotto silenzio la ricca messe di piante delle Antille, procurategli dal suo più celebre allievo Collega nostro il Dottore BERTERO all'occasione del suo primo viaggio per quelle Isole: migliaja di stirpi, fra le quali parecchie affatto nuove e quasi tutte rarissime, molte di cui accompagnate da descrizioni od altre note interessanti dallo insigne scopritore estese sul luogo e sulle piante vive, componevano quella raccolta, la quale opportunamente si sarebbe potuta conservare intatta per servire alla compilazione di una Flora di quei paesi, e specialmente della Guadalupa, le cui regioni furono con maggiore ozio e più minutamente visitate da quel valoroso viaggiatore; ma fossero le grandi occupazioni del BALBIS, o la modestia sua temendo di non riuscire perfettamente in cotale ardua impresa, ovvero ancora il desiderio suo che tosto si rendesse palese il nome

(1) Flore lyonnaise, préface pag. XII.

del Bertero, il fatto sta che egli partecipò a' più celebri Botanici d'Europa quelle fra le piante che giudicò più rare, onde ne avvenne il male che desse furono separatamente pubblicate in parecchie memorie, e particolarmente nelle opere universali del *Prodromus* del Candolle e del *Systema* dello Sprengel, non senza frequenti ripetizioni e varie contraddizioni, e spesse volte con differenti nomi, e con semplici frasi inette per lo più a farne conoscere i genuini caratteri di distinzione.

Ora non vi sia discaro che io vi accenni con quanta affettuosità, e generosità non solamente contraccambiasse il Balbis pendente la sua dimora in Lione di dieci e più anni le officiosità ricevute da' suoi amici, ma come ben anche trattasse con ispeciale riguardo tutti i suoi concittadini Piemontesi che andavano a visitarlo; e possiamo asserire che nessuno esiste fra i nostri di qualsivoglia condizione, siasi anche di passaggio ritrovato in quella Città, il quale non abbia ricevuto da lui qualche benefizio; tanto e sì grande era il suo cuore, e tanto agiva su questo il sacro amore di Patria a dispetto di ristrettissima fortuna!

In mezzo a tante cure, a tanti affetti, a tanti contrasti, comparve infine alla luce quell'opera la quale doveva terminare la luminosa carriera dell'amico nostro, ed al nome suo immortalità acquistare: voglio dire della *Flora lionese* (1), la cui analisi sarebbe nella mia narrazione soverchia per ritrovarsi più o meno estesa nei differenti giornali scientifici, e specialmente poi nel Repertorio medico-chirurgo di Torino n. 31, serie seconda, analisi fatta dal sig. Dottore Collegiato Bonino, altro degli insigni allievi del Balbis, alla quale e per la concisione, e per l'esattezza, e per la verità che traluce in tutte le osservazioni, nulla

---

(1) *Flore lyonnaise ou description des plantes qui croissent dans les environs de Lyon, et sur le Mont Pilat, par le Docteur J. B.* Balbis - Lyon, imprimerie de C. Coque, tome premier, 1827 - in due parti di p. 890 oltre la prefazione e la tavola sinottica de' generi - tome II. 1828 di p. 371 compresa la tavola generale.

si potrebbe aggiungere: mentre pertanto io mi riferisco intieramente a questa dotta scrittura, accennerò le specie nuove che nella anzidetta Flora s'incontrano, sebbene già rilevate dal Dottore Bonino, acciocchè da questo mio qualunque siasi Elogio possa il Leggitore come in un solo quadro riconoscere tutte le stirpi create dal Balbis (1): desse sono quanto alle piante *vascularie esogene* (dicotiledoni), il *Hieracium Lortetiae*, stirpe raccolta sul monte *Pilat* dalla sovra menzionata signora Lortet e ad essa meritamente dedicata; e quanto alle *cellularie* (acotiledoni), il *Lycoperdon Michelianum* così chiamato in onore del celebre Micheli, e nascente in autunno sulla terra sabbioniccia; il *Lycoperdon castaneaeforme* prossimo all'*ardosiaceum* del Candolle, trovato nei pascoli del monte *Pilat* fisso al terreno per un leggerissimo punto; la *Peziza amplissima* raccolta dal sig. Aunier sulla nuda terra; l'*Erineum Pruni* sparso sulla superficie inferiore delle foglie del *Prunus domestica*; e finalmente la *Telephora Montagnea* scoperta dal sig. Chirurgo Montagne sotto l'epidermide dei giovani rami del *Fraxinus excelsior*.

Ma fossero queste sue straordinarie fatiche, o le privazioni ed affezioni dell'animo che in tante vicende aveva il Balbis pazientemente tollerate, o la riunione di più cagioni, andavano le forze sue lentamente bensì, ma sensibilmente diminuendo, come dalla stessa corrispondenza sua, anche i suoi amici lontani se ne accorgevano, e come il vidimo noi tutti fin dalla prima sua gita che fece in Torino nell'autunno dell'anno 1827; per quali cagioni fu poi costretto nel 1830 a chiedere replicatamente di essere dispensato da ogni sua carica, dimessione che ottenne dappoi non

---

(1) Qui intendo di parlare delle sole stirpi nuove create e *pubblicate* dal Balbis, mentre ben molte altre s' incontrano nelle opere di differenti Autori citate come sue, ma da esso *non pubblicate*, quali sarebbero l'*Acacia Spinii* DC. Prodr. II. 460, della quale io diedi la descrizione e figura nell'*Append. III. ad H. Ripul.* tab. V; il *Ranunculus cymbalariaefolius* Moris St. Sard. I. p. 2; il *Carduus Morisii* - Moris l. c. p. 25 ecc. ecc.

senza grave rincrescimento di quel Corpo Municipale che glielo attestò anche nell'avergli procurata un'annua assegnazione rilevante alla metà dello stipendio, e non senza rammarico de' suoi nuovi concittadini i quali presagivano da essa un'eterna separazione da lui.

Diffatti in settembre dell'anno stesso, preso da essi lagrimevole commiato, se ne partì alla volta di Torino seco facendo trasportare la scelta sua Biblioteca, ed il ricchissimo Erbario che con tanta fatica e perizia aveva in sì lunga serie d'anni accumulato, e che sempre aveva tenuto separato da quello dell'Allioni, stato depositato presso i suoi Parenti in Moretta.

Dell' Erbario dell'Allioni dispose in dono a favore del chiar.mo sig Matteo Bonafoux, uno de' più zelanti coltivatori della Storia Naturale, giusto ammiratore, e generoso amico del Balbis.

L' Erbario poi particolare legò egli al suo prediletto nipote Dottore Vincenzo Balbis, figlio dell'unico di lui fratello Dottore anch'egli in Medicina che con molto successo esercita in patria sua (1).

Se non che nulla godette il Nipote delle largizioni dello Zio, del quale era la più cara speranza (2), imperciocchè pochi mesi dopo la morte di questi fu egli colto da improvvisa encefalitide per cui cessò di vivere nel fior dell'età sua e nelle braccia degli afflittissimi Genitori, i quali, nel breve spazio di alcuni giorni,

---

(1) Quest' Erbario particolare passò poscia alla Regia Università per sollecitudine del Professore Moris e per ispeciale cura di S. E. il Primo Presidente Capo del Magistrato della Riforma, C. Gloria, il quale nei primi giorni del felice avvenimento al Trono del Re nostro Carlo Alberto per la protezione che egli accorda alle Scienze, ne ottenne l'acquisto; ed ora trovasi depositato nelle sale dell' Orto Botanico coi molti altri Erbarii che le arricchiscono.

(2) Il Dottore Vincenzo Balbis, giovane di acutissimo ingegno, appena terminata la sua pratica sotto la direzione dell' insigne Professore Dottore Rizzetti, si occupava assiduamente alla cura degl' infermi del Regio Spedale di S. Gioanni di questa Città, ed ambiva ad essere aggregato al Collegio di Medicina; il perchè aveva già pronti alcuni trattati, onde con fondamento egli formava la più cara speranza dello Zio nubile.

dovettero pure compiangere la perdita di una loro amata figliuola: e così cruda morte ti facesti doloroso giuoco degli oggetti più cari di una delle più rispettabili famiglie!

Si perdoni al mio giusto cordoglio questa breve digressione dal filo del mio dire, e di ritorno al nostro Professore, additerò che di giorno in giorno si spegnevano in lui le forze fisiche, e le facoltà intellettuali, e la sua solita vivacità, e perfino quella ilarità che gli era per così dire propria, e che mista con qualche lagrima mostrava egli soltanto al momento in cui un amico se gli approssimava; emozione la quale dipinse al vivo il suo cuore sino all'estremo sospiro, che avvolgendo l'anima sua portolla in Cielo nel mattino del 13 febbrajo 1831.

Ma un'eterna testimonianza del merito suo, e del rispetto alla sua memoria diedero tosto i veri suoi amici ed ammiratori de'suoi pregj, coll'avergli fatto erigere nel Campo-Santo un decoroso monumento (1); mentre i giornali scientifici con cenni necrologici

---

(1) Questo monumento, il cui disegno debbesi al chiarissimo signor Ingegnere Gaetano Lombardi, autore del progetto del Campo-Santo, e la cui esecuzione fu diretta dall'egregio sig. Professore Giacomo Spalla, ha in altezza metri 5 ed in base metro 1 in ogni lato: esso presenta un'elegante piramide tronca di marmo bianco di Frabosa, alla base della quale in sul lato rivolto ad Aquilone vedesi scolpita la effigie del defunto. La piramide posa su di un piedistallo, che le serve di basamento, dello stesso marmo, con cimasa a frontispizii ed orecchioni, in uno de' quali frontispizii, cioè in quello sottoposto all'effigie, vedesi in basso rilievo la *Balbisia elongata* rovesciata quasi in atto di dolore; e nel dado del piedistallo fra due fiaccole parimente rovesciate dal dado stesso ricavato in basso rilievo, leggesi la seguente iscrizione:

JO. · BAPTISTAE . BALBIS
OPTIMO · CIVI
ET · REI · HERBARIAE · CULTORI
INTER · ITALOS
SUMMO
AMICI
POSUERUNT
1831

ripieni di giusti elogii, annunziavano all' Europa la perdita che la scienza e gli amici avevano fatta per la morte di lui (1).

Termino la mia narrazione, gli occhi stillanti, con riferire il testo di una nota cordialmente rimessami sulle mie preghiere dal nostro non mai abbastanza celebrato Professore Canaveri, il quale in compagnia delli chiarissimi signori Professori Buniva e D. Alfurno assistette il Balbis nella sua ultima infermità.

« Maestoso d'aspetto (dice egli), ben fatto della persona, d'alta
» statura, e di costituzione quant'altri felice, prometteva il Dottore
» Balbis una tarda longevità, cui sarebbe sicuramente pervenuto,
» se, troppo confidando nella natia sua robustezza, accinto non
» si fosse a studj e lavori di troppo alle sue forze superiori, i
» quali sopra il suo petto fecero specialmente impressione per
» essere questo rispettivamente men forte, e perchè il nostro
» Dottore fin da' primi anni di sua luminosa carriera usò sempre
» di levarsi alcune ore prima del giorno con rimanersi seduto e
» quasi immobile e fisso in lunghe e serie meditazioni.

» E di qui nacque la lunga e penosa malattia che lo tolse di
» vita.

» Affannoso nel respiro, anche ad un leggier moto, nè più atto
» ad un lungo parlare, soffrì alcune fiate sputi sanguigni annun-
» ziatori di maggior rovina, finchè nell'ultimo mese del viver suo,
» fatto più ansante e debole di forze, colto fu da nuovo sgorgo
» cruento, da tosse, da grande ansamento, e da febbre, che,
» dopo una lunga e penosissima lotta che fu una vera agonia di
» molti giorni, lo spensero.

---

(1) Veggasi specialmente l'annunzio del Candolle nel sovracitato volume della *Bibliothèque universelle*, ove, dopo avere accennate le opere del Balbis, l'Autore termina così: « son » coeur, son caractère moral font une partie nécessaire de l'éloge de ses travaux, tant il » savait unir ses affections et ses goûts scientifiques. Je ne crains donc pas d'exprimer ici » les regrets profonds de l'amitié après avoir rappelé les services que Balbis a rendus à la » science. »

» Egli stesso conobbe l'estremo suo pericolo, ed esso prima,
» senza l'altrui consiglio, prontamente chiese i soccorsi della Re-
» ligione, dichiarò mortale la sua malattia, e consolava i congiunti
» e gli amici, e con invitto coraggio mirò il vicino suo termine.
» Se dal finire s'argomenta rettamente la vita, è forza il dire,
» che dessa fu tutta e virtuosa e forte e generosa ».

MEMORIE

DELLA CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, E MATEMATICHE.

ESSAI GÉOGNOSTIQUE

DANS LES DEUX VALLÉES VOISINES DE STURA ET DE VINAY

PAR ANGE SISMONDA

ASSISTANT À L'ÉCOLE DE MINÉRALOGIE

Lu à la séance du 17 février 1830.

En parcourant la vallée de la Stura et de Vinay pour faire des recherches minéralogiques, je me suis aussi occupé de quelques observations géognostiques, que j'ose soumettre au jugement de cette illustre Académie, dont j'implore l'indulgence pour ce premier essai de mes études.

La première est parcourue par une rivière nommée, la Stura, qui lui donne son nom. Cette rivière prend sa source à l'Argentière, et vient aboutir à Coni, dans un terrain de transport, que M.r Brongniart appelle *Clysmien*, et qui appartient au genre que le même Auteur a nommé *Détritique* dans son nouvel ouvrage de 1829, qui a pour titre, *Tableau des terrains qui composent l'écorce du Globe.*

Les montagnes, qui bordent les deux côtés de la rivière sont presque toutes calcaires; elles alternent avec des roches fragmentaires, et des phyllades.

Ces roches en général sont situées par bandes, dont plusieurs ont une extension considérable. Cependant je n'ai pas observé une seule de ces bandes particulières se prolonger sans interruption d'une extrémité à l'autre de la vallée.

Il est vrai, que quelques uns de ces groupes ont pris une extension assez considérable pour faire croire qu'elles forment des terrains particuliers; mais cette idée est bientôt abbandonée lorsqu'on trouve que toutes ces formations alternent entr'elles, de manière, que celle qu'on voit dominer dans une localité, se trouve subordonnée dans une autre; et cette manière d'être prouve assez bien, que tous ces groupes appartiennent à une seule, et même formation.

Ces roches passent très-souvent des unes aux autres, en présentant beaucoup de variétés. Pour éviter des répétitions, je me contenterai de donner dans cet Essai une courte description de celles, qui méritent le plus d'attention de la part du géognoste.

Le calcaire de cette contrée s'étend jusque dans la vallée de Vaudier, située au sud de celle de la Stura. Dans la partie qui se trouve au nord dudit pays Vaudier, notre Gouvernement possède des carrières qui fournissent un excellent marbre très-connu, d'un blanc légérement gris-cendré, qui de nuance en nuance passe au gris-bleuâtre.

Dans un temps, ces carrières ont fourni des masses d'une grosseur assez considérable; comme le font voir plusieurs monumens, parmi lesquels je me contente de citer les superbes colonnes qui ornent l'Eglise du S. Esprit de notre Capitale, mais aujourd'hui on en tire à peine de quoi faire des petites tables.

Le calcaire de la vallée de la Stura présente des variétés extrémement nombreuses dans sa structure. Les principales peuvent se réduire au calcaire compacte, et au calcaire schisteux; et toutes les autres n'en sont que de simples modifications: les couleurs les plus communes de ces calcaires sont le gris-cendré, passant par différentes gradations au noir.

Le calcaire très-varié en nuances se présente tout au long de la contrée, avec une pâte, qui n'est pas assez fine pour recevoir un beau poli. Sa cassure est écailleuse, passant à la cristalline.

On ne trouve pas dans cette vallée de grandes masses de calcaire, qui soient entièrement noires: celui qu'on a exploité à Mojola, subordonné au calcaire gris, est noir, traversé de veines spathiques blanches.

Près de Demonte, et au milieu de la vallée se trouve une roche isolée, sur laquelle fut jadis bâti le fort de ce nom: la moitié de cette roche qui regarde Demonte est formée par une variété de calcaire, qui est noir traversé de veines jaunes, et blanches, comme celui de Porto Venere sur le Cap Occidental de la Spezia, et l'autre moitié qui regarde Coni, est de calcaire gris, veiné de blanc. Cette chaux carbonatée donne une odeur de bitume, lorsqu'elle est frottée avec un corps dur: ce qui avait déjà été observé par M.r De Robilant dans la haute vallée; mais que personne jusqu'à présent n'avait remarqué dans le calcaire de la basse vallée. On ne doit pas oublier cependant, que cette odeur bitumineuse ne se manifeste, que, lorsque cette chaux carbonatée est échauffée par le soleil, ou artificiellement.

La stratification de ce calcaire est nette, et bien déterminée. De temps à autre on y rencontre des espèces de grottes, qui ont une profondeur de deux à cinq mètres. On rencontre aussi à divers étages de ces montagnes des plâteaux, qui sont si ordinaires dans les montagnes calcaires, dont les plus spacieux ont environ vingt mètres carrés: ils sont supportés par une roche abrupte, qui termine à sa sommité par des escarpemens très-élevés, et presque sans verdure.

La stratification, et les grottes qu'on vient d'annoncer, peuvent s'observer dans une localité nommée *Borbone*, qui se trouve entre Demonte, et Aisone.

Dans toutes les roches, qui forment le terrain de cette vallée, on ne saurait distinguer une série de superposition bien déterminée:

cette manière confuse d'être ne m'a pas permis de suivre l'ordre d'observation, et de description que je m'étais proposé dans ce court voyage : c'est-à-dire de commencer par les formations plus nouvelles, et de descendre ensuite aux plus anciennes. C'est l'absence de cet ordre de succession régulière dans la formation de ce terrain, qui m'engageat à placer ici les différentes roches qui le composent, plutôt d'après leur structure, et leur nature minéralogique, que d'après leur position relative.

Suivant ce principe nous devons à présent nous occuper d'une roche, propre aux terrains de transition, que M.r Brongniart, dans son nouvel ouvrage cité ci-dessus, appelle terrains *Hemilysiens*, et du genre qu'il a nommé *Fragmenteux*.

Cette roche est la même que ce célèbre Auteur appelle *Anagénite*, et que les mineurs du Hartz, à cause de sa couleur, ont nommé *Grauwacke* : nom aujourd-hui reçu par tous les Allemands. Cette roche fragmentaire est tout-à-fait semblable à celle qui se trouve à Trient dans le Vallais, et, comme celle-là, elle est traversée par des veines cristallisées : elle fait effervescence dans l'acide nitrique, lorsqu'elle a été mise en poudre.

Les roches soit homogènes, soit hétérogènes, qui ont concouru à la formation de cette anagénite, semblent appartenir en grande partie aux terrains de transition, soit *Hémilysiens*, et en partie aussi aux terrains primitifs, soit *Agalysiens*.

Cette roche se trouve tout au long de la vallée, mais plus particuliérement entre Demonte, et Aisone, en couches presque toujours subordonnées aux groupes schisteux. Elle appartient par conséquent, dans l'idée des neptuniens, à la partie plus ancienne de ce terrain.

Lorsque l'anagénite vient à manquer, ce qui arrive bien souvent, elle est remplacée par les schistes, ou phyllades soit satinés, soit pailletés, soit par des ardoises etc., qui sont les roches, qui unies au calcaire forment la plus grande partie du terrain intermédiaire de cette vallée, sans qu'on puisse décider avec certitude quelle est la

variété de ces deux roches qui domine. Mais d'après ce que j'ai pu observer, l'une est aussi répandue que l'autre.

Quelques-uns de ces schistes ont beaucoup de ressemblance avec certains schistes primitifs : ils sont également très-communs aux deux côtés de la vallée. En quelques endroits ces schistes surmontent le calcaire, et se mêlent avec lui : en général ils sont très-nettement stratifiés ; mais, en les suivant pendant quelques lieues, et dans plusieurs endroits de la vallée, comme je l'ai fait, on voit souvent que leur stratification tient à prendre une forme ondulée, et contournée.

Ces phyllades, et notamment les satinés, et paillettés, sont, comme ceux des alpes de la Tarantaise qu'a decrits M.r Brochant, traversés par des veines de chaux carbonatée spathique, et de quartz. Tout près de Demonte, on voit un filon de quartz dans le phyllade pailleté, qu'on a exploité pour alimenter la fabrique des cristaux de la Chiusa, près Coni. Dans ce filon on trouve de beaux cristaux de chaux carbonatée, et du fer spathique, mêlés à son péroxide hydraté.

En résumant tout ce que je viens de dire plus haut, sur la texture, la nature, et surtout, sur la succession qui existe entre ces roches de nature diverse, et particulièrement entre la roche fragmentaire, c'est-à-dire de celle qui est formée par les débris des autres, nous sommes engagés à les rapporter à la classe des terrains de transition soit *Hémilysiens*. J'observe en outre que toutes les roches ci-dessus annoncées ont une grande ressemblance minéralogique, et géognostique, avec celles de la Tarantaise, qui sont mises dans la classe des terrains intermédiaires par beaucoup de Géologues.

Je ne dissimule pas, que, pour classifier avec plus de précision dans les terrains semi-cristallisés, soit *Hémilysiens*, les roches de la vallée inférieure de la Stura, il nous faudrait des indices de corps organisés fossiles, caractérisant particulièrement la formation intermédiaire ; indices, qui jusqu'ici ont échappés aux recherches

les plus exactes faites soit par moi-même, soit par d'autres personnes, parmi les débris, et les crevasses que les agens atmosphériques, ont opéré sur ces montagnes: malgré celà je ne crois pas devoir changer d'opinion, puisque, lorsque M.r Brochant publia en 1807 son excellent Mémoire sur les roches de la Tarantaise, dont les résultats ont été reçus par tous les Minéralogistes, on n'avait pas encore trouvé des coquilles ou autres indices d'organisation parmi ces montagnes, qu'il avait cependant placées par anticipation parmi les terrains de transition; et ce ne fut qu'après un laps de temps assez considérable, que mon savant Professeur Borson, les fit connaître le premier, dans une notice publiée dans le volume XXXIII des Mémoires de cette Académie. Il est très-probable que la même chose arrivera pour les roches de la Stura, d'autant plus, que dans la partie supérieure de cette vallée, près Sambucco, où le calcaire, et toutes les autres roches conservent les mêmes caractères minéralogiques, et géognostiques, on trouve des bélemnites, et des ammonites. Ces fossiles, selon MM.r Daubuisson et Poirier de Saint-Brice, sont des témoins irréfragables des terrains de transition, ou *Hémilysiens*.

Or ces bélemnites, et ces ammonites, dans cette partie de la haute vallée, ont été trouvés par le savant Naturaliste Allioni, et décrits dans son Oryctographie Piémontaise pag. 50 et 52, et ensuite cités par M.r le Chevalier De Robilant, dans son précieux Essai Géographique des États de S. M. (*a*).

En remontant cette vallée de la Stura, sur la gauche, on trouve une montagne dite *Bergemoletto*. C'est presque à la sommité de cette montagne, que M.r Curton, Ingénieur des mines, et Directeur de celles de Vinay, a fait ouvrir de nouveau une galerie pour la recherche du plomb sulfuré argentifère. Dans cette ga-

---

(*a*) V. Mém. de l'Acad. tom. I. pag. 153.

lerie j'ai trouvé pour la première fois des cristaux de plomb carbonaté, que je ne crois pas avoir été rencontrés jusqu'ici, dans les autres mines de plomb, qu'on exploite dans les États de S. M.

Ces cristaux sont tantôt blancs, transparents, tantôt jaunâtres, et presque opaques. Ils sont tendres, et rayent à peine le calcaire: leur cassure est vitreuse, avec des reflets gras: leur forme est prismatique; mais il ne m'a pas été possible, dans les échantillons que je garde, d'en déterminer la variété, malgré l'éclat de leurs faces, et leur apparence de netteté. Car ces cristaux sont très-petits et mâclés, et ont leur sommité nichée dans la gangue: ce qui les rend informes, et très-confus.

L'acide nitrique concentré dissout très-difficilement ces cristaux; mais il opere très-bien, quand il est étendu d'eau. La dissolution est précipitée par tous les réactifs propres à déceler le plomb: chose que je laisse à part, parceque elle est très-connue.

Exposés au chalumeau, ces cristaux pètillent beaucoup, ce qui m'avait fait soupçonner qu'ils devaient contenir de l'eau; et ce que j'ai ensuite vérifié, en employant la méthode dont mon très-respectable Professeur, M.r Michelotti, s'est servi pour examiner la mine de Monteponi dans la Sardaigne (a).

Ces cristaux de plomb carbonaté se trouvent dans les cavités du quarz, qui sert de gangue au plomb sulphuré. J'ai examiné ce quarz, et j'ai trouvé qu'il contient également une petite quantité de plomb carbonaté.

Je n'ai rien à dire sur la manière qu'on peut l'utiliser, si on vient à le trouver en grande quantité (chose qui n'est pas hors du probable), parceque ce point a été trop bien traité dans le Mémoire ci-dessus cité du Professeur Michelotti pour ne laisser plus rien à désirer.

(a) V. Mémoires de l'Académie vol. XXX pag. 45.

Après avoir ainsi examiné une grande partie de la vallée de la Stura, toujours en compagnie de mon savant Professeur Borson, qui a bien voulu m'éclairer de ses conseils, et m'encourager à ces recherches ; nous nous sommes écartés à gauche, en nous dirigeant vers une branche de cette vallée, qui conduit aux bains très-connus de Vinay, et qu'on appelle pour cela la vallée des bains.

Cette petite vallée des bains est creusée dans un terrain que je crois primitif, et que je pense se rapporter à celui que M.r Brongniart appelle, dans l'ouvrage cité, *Agalysien Hypozoique*. Les montagnes latérales de cette petite vallée sont formées de gneiss, qui, d'après le même Auteur, diffère du granite, et par sa structure stratifiée, et par sa formation. Ce gneiss passe souvent à un véritable granite, et d'autres fois au micaschiste ; et toutes ces roches ont une stratification presque verticale.

Parmi les principes qui composent ce gneiss, le plus abondant est le felspath ; celui-ci se décompose très-facilement, et produit une terre, qui est entraînée par les eaux aux pieds des montagnes, où elle forme un sol assez fertile, qui augmente de jour en jour. Car c'est à cette même décomposition qu'on doit attribuer le détachement des blocs en partie déja tombés, en partie prêts à tomber, donnant à la vallée une forme découpée, et produisant de nombreux enfoncemens, qui ont reçu par les habitans différents noms : à cette cause continuelle de destruction, il faut ajouter l'eau, qui pénétrant dans leurs crevasses, et gelant pendant l'hiver, produit mécaniquement de pareils effets.

En quittant les bains, au bout d'une demi-heure de chemin environ, on monte à la minière de plomb sulfuré argentifère, qui est exploitée pour compte du Gouvernement, et dont le Directeur qui nous a comblés d'honnêtetés, et M.r Colombini, tous deux Ingénieurs des mines, nous ont fait voir les galeries établies à différentes hauteurs, au moyen des quelles on exploite le filon presque vertical de cette minière. Ce plomb sulfuré est mélé avec quelque peu de fer, et de cuivre pyriteux, d'antimoine, et

de zinc sulfuré. Ce dernier ne manque jamais; il abonde beaucoup; ce qui rend le lavage du minérai bien plus long, et plus difficile, parceque, s'il ne vient pas à être presque tout transporté par l'eau, le schilik qu'on obtient est d'un plus difficile traitement.

Il est probable, que ce filon qu'on exploite à droite, et à gauche de ladite vallée, existait jadis sans interruption d'un côté à l'autre: et il n'a probablement été rompu qu'à l'époque de la formation de la vallée, qui aujourd'hui les sépare.

On peut presque s'en assurer, en observant, que la gangue de la mine, et les roches, qui composent les montagnes, sont de même nature d' un côté, et de l'autre de la vallée.

La chaux fluatée amorphe, et quelque peu de chaux carbonatée, sont les minérais qui servent de gangue à ce filon de galène. La chaux fluatée est tantôt colorée en bleuâtre, tantôt en verdâtre, et tantôt en rose. On trouve dans les vides de ce filon des cristaux cubiques de chaux fluatée très-réguliers.

La petite vallée de Vinay est fermée par les montagnes dites *Corborant*. Ces montagnes appartiennent à deux formations bien distinctes: l'une, probablement *Neptunienne*, est, comme le restant de la vallée, formée de gneiss, qui passe au micaschiste, et ces roches stratifiées appartiennent aux terrains *Agalysiens*. L'autre, peut-être *Typhonienne*, est formée par un granite massif, avec structure porfiroide, qui s'élève de dessous le gneiss, et qui le recouvre ensuite. Ce gissement m'a engagé à regarder ce granite, comme appartenant à la classe des terrains, que M.r Brongniart a dernièrement nommés *Plutonique*, ou d'*Épanchement*, et non pas comme granite *Neptunien*, qui d'après des observations récentes, se trouve toujours comme roche subordonnée aux terrains stratifiés.

Dans ces montagnes, j'ai trouvé en grande quantité une substance noire, qui jusqu'ici fut prise pour de l'amphibole; comme d'abord je l'ai cru moi-même; mais, en l'examinant plus attentivement, je me suis convaincu, que c'est la tourmaline-schorl de M.r Brongniart.

Cette tourmaline, que, malgré mes recherches, je n'ai pu trouver regulièrement cristallisée, présente des prismes groupés très-alongés, qui forment des masses bacillaires, ou des agrégats de cristaux entrélacés, dont les intervalles sont remplis par la matière de la roche environnante.

Echauffée elle devient électrique; caractère qui n'appartient pas à l'amphibole: au chalumeau elle fond facilement, avec bouillonement, et donne un émail grisâtre. L'amphibole au contraire donne un verre noir; avec le borax, elle donne un verre transparent verdâtre; tandis que l'amphibole donne un verre moins intense en couleur.

Cette tourmaline se trouve dans un micaschiste, dont le mica n'est pas disposé comme à l'ordinaire; mais il est en grandes lames, rassemblées par nids. Dans ce micaschiste se trouvent aussi des grenats cristallisés en dodécaëdres rhomboidaux émarginés.

Tous près des galeries situées sur le versant du sud de la vallée, se trouvent des blocs de gneiss, parmi lesquels, j'en ai trouvé qui contiennent de petits cristaux d'epidote gris. Cet indice m'a engagé à faire des recherches pour le trouver en place; mais elles ont été vaines: et j'espère qu'avec le temps quelque observateur plus attentif, ou plus heureux, viendra le découvrir dans son gissement; parceque la conservation des angles dans les blocs, et dans les petits cristaux, ne laisse pas supposer qu'ils ayent été transportés là, par la grande débâcle qui à creusé tant de vallées dans les alpes.

MÉMOIRE

SUR

DEUX NOUVEAUX SELS DOUBLES D'ARGENT ET DE FER

PAR LE PROFESSEUR LAVINI

Lu dans la séance du 21 mars 1830

Dans mon Mémoire precédent, lu à l'Académie le 24 février 1828 j'ai décrit un sulfate double d'argent, et de fer obtenu dans une opération particulière, dans le quel j'ai cru devoir considerer le fer à l'état de tritoxide, et j'ai cerché à en déterminer la composition atomique ; j'ai annoncé en même tems, que j'allais m'occuper de l'examen du sel, qu'on obtient, ainsi que cela est connu depuis long tems, en précipitant une solution de nitrâte d'argent par le protosulfate de fer, dans le but de reconnaître si le fer s'y trouve dans le même état d'oxidation, et d'en déterminer de même les proportions des principes constituans. Ce sont les résultats de cette recherche, que je vais communiquer à l'Académie dans le présent

Mémoire. J'y ajoute l'examen du sel, que l'on obtient en précipitant la solution du nitrate d'argent par le tritosulfate de fer.

J'ai préparé une solution de nitrate d'argent parfaitement neutre, et je l'ai partagée en deux portions égales. Sur l'une j'ai versé une solution de protosulfate de fer, sur l'autre une solution de tritosulfate du même métal.

La solution de nitrate d'argent mêlée avec celle de protosulfate de fer, étant renfermée dans une petite bouteille, laissa déposer de l'argent métallique; mais au bout de quelques mois l'argent a disparu, et a formé avec le sel de fer un sel de couleur jaune d'ocre, dans lequel on ne pouvait apperçevoir la plus petite parcelle d'argent métallique.

L'autre partie de la solution qui a été mêlée avec le tritosulfate de fer, a formé d'abord un précipité jaunâtre, qui, après quelque tems, étant souvent rémué, se réduisit en une poussière d'une couleur semblable à celle du précipité par le protosulfate, mais beaucoup plus foncée.

Examen, et analyse du sel provenant du mélange du nitrate d'argent avec le protosulfate de fer.

Une grande quantité d'eau a été nécessaire pour dissoudre le dépot formé par ce mélange: la solution étant filtrée, abandona sur le filtre une certaine quantité d'oxide de fer. Soumise à l'évaporation la liqueur devint noirâtre, et finit pour déposer de petits cristaux disposés en forme d'ailes, et qui paroissaient de forme prismatique.

Un gramme de ce sel cristallisé fut dissout dans une suffisante quantité d'eau: il en a fallu presqu'un litre pour la complète so-

lution, ce qui fait en poids environ milles parties d'eau pour en dissoudre une de sel.

En décomposant ce gramme de sel par le moyen de l'hydro-chlorate de soude j'ai obtenu 0,856 gram. de chlorure d'argent, ce qui répond à 0,645 d'argent, lequel porté à l'état d'oxide donne 0,693. La même solution précipitée par l'hydro-chlorate de barite donna une quantité de sulfate de barite, qui contenait 0,102 d'acide sulfurique. Enfin j'ai obtenu de la même solution, par les moyens connus, une quantité d'oxide de fer rouge, ou tritoxide, qui se trouva peser 0,026.

La quantité d'oxide d'argent 0,693 exigerait 0,235 d'acide sulfurique pour être porté à l'état de sulfate d'argent ordinaire, mais puisque l'analyse n'a donné que 0,102 d'acide sulfurique, il faut, que cet oxide soit ici à l'état de sulfate basique. Si on suppose, que l'oxide ne soit uni dans ce sel, qu'à la moitié de la quantité d'acide, qui constitue le sulfate ordinaire, on auroit dû avoir 0,117 d'acide sulfurique combiné avec lui, ce qui est encore un peu au dessus de la quantité trouvée par l'expérience, sur laquelle cependant doit être prise encore la petite quantité, qui doit être combinée avec l'oxide de fer; mais cela peut être attribué aux pertes inévitables dans l'analyse. Cela posé, une gramme du sel double dont il s'agit contiendrait 0,693 + 0,117 ou 0,810 m. de sulfate basique d'argent supposé.

D'un autre côté le fer contenu dans le sel double parait devoir être supposé aussi former avec l'acide sulfurique un sel basique, comme le sulfate d'argent au quel il est uni, d'autant plus, que la quantité d'acide sulfurique doit y être fort petite, puisque celle indiquée par l'analyse est déjà un peu moindre, que celle qui doit entrer dans le sulfate d'argent. Si nous supposons, que le fer forme ici ce même sel basique à base de tritoxide, (que

Berzelius a appelé *sulphas se-ferricus,* que j'ai cru devoir admettre dans le sel double, qui a fait l'objet de mon Mémoire précedent, et qui contient sur 100 parties environ 80 de tritoxide de fer, et 20 d'acide sulfurique) les 0,026 de tritoxide de fer en exigeront 0,007 environ d'acide sulfurique, et formeront ainsi 0,033 de sulfate basique de tritoxide de fer.

Ces deux sulfates d'argent, et de fer formeraient ainsi en tout, le poid de 0,810+0,033=0,843, et il resterait par conséquent 0,157 ou environ 16 pour cent du sel analysé, qui devraient être attribués à de l'eau restée dans le sel analysé, lequel n'avait été desseché que au bain-marie. En effet ayant porté une certaine quantité de sel deja desseché au bain-marie-à la chaleur rouge il y eût une diminution de poids de 13 pour cent environ, ce qui ne s'éloigne pas beaucoup du résultat calculé, soit, que cette eau fut simplement interposée dans le sel, et retenue par une affinité hygrometrique, soit qu'elle y fut combinée comme de l'eau d'idratation.

En faisant abstraction de cette eau, le sel double considéré à l'état anhydre serait composé, d'après ce qui précède, des deux sels indiqués dans la proportion de 0,813 de sulfate basique d'argent, et 0,033 de sulfate basique de fer sur 0,843 de sel anhydre, ce qui revient à 0,961 du premier sel, et 0,039 du second, en prenant pour unité le poid du sel anhydre.

Si maintenant on cherche à réduire cette composition en atomes on trouve, qu'elle répond à 9 atomes de sulfate basique d'argent sur un atome de *sulphas se-ferricus.* En effet l'atome d'argent à l'état de sulfate basique, tel que nous l'avons supposé, est d'après les anciennes tables de Berzelius 2903+501=3404, et celui de fer à l'état de *sulphas se-ferricus* considéré comme formé d'un atome de tritoxide de fer, et d'un demi atome d'acide sulfurique est 978, 4+250,6=1229. En calculant d'après ses bases on trouve, qu'un composé de 9 atomes du premier, et un atome du se-

cond doit contenir en poid 0,9614 de l'un, et 0,0386 de l'autre, ce qui, en supposant le dernier chiffre, s'accorde exactement avec le résultat de l'analyse.

On auroit encore le même résultat, en calculant d'après les nouvelles tables de Berzelius, dans lesquelles il à reduit à moitié l'atome tant de l'argent, que du fer.

Ainsi la composition du nouveau sel double à l'état anhydre serait représenté selon les anciens atomes de Berzelius par la formule $9\ddot{Ag}\dddot{S} + \ddot{Fe}\dddot{S}_{\frac{1}{2}}$ ou $18\ddot{Ag}\dddot{S} + \ddot{Fe}^2\dddot{S}$, et selon les nouveaux atomes par $18\dot{Ag}\dddot{S}_{\frac{1}{2}} + \dddot{\mathit{Fe}}\,\dddot{S}_{\frac{1}{2}}$ ou $18\dot{Ag}^2\dddot{S} + \dddot{\mathit{Fe}}^2\dddot{S}$.

On voit donc, que ce sel différerait de celui, qui a fait l'objet de mon Mémoire précédent, en ce que le sulfate d'argent y serait basique, ne contenant que la moitié d'acide sulfurique, avec lequel il est uni dans le sulfate ordinaire, et qu'en outre le nombre d'atomes d'argent à l'état de sulfate pour chaque atome de fer ne serait que la moitié de ce qu'il était dans le sel susdit.

Analyse du sel provenant du mélange du nitrate d'argent avec le tritosulfate de fer.

Ce sel traité comme le précédent m'a donné pour le poids d'une gramme 0,848 gram. de chlorure d'argent, qui répondent à 0,639 d'argent métallique, et à 0,686 d'oxide d'argent; et en outre 0,106 d'acide sulfurique, et 0,034 de oxide rouge de fer. Les 0,686 d'oxide d'argent en exigeraient 0,232 d'acide sulfurique pour former du sulfate ordinaire; l'analyse n'ayant encore ici donné qu'un peu moins de la moitié de ce nombre, on peut admettre, que l'argent est ici comme dans le sel précédent à l'état de sulfate

basique, ne contenant que la moitié de l'acide du sulfate ordinaire; le poids de ce sulfate sera donc 0,686+0,116=0,802.

Quant au fer, tout porte à croire, qu'il est ici à l'état de tritoxide, puisque c'est dans cet état, qui se trouvait déja dans le tritosulfate employé à sa formation; mais on a la même raison, que pour le sel précédent de penser, que ce tritoxide ne forme avec l'acide sulfurique, qu'un sel très-basique, qui est probablement encore le *sulphas se-ferricus* de BERZELIUS. Dans cette supposition les 0,034 de tritoxide doivent être unis à environs 0,008 d'acide sulfurique, et former par là 0,042 de sulfate, qui réunis avec les 0,802 de sulfate d'argent forment un poids total de 0,844. Ce qui manque à une gramme, savoir 0,156 doit être l'eau encore contenue dans le sel analysé, qui avait été desséché au bain-marie: c'est encore environ 16 pour cent, comme pour le sel précédent. D'après celà ce sel considéré à l'état anydre serait formé de 0,950 du sulfate basique d'argent, et de 0,050 de *sulphas se-ferricus*.

La proportion en atomes, qui s'accorde le mieux avec ce résultat est de 7 atomes du premier sel basique, sur un atome du second. En effet en calculant dans cette supposition, et d'après les poids des atomes de ses deux sels indiqués plus haut, la composition de ce sel double devrait être 0,9502 de sulfate d'argent, et 0,0498 de *sulphas se-ferricus*, qui réduite à trois chiffres ne diffère pas de la composition observée.

Ainsi ce sel double ne différerait du précédent, que par la proportion différente de deux sels composans, qui dans l'un serait de 9 atomes, et dans l'autre de 7 atomes seulement de sel à base d'argent sur une atome de sel de fer.

Idées théoriques sur la formation de ces sels doubles.

Quant au premier de ces sels on peut demander: pourquoi dans l'opération qui donne lieu à sa formation, l'argent se précipite d'abord à l'état métallique, et comment cet argent se change ensuite dans le double sel? Il parait que l'argent pour se réduire cède son oxigène au fer du protosulfate, et se change par là en sulfate à base de tritoxide; mais l'acide nitrique se fait libre; cet acide libre avec le tems fait repasser l'argent métallique à l'état d'oxide, qui séjournant avec le sulfate à base de tritoxide, lui enlève une portion d'acide sulfurique, et de tritoxide de fer pour constituer le double sulfate.

Il est connu, que les dissolutions du sulfate de fer dissolvent l'argent à chaud, et que ce métal se précipite par le refroidissement; mais M.r Weslar a trouvé dernièrement (Journ. de Ph. août 1829), qu'il ne se précipite pas en totalité, et que l'argent peut par conséquent se dissoudre à la température ordinaire dans une solution de sulfate de fer, et en quantité d'autant plus considérable, que celle-ci est plus acide. En effet l'acide sulfurique étendu n'a pas d'action sur l'argent à la température ordinaire, mais, pour que cette action ait lieu, il suffit selon l'observation de M.r Weslar d'ajouter une goutte de solution de sulfate de fer. Il faut admettre, dit il, que l'oxigène de l'air est transmis à l'argent par l'intermédiaire de la solution de fer; l'oxide de fer, dans le moment où il cède de l'oxygène à l'argent, en reprend de l'air environnant; mais dans notre cas, l'argent se trouvant en contact de l'acide nitrique libre, n'a besoin que de décomposer cet acide pour s'oxider, et se combiner ensuite avec l'acide sulfurique, et avec le tritoxide de fer.

Quant au second des sels doubles, dont nous avons parlé, celui qu'on obtient par le mélange du nitrate d'argent avec le tritosulfate de fer, on peut conçevoir aisément la formation, en considérant, que l'oxide d'argent séparé de l'acide nitrique se trouve en présence de l'acide sulfurique, et du tritoxide de fer, qui forment ses deux principes constituans, et peut par conséquent s'y unir dans les proportions, que l'observation nous a indiquées.

ANALYSE

DE L'EAU DE SAINT-GÉNIS

DANS LE BUT PARTICULIER DE DÉTERMINER LA PROPORTION DE L'IODE

PAR LE PROFESSEUR LAVINI

Lu dans la séance du 16 mai 1830.

L'eau minérale de S.-Génis en Piémont a rendu depuis long tems des services très-importants à la médecine dans le traitement d'une foule de maladies ; aussi à-t-elle déjà attiré l'attention de quelques chimistes (*a*).

J'ai cru devoir reprendre son analyse dans le but de déterminer la nature des materiaux y contenus, aussi exactement que le comporte l'état actuel de la science, et de mettre par-là les médecins à même d'assigner plus précisement la cause de ses bons effets sur l'économie animale, d'en mieux approprier l'usage à la diversité des indications, et même peut-être d'en multiplier les applications.

(*a*) Monsieur le comte Brézet a publié une dissertation bien étendue, et pleine de faits intéressants sur cette eau, ainsi, que sur plusieurs autres. Voyez Mémoires de l'Académie des Sciences 1786-1787.

Observations faites à la source de l'eau de S.-Génis.

L'eau de S.-Génis jaillit, et est recueillie dans un bassin, aux pieds d'une vaste colline dite de *Castagneto*, prôche de Chivasso, à environ quatre lieues à l'est de Turin; il y-en-a deux sources à peu de distance l'une de l'autre : la moins riche de matériaux est située à gauche, la meilleure, et la plus abondante se trouve à droite; c'est sur celle-ci, que j'ai entrepris mes récherches analytiques; je n'entrerai point dans des détails topographiques, et géologiques sur l'endroit d'où elle s'écoule, et sur les divers terrains d'où elle peut tirer son origine; ce sont-là des points étrangers à l'objet de mes recherches. J'ai trouvé sa température de cinq degrés Réaumur, celle de l'athmosphère étant +9; mais cette temperature doit suivre nécéssairement les vicissitudes de celle de l'air, l'eau se trouvant ici à peu-près à la surface du sol.

Du trou du rocher, où l'eau provient, il sort presque périodiquement en forme de bulles une substance gazeuse, incolore, d'une odeur très-forte de gaz hydrosulfurique. J'en ai recueilli environ vingt-trois pouces cubiques dans une demi-heure, lorsque je visitai cette source la prémière fois avec Monsieur le Professeur Buniva, et Monsieur le Chevalier Brunati: je me servi pour cela d'un entonnoir assez-grand, fourni d'un robinet, auquel j'ai adapté une vessie bien mouillée, et exactement privée d'air atmosphérique.

Une partie de ce gaz agité avec de l'acetate de plomb neutre y a produit un précipité noir, ce qui annonce l'acide hydrosulfurique.

Une seconde partie secouée dans l'eau de barite a produit un précipité blanc effervescent par les acides. Ce gaz contenait donc de l'acide carbonique.

Une troisième partie privée du gaz hydrosulfurique, et du gaz

carbonique était introduite dans un tube sur le mercure avec de l'eau colorée par le tournesol, et mêlée de gaz deutoxide d'azote pur, l'eau colorée n'a pas sensiblement rougi, ce qui prouve, que le gaz en question est tout-à-fait exempt de gaz oxygène.

Une quatrième partie enfin de ce gaz, qui avait séjourné, et avait été secoué avec une solution de potasse caustique, et ainsi privée des acides hydrosulfurique, et carbonique se trouva éteindre les corps brûlants, et ne pouvait être par conséquent, que de l'azote.

Caractères physiques, et chimiques de l'eau.

L'eau de S.-Génis, lorsqu'elle a séjourné quelque tems dans le bassin à la source même, sans qu'on l'ait agitée, se recouvre d'une couche, ou pellicule de souffre hydraté très-blanc, dû à la décomposition de l'immense quantité de gaz hydrosulfurique, qui s'exhale continuellement du fond du bassin, ainsi, que je l'ai déjà dit; on peut enflammer ce gaz à plusieurs reprises à mesure, qu'il se dégage, et qu'il vient en contact de l'air: bien souvent le bassin est rempli de bulles, qui en couvrent la surface entière, et la flamme, qui se propage par tout le bassin offre alors un joli coup d'oeil.

Une certaine quantité de ce soufre hydraté est aussi parsemée sur les bords du ruisseau, qui coule du prémier réservoir dans un autre vaste bassin à quelques pieds de distance, et il se forme dans celui-ci un dépôt fangeux, qui exhale de tems à autre, et sur-tout, lorsqu'on agite le fond, une quantité de gaz hydrosulfurique: ce gaz est probablement accompagné ici de gaz hydrogène carburé, produit propre des eaux stagnantes par les matières organiques végétales en décomposition.

Du reste l'eau en question est limpide; la saveur est légèrement

salée, alcalinulée, hydrosulfurée; son odeur est hépatique au plus haut dégré à la source, en raison du gaz acide hydrosulfurique, dont elle est saturée, mais par une température de + 80 Reaumur continuée pendant quelque temps, ce gaz s'en dégage en totalité avec les autres fluides aëriformes qui l'y accompagnent.

Les réactifs principaux ont fait reconnaître dans cette eau les ingrediens suivans.

1.° Le syrop de violettes .... Un alcali libre.
2.° L'eau de barite .... L'acide carbonique.
3.° L'oxalâte d'ammoniaque .... La chaux.
4.° L'idrochlorate de barite .... L'acide sulfurique.
5.° Le nitrate d'argent .... L'acide hydrochlorique
6.° L'hydrochlorate de platin fut négatif.

Expériences Eudiométriques sur les gaz contenus dans l'eau en bouteilles bien bouchées, et goudronnées pour l'usage médicinal.

De l'eau de S.-Génis, contenue dans une bouteille bien bouchée, et goudronnée pour l'usage médicinal, fut versée avec toute précaution dans un ballon de cristal de la capacité d'un litre, qui fut parfaitement rempli: j'y ai adapté exactement un tube à très-petit orifice, que j'ai rempli d'eau, pour exclure l'air atmosphérique, et j'en ai engagé l'extremité recourbée sous une petite cloche graduée, renversée sur l'appareil hydargyro-pneumatique. J'ai porté l'eau à l'ébullition, et je l'ai maintenue dans cet état jusqu'à ce, que je me suis convaincu, qu'il ne se dégagoit plus que de la vapeur aqueuse: alors j'ai éloigné le ballon, et j'ai laissé refroidir l'appareil à mercure. Le gaz dans la cloche fut parfaitement séché par du

chlorure de calcium, qui fut ensuite enlevé de la cloche soigneusement.

Le volume de gaz sec à la température de 7 ½ R., et sous la pression barométrique de 74,3 centimètres se trouva alors de quarante deux centimètres cubes.

Ce gaz ayant séjourné, et ayant été agité souvent sur le mercure, en a noirci la surface, et ainsi il fut privé de son soufre, sans avoir diminué de volume, comme cela devait être, puisque le gaz hydrosulfurique contient un volume de gaz hydrogène égal au sien.

Les 42 centimètres cubes de ce gaz, par le moyen de la potasse caustique furent diminués de 19, 5 centimètres cubes, diminution dûe au gaz acide-carbonique.

Les 22, 5 cent. cubes résidus furent introduits dans un Eudiomètre à mercure, avec l'addition de 10 cent. cubes de gaz oxygène, et on les y fit détonner; d'après la diminution du volume, qui en fut la suite, j'ai reconnu, que la proportion du gaz hydrogène y était de 5 cent. cubes.

Le gaz obtenu de la détonnation fut porté au contact du phosphore pour en enlever l'excés de l'oxygène; le résidu se trouva de 17, 5 cent. cubes, que j'ai reconnu être de pur gaz azote. J'ai tenu compte dans toutes ces opérations des températures, et des pressions, auxquelles les gaz étaient soumis, ainsi que de la capillarité des tubes employes, lorsqu'ils étaient assez petits pour qu'elle y fût sensible. Par conséquent les quarante-deux centimètres cubes du gaz employé étaient composés

de 19,5 de gaz acide carbonique
5,0 de gaz hydrogène sulfuré
17,5 de gaz azote

Total 42,0, le 12 pour cent à-peu-près de gaz hydrogène sulphuré.

Recherches sur la proportion de l'iode dans l'eau de S.-Génis.

Jusqu'à présent les chimistes, qui se sont occupés de la recherche de l'iode dans les eaux minérales, se sont contenté de constater son existence par l'apparition de la couleur bleue, que donne sa combinaison avec l'amidon : en effet lorsqu'on réduit au tiers par l'évaporation de l'eau de S.-Génis, ou autre qui contienne ce principe, qu'on y mêle tant-soit-peu de solution d'amidon, et que, par le moyen de quelques bulles de chlore on enlève l'hydrogène avec lequel l'iode est combiné dans les eaux minérales (où il se trouve toujours à l'état d'hydryodate), on obtient à l'instant l'amidon ioduré d'un très-beau bleu ; mais mon but étant celui de déterminer la proportion de l'iode contenu dans l'eau de S.-Génis, j'ai procédé de la manière suivante *(a)*.

Six grammes du sel provenant de l'évaporation de l'eau en question ont été séchés à + 80 R. J'ai soumis ce sel à l'action de l'alcool à 61 degrés (la température étant + 7 R.), que j'y versai à trois reprises ; la liqueur, qui en résulta de couleur rose pâle, a donné par l'évaporation une très-petite quantité de matière saline : celle-ci dissoute avec de l'eau fut mêlée à une dissolution d'amidon ; en y faisant passer alors du gaz chlore par un tube d'un très-petit diamètre, afin de ne faire passer aucune portion d'iode à l'état d'acide chloro-iodique, j'ai obtenu tout l'iode en amidon ioduré ; je l'ai lavé à grande eau, jusqu'à ce que les eaux du la-

---

(*a*) J'aurai pu me borner ici à décrire le procédé qui m'a le mieux réussi, mais j'ai cru devoir donner le détail même des essais infructueux, que j'ai faits avant d'y parvenir pour épargner la peine à d'autres de les tenter; d'ailleurs les accidents, qui se sont présentés dans ces essais ne seront peut-être pas dénués d'intérêt pour les Chimistes.

vage ne troublassent plus le nitrate d'argent. Cet amidon ioduré soumis à l'action de l'alcool fut parfaitement décoloré, et l'alcool prit une couleur légérement rougeâtre-obscure.

Par l'évaporation de l'alcool j'obtins une matière noirâtre, qui introduite dans un tube pour y être fondue à feu de lampe, se boursoufla, et dégagea des produits propres aux substances végétales en décomposition; ici l'iode, probablement combiné avec de l'hydrogène fourni par une portion de matière végétale, qui était passée avec lui dans l'alcool, fut exhâlé à l'état d'acide hydriodique, puisqu'il ne s'est pas montré sous la forme de vapeur violette, qui lui est propre.

J'ai répéte cette expérience avec de l'éther au lieu de l'alcool; les résultats furent à peu-près les mêmes.

Ce procédé n'est donc pas propre à fournir l'iode isolé. Voici un autre tentative.

Une assez grande quantité d'amidon ioduré ayant été agité avec de l'eau dans une bouteille, j'y fis passer un courant d'acide hydrosulfurique pour ramener l'iode à l'état d'acide hydriodique; lorsque la matière fut parfaitement décolorée j'ai filtré, et évaporé; la liqueur manifesta bientôt les caractères de l'acide hydriodique, mais quelques flocons étaient suspendus dans l'eau, ce qui démontra l'existence de quelque partie d'amidon; en effet ayant traité une portion de la même liqueur, après la filtration, avec du nitrate d'argent, j'obtins une précipité jaunâtre, qui avait toute l'apparence de l'iodure d'argent, mais qui toute fois, après avoir été séché, se montra parsemé de quelques parcelles noires, annonçant l'existence d'un peu de matière organique due à l'amidon, et qui n'avait pû être séparée en totalité de la liqueur par la filtration. Cependant je l'ai introduit dans un très-petit creuset de platine sur une lampe, et garni d'un tube renversé, et bien appuié, je l'échauffai, après y avoir mis quelques gouttes d'acide carbonique; mais je n'ai pû découvrir la moindre production de

vapeur d'iode; il n'y eut, que dégagement d'acide sulfureux, d'eau, de gaz acide carbonique; l'iode encore ici avait été probablement converti en acide hydriodique par l'hydrogène fourni pour la matière organique. Ainsi convaincu, que ce moyen d'isoler l'iode était impropre j'ai renoncé à l'usage de l'amidon, et je suis parvenu à obtenir l'iode par le moyen suivant, qui a été indiqué par M.r SERRULAS, de l'Institut de France, à l'occasion de l'analyse de quelques sels (Jour. de Pharm. novembre 1829).

Un décagramme de sel fourni par l'eau de S.-Génis fut soumis à l'action de l'alcool; la solution en ayant été évaporée, le résidu fut repris par de l'eau, celleci a dû redissoudre le chlorure, et l'iodure de sodium, ces deux composés furent précipités par le nitrate d'argent sous forme d'iodure, et chlorure d'argent: j'ai fait cette opération loin de la lumière le plus qu'il m'a été possible, pour empêcher l'altération de ces produits; le précipité bien lavé fut versé à l'instant dans de l'ammoniaque caustique très-pure, et le mélange agité pendant quelques temps; tout le chlorure fut ainsi dissout par l'ammoniaque, laissant pour résidu une substance grenuleuse de couleur jaunâtre, qui devait être l'iodure d'argent: ayant séparée l'ammoniaque du sédiment, je recueillis le précipité par le moyen de la filtration, et je le fis sécher; mais j'observai, que ce précipité avait de petites parcelles fibreuses adhérentes, que je soupçonnai d'abord être de la glairine fibreuse, substance, que Monsieur ANGLADA a trouvée dans plusieurs eaux minérales sulfureuses (*a*); mais qui pouvaient bien être en partie de petites parcelles de papier des filtres employé pour recueillir le précipité.

(*a*) Je m'occuperai dans un autre Mémoire de l'examen de l'eau de S. Génis par rapport à cette substance organique, je chercherai en même temps à vérifier si cette eau contient du brome, en opérant sur une très-grande quantité d'eau, lorsque la saison sera plus favorable.

Ce sédiment ayant éte chauffé à la lampe avec l'addition d'acide sulfurique, la décomposition de l'iodure d'argent s'annonça par l'apparition de l'iode en vapeur violette, mais cette vapeur fut accompagnée d'une matière huileuse épaisse, qui empécha l'iode de s'isoler, et de se déposer en état de pureté avec les caractères qui lui sont propres.

Convaincu que celui-ci était essentiellement le procédé à suivre, et qu'il fallait absolument écarter la filtration, et éviter tout contact avec une matière organique quelconque, j'ai répété l'expérience ci-dessus, en substituant à la filtration la simple décantation des liqueurs, et j'ai obtenu ainsi du décagramme de sel employé, 60 milligrammes d'iodure d'argent, lequel introduit dans un tube, et par l'addition d'une suffisante quantité d'acide sulfurique laissa échapper l'iode sous la forme ordinaire de vapeur violette, et cette vapeur se condensa par le refroidissement en minces paillettes luisantes micacées couleur d'acier, qui tapissèrent les parois du tube. Les soixante milligrammes d'iodure d'argent répondent à 45 milligrammes de iodure de sodium, qui devaient se trouver dans un décagramme de sel tiré de l'eau de S.-Génis, c'est-à-dire à 45 parties sur 10000 du sel, ou un peu moins d'un demi pour cent.

Analyse complète des substances salines qui se trouvent dans l'eau de S.-Génis.

Pour procéder à l'analyse des substances salines, qui se trouvent en solution dans l'eau de S.-Génis, je me suis procuré une quantité assez considérable de sel par l'évaporation de l'eau. J'aurai pu opérer sur ces substances réduites à l'état entièrement sec, et fondues, car, comme elles ne renferment aucun hydrosulfate, ainsi que je m'en suis assuré par l'action de l'acide arsénieux, et que

le sulfate de soude n'y entre qu'en très-petite proportion, elles se vitrifient aisément, en raison de la quantité considérable de sous-carbonate de soude, qui y entre sans la moindre décomposition du moins lorsqu'on considère l'iodure, et le chlorure de sodium qui font partie des résultats de cette analyse comme se trouvant dans cet état, abstraction faite des élémens de l'eau, qui seroient nécessaires pour les réduire à l'état de hydriodate, et d'hydrochlorate ; mais pour écarter tous le doutes de changement de composition pendant la dessiccation complète, et la fusion, j'ai cru devoir faire mon analyse sur le sel desséché seulement à 80°R. en déterminant par une expérience préalable la proportion d'eau qu'il contenait encore en cet état; dans cette vue j'en ai pris une certaine quantité, que je desséchais à la dite température de 80R. et l'ayant ensuite fondue, j'ai trouvé, qu'elle avait diminué de 15 $\frac{1}{2}$ pour cent, c'est-à-dire, que le résidu desséché à 80 contenait encore cette proportion d'eau, ou des élémens, dont on devait tenir compte dans l'analyse.

Une décagramme de sel susdit séché à +80 R. fut dissout dans l'eau; une substance insoluble s'en sépara; celle-ci bien lavée, et séchée à 80 R. pesait 0,0340 (decag.), ou 340 milligram.

Ce résidu insoluble dans l'eau, mêlé avec cinq parties de potasse pure fut porté à la fusion; ensuite dissout dans l'eau, moyennant l'acide hydrochlorique j'en ai obtenu silice 0,0084. La solution restante traitée avec de l'hydrosulfate d'ammoniaque donna un précipité noir, le quel par le moyen des réactifs employés à cet usage me donna oxide de fer 0,0022, et alumine 0,0005. Et la même solution par l'oxalate d'ammoniaque donna de l'oxalate de chaux, qui par le moyen de la calcination fut porté à l'état de chaux pure, et réduite par le calcul en carbonate de chaux; le poids de ce dernier fut de 0,0117. En réunissant ces produits on a la somme de 0,0288, et ajoutant 0,0053 d'eau en raison de 15 $\frac{1}{2}$

pour cent de la substance insoluble, on a 0,0341, poids presqu' identique avec celui de cette substance insoluble.

La solution saline, selon ce que j'ai dit plus haut, donne exactement 0,0060 de iodure d'argent, lequel réduit en iodure de sodium représente la proportion de 0,0045.

Le reste de la solution ayant été suffisament délayée dans l'eau j'en ai obtenu par le moyen de l'acetate de barite un précipité, qui séché à chaleur rouge se trouva du poids de 0,1700, et que j'ai reconnu composé du sulfate, et de carbonate de barite, moyennant la solution de celui-ci dans l'acide hydrochlorique j'ai trouvé que la proportion du sulfate de barite était 0,0085, quantité, qui réduite en sulfate de soude par le calcul donne 0,0050. En retranchant de 0,1700 le poids 0,0085 de sulfate de barite on a 0,1615 pour le poids du carbonate, qui réduit en sous-carbonate de soude représente en poid 0,0905 de ce sel à l'état anhydre.

La solution restante par l'acetate d'argent donna chlorure d'argent fondu 1,7045, lequel réduit en chlorure de sodium a donné 0,6965.

Je me suis assuré, que la base du sulfate, et du carbonate, était réellement la soude, etcelle du chlorure était le sodium, dans les sels analysés en retirant par l'évaporation les acétates produits dans la solution par les opérations précedentes, et les réduisant par la calcination en sous carbonate de soude, qui se montra avec les caractères qui lui sont propres.

En évaluant l'eau, que le décagramme de substance analysée aurait perdu en raison du 15 $\frac{4}{5}$ pour cent, y compris celle qui pourrait être formée par la réduction de l'hydriodate, et de l'hydrochlorate en iodure, et chlorure, on a 0,1550 à ajouter aux résultats précédens de l'analyse.

Les produits de l'analyse d'un décagramme de la substance saline contenue dans l'eau de S.-Génis, et desséchée à 80 R. sont donc les suivans:

Silice	0,0084
Oxide de fer	0,0022
Alumine	0,0005
Carbonate de chaux	0,0177
Iodure de sodium	0,0045
Sulfate de soude	0,0050
Sous-carbonate de soude	0,0905
Chlorure de sodium	0,6965
Eau	0,1550
Perte	0,0197
Total	1,0000

Pour rapporter maintenant les quantités de ces différens sels à celle de l'eau, qui les tient en solution, il suffit de savoir quelle est la quantité totale des substances salines contenue dans un volume déterminé de cette eau. Or j'ai trouvé, que six litres d'eau de S. Génis donnent 1,8120 décagram. de substance saline desséchée comme ci-dessus à la température de 80 R., d'où il suit, qu'un décalitre d'eau en aurait donné 3,0200 décagram. Il suffit donc de multiplier les quantités précedentes de chacune des substances par 3,02 cent. pour avoir en parties du décagramme les quantités contenues dans un décalitre d'eau, ou, ce qui revient au même, pour avoir en partie du gramme les quantités contenues dans un litre d'eau.

On trouve ainsi, qu'un litre d'eau contient:

	gram.
Silice	0,0254
Oxide de fer	0,0066
Alumine	0,0015
Carbonate de chaux	0,0535
Iodure de sodium	0,0136
Sulfate de soude	0,0151
Sous-carbonate de soude	0,2733
Chlorure de sodium	2,1034
Total	2,4924

En sorte que la quantité totale des substances solides à l'état anydre contenues dans un livre d'eau est environ deux grammes et demie. On a vu plus haut, qu'un litre d'eau contient en outre 42 centimètres cubes de gaz, dont 19,5 de gaz acide carbonique, 5 d'acide hydrosulfurique, et 17,5 d'azote.

Si on calcule les quantités correspondantes en grains, et en centièmes de grains contenues dans une livre médicinale équivalente à dix onces de la livre commune, et qui contient 5760 grains, on trouve :

	grains
Silice	0,14
Oxyde de fer	0,04
Alumine	0,01
Carbonate de chaux	0,31
Iodure de sodium	0,08
Sulfate de soude	0,09
Sous-carbonate de soude	1,57
Chlorure de sodium	12,11
Total	14,35

Ainsi une livre médicinale d'eau de S. Génis contiendrait un peu plus de 14 grains de substances solides, dans les quelles le iodure de sodium entrerait seulement pour $\frac{8}{100}$ de grain.

Si l'on veut considérer cet iodure à l'état d'hydriodate, il faudra y ajouter le poids de l'oxygène, et de l'hydrogène nécessaire pour convertir le sodium en soude, et l'iode en acide hydriodique, et le poids de l'hydriodate de soude contenu dans une livre médicinale d'eau deviendra d'environ $\frac{9}{100}$ de grain, en sorte qu'il faudroit réunir environ onzes livres d'eau pour avoir un grain d'hydriodate de soude

MÉMOIRE

SUR

QUELQUES OSSEMENS FOSSILES TROUVÉS EN PIÉMONT

PAR LE PROFESSEUR BORSON

Lu à la séance du 6 juin 1830.

Les recherches sur les ossemens fossiles, que la terre et les cavernes recélent dans leur sein, sont dévenues une des plus importantes et des plus curieuses parties de la géognosie. Ce sont des signaux, qui servent à nous diriger dans l'investigation des couches qui suivent celles de la surface de la terre, et qui nous aident à fixer les époques de leur formation. Partout on en consigne l'histoire dans les archives de la science et les dépouilles de ces animaux de l'ancien monde font aujourd'huy un des plus curieux ornemens des musées. Après avoir fait connaître que le Mastodonte à dents étroites, dont les restes sont si communs sur les bords de l'Ohio et ailleurs, habitait également les plaines du Piémont, et que la grande espèce de ce pachyderme n'était pas étrangère à ce pays (*a*), il me reste encore à parler de quelques ossemens que ce Musée possède, et qui peuvent être une partie intéressante de l'histoire naturelle de notre patrie.

(*a*) V. Recherches sur les ossemens fossiles etc., tom. III. page 375, où M.r le Baron Cuvier s'exprime ainsi: « Je doutais encore que le grand Mastodonte, si abondant en Amerique, eût laissé de ses dépouilles en Europe. Je ne puis guère conserver cette incertitude, depuis que M.r l'Abbé Borson, Professeur de Minéralogie à Turin, m'a adressé le modèle en plâtre d'une dent trouvée dans le territoire d'Asti, au même lieu où l'on a découvert plusieurs dents de Mastodonte à dents étroites ».

I.

Cerf fossile d'Irlande.

Ce cerf à bois gigantesque a toujours été regardé par les naturalistes, comme une espèce inconnue sur le globe, et le plus célébre des ruminans fossiles. C'est ainsi qu'en parle M.r le Baron CUVIER, dans son grand ouvrage sur les ossemens fossiles, tome IV. pag. 77, nouvelle édition, où il donne les motifs pour lesquels ce fossile si remarquable ne peut être attribué ni à l'élan, ni au renne. Fondé sur ces raisons je n'hésite pas à mettre au rang des cerfs d'Irlande fossiles la tête, fig. 1, que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie, et que M.r CUVIER a vue lors de son voyage en cette ville, dans la persuasion où je suis qu'elle pourra inspirer quelque intérêt sous le rapport de sa conservation, et parce qu'elle a été trouvée en ce pays.

Je vais donner la mesure de ses parties:

	metr.
De l'extrémité d'une corne à l'autre en ligne droite .	1,34
De l'extrémité de la partie occipitale de la tête jusqu'au bout des os maxillaires qui a été brisé, et en suivant les courbures	0,55
D'un orbite de l'oeil à l'autre en suivant la courbure .	0,24
Longueur des bois de la droite, c'est-à-dire, depuis le merrain jusqu'à l'extrémité qui a été brisée, en ligne droite	1, 8

J'ai dessiné, fig. 2, cette extrémité de la droite pour faire voir son extrême dilatation qu'on aperçoit à-peine, en voyant la tête de face. Sa plus grande largeur est 0,645. On y voit les sillons tracés par les veines, dont cette partie de notre fossile est encore couverte. La partie noire *a* en arriere, qui dépasse celle du devant, montre l'endroit où ce grand andouiller se divise en deux plaques, en laissant un vide au milieu. Par ces restes qui sont

brisés, on peut juger de la grandeur que devait avoir ce bois, lorsqu'il était en son entier, c'est-à-dire, lorsqu'il était muni de toutes ses pointes, comme on le voit dans quelques autres individus de cet animal que les auteurs ont fait graver.

Je me crois dispensé de faire connaître le derriere de cette tête, qui certainement est une des mieux conservées qu'on aie découvertes; parce que cette partie de la notre est en tout parfaitement semblable à celle que M.r Cuvier a fait graver, tome IV. pl. VII, fig. 4 de l'ouvrage cité.

On observera que la dernière molaire est à peine usée; ce qui joint aux traces des veines qui paroissent sur la dernière empaumure, fig. 2, dont j'ai parlé, montre que cet individu était d'un jeune âge.

L'andouiller, qui immédiatement au dessus de la couronne doit se porter en avant et ensuite se tourner en haut, est brisé dans les deux bois de la tête: les deux autres qui suivent, le sont également: il n'y a que les extrémités dilatées qui, quoique brisées, annoncent qu'elles devaient avoir une longueur démesurée.

M.r Brocchi, dans sa *conchiologia subapennina, tome I. p.* 194, dit simplement qu'on a trouvé un cerf fossile d'Irlande aux environs de Voghère, et qu'il est au Musée de Turin; peut-être veut-il parler du notre, qui faisait partie du Musée ancien dit de l'Université, qui consistait principalement en coquilles naturelles et en autres parties appartenant à la Zoologie, qui etaient le fruit du voyage aux Indes, du Docteur Donati. Cette tête fut deterrée, le long du cours du Pô, en un lieu qui se trouve vis-à-vis du bourg dit *Arena*, en décembre 1776 par les frères *Domenico* et *Stefano Pane*, qui chercaient du poisson le long de ce fleuve: elle fut envoyée, ainsi que les deux autres têtes dont je parlerai ci-après, par M.r Secchi, pour lors Intendant, à ce que je présume, de Voghère, à S. E. M.r le Comte Lanfranchi, Président du Magistrat de la Réforme, qui le fit placer dans le Musée susdit, lequel

en 1801 fut réuni à celui que l'Académie des sciences commençait à former des dons de quelques uns de ses membres (*a*).

Je ne puis m'empêcher d'entrer ici dans les vues de M.r Cuvier et de répéter après lui. « Ainsi le cerf à bois gigantesque a laissé de ses dépouilles non seulement dans les îles britanniques, mais en diverses contrées de l'Europe, et les couches où on les déterre paroissent de même nature que celles qui enveloppent les os d'éléphant et de rhinocéros de l'ancien monde ; mais pourquoi devient-il plus rare à mesure qu'on s'avance vers l'orient et le nord, où les éléphants au contraire deviennent plus nombreux; pourquoi, comme les anciens Celtes, était-il ainsi relégué vers les extrémités occidentales de l'Europe, et n'a-t-il pas été découvert en Sibérie ? Ce sont des questions sur lesquelles la géologie demeure encore muette, et le demeurera probablement long temps ».

II.

Deux têtes fossiles, qui ne diffèrent presqu'en rien de celles de l'Aurochs.

On a disputé sur l'origine de ces têtes fossiles : les uns les ont attribuées au Buffle; les autres à l'Arni. Je ne saurais mieux faire que de suivre le sentiment du pere de l'anatomie comparée, qui a terminé ces questions, en faisant voir la veritable origine de ces sortes de fossiles.

M.r le Baron Cuvier, dans l'ouvrage cité page 142, parlant d'une tête de cette sorte de fossiles, qu'il avait vue au Musée de Pavie, dit qu'elle est une de mieux conservées qu'il avait vues. Elle provenait des terrains de la Lombardie : et comme les deux

(*a*) Voyez la préface du catalogue raisonné de cette collection minéralogique qui parut en 1811.

que je présente, et qui appartiennent à ce Musée, ont été trouvées dans les alluvions du Pô, non loin de Pavie, je donne ici les mesures de l'une et celle des deux autres, afin d'établir une comparaison, qui peut être en faveur des notres.

	Tête fossile de Pavie.	Celles du Musée de Turin. Fig. 3.	Fig. 4.
	metr.	metr.	metr.
D'une extrémité des cornes à l'autre en ligne droite	1,126	0,99	1,088
Entre le bases des cornes	0,36	0,42	0,40
Depuis la crête occipitale jusqu'au bout des intermaxillaires (*a*).	0,61	0,744	0,744
Circonférence du noyau à l'origine des cornes		0,372	0,355
Diamètre du noyau des cornes, à leur origine		0,12	0,113

On voit que notre tête fossile, fig. 4, approche davantage de celle de Pavie : ce que démontre également sa figure comparée à la fig. 5, pl. XI de l'ouvrage de M.r Cuvier.

La notre fig. 3 est plus grosse et plus trapue : ce que démontrent également la circonférence, et le diamètre pris à l'origine des cornes. On voit par ces mesures que nos deux fossiles sont supérieurs à celui de Pavie ; ce dont j'ai pu juger moi-même dans le voyage que je viens de faire pour visiter le Musée de la célébre Université de cette ville.

M.r Scipion Bréislack nous apprend dans son ouvrage, *Descrizione geologica della provincia di Milano*, 1822, qu'on a trouvé

(*a*) J'ignore si dans le fossile de Pavie cette mesure a été prise selon les courbures, comme dans les notres ; observant cependant que dans la tête n.° 3, elle a passé sur les proéminences des os du nez, ce qui l'a rendue un peu plus longue que dans la fig. 4, où ces os manquent.

des têtes fossiles semblables, à l'embouchure de la riviere *Lambro*, dans le Pô, au dessous de Plaisance. Ce lieu n'est pas éloigné de celui d'où les notres ont été déterrées. Ces têtes se voyent aujourd'huy au Musée de l'Université de Pavie, et à celui du Conseil des Mines à Milan. M.r Bréislack donne, page 161 de l'ouvrage cité, le nom de *Uro*, aux têtes qui ne diffèrent presque en rien de celle de l'auroch, et de *Alce*, à notre cerf d'Irlande. J'ai vu, dans mon dernier voyage à Pavie, une petite tête avec ses cornes qu'on venait de trouver aux environs du lieu, où on avait trouvé les autres.

En comparant le deux fossiles dont nous parlons, avec ceux dont les Auteurs nous donnent les figures, nous pouvons dire que notre Musée possède les exemplaires le mieux conservés que l'on connaisse jusqu'ici. Nous pouvons en dire autant du cerf d'Irlande ci-dessus.

III.

Os fossiles appartenans à l'éléphant.

1. Deux gros fragments de défense fort altérés, dont la plus grande circonférence, en mètres est 0,475: leurs lames concentriques se détachent.

   Je les ai déterrés moi-même dans la colline, qui avoisine le lieu dit *la Roquetta*, au delà du Tanaro.
2. Autres portions de défenses qui proviennent *de la Province d'Asti*.
3. Autre fragment de défense que j'ai trouvé à *Courtanzone*.
4. Autres portions de défenses; des collines sabloneuses du territoire de la Roquetta, *même Province*.
5. Gros fragmens de défenses, dont les lames ocreuses se détachent. Des bords du Pô, au dessus *de Voghère*.
6. Débris de grosses défenses fort altérés, et autres fragmens d'os

d'éléphants, que l'on trouva au milieu d'un éboulement de terre, qui eut lieu au carrières d'où l'on tire le gypse sur la colline de Moncucco, province d'Asti. M.r le Professeur Talucchi en a fait don à ce Musée. Les ouvriers qui travaillaient à l'exploitation du gypse, brisèrent tout ce qu'ils trouvèrent de ce fossile; on eut de la peine à se procurer ses débris et la piece suivante.

7. Os qu'on peut rapporter à la rotule du dit animal.
8. Fragment altéré d'une défense. Don de M.r le Comte Freylino qui le trouva dans son jardin de Buttigliera, *Province d'Asti.*
9. Portion de la mâchoire inférieure avec partie de la dent; longueur, 0,664 en suivant la courbure, *aux environs d'Asti.*
10. Extrémité globulaire d'un gros humerus du diamètre de 0,196.
11. Autre extrémité globulaire d'un humerus moins gros que le précédent.
12. Autre extrémité globulaire, un peu altérée, du diamètre de 0,143. Don de M.r l'Avocat Mossi. Elle provenait de Castelnovo, *Province d'Asti.*
13. Portion du crâne d'un éléphant, dans laquelle se trouve la cavité de l'alvéole droite. Le diamètre de cette cavité demi circulaire est 0,21 ; ce qui fournit une donnée pour juger de la grosseur de la défense, qui y était renfermée ; on y voit encore les stries longitudinales de cette défense. Cette pièce est analogue à celle que M.r le Baron Cuvier nous donne pl. IX. fig. 1 du tom. I. de son grand ouvrage cité.
14. Grosse molaire un peu alterée. Elle fut détérrée à Nice de la paille, province d'Asti, dans les possessions de la famille Corso-Bosenasque. Le frère de M.r le Comte Pio, Syndic, a eu la complaisance de me la régaler, et je me suis fait un plaisir à mon tour de la placer dans ce Musée.
15. Portion d'une grosse molaire. Don de M.r le Comte Freylino, provenant de son jardin de Buttigliera, *province d'Asti.*

L'émail des rubans de cette molaire est d'une conservation parfaite; mais les intervalles en sont beaucoup dégradés.

Les n.° 10, 11, et 13 ont été trouvés dans le territoire de Annone, non loin de la ville d'Asti.

On peut voir dans l'ouvrage, pag. 151, de mon ancien ami, M.r Scipion Bréislak, que j'ai déja cité, que la vallée du Pô, au dessous de Pavie, a fourni plusieurs restes d'éléphants, comme fémurs, mâchoire supérieure avec ses molaires, diverses molaires détachées et autres ossemens. M.r Brocchi fait également mention, page 181 de son ouvrage cité, d'un morceau de mandibule avec sa molaire trouvée entre le Pô et S. Colombano.

Je passe sous silence d'autres débris d'éléphants détérrés en divers lieux du Milanais, du Plaisantin pour ne parler que de ceux qui appartiennent aux provinces du Piémont.

Toutes les molaires citées sont comme celles qu'on trouve en quantité de lieux en Europe, à rubans à-peu-près d'égale largeur et festonnés (V. pl. VI. tome I. Recherches sur les ossemens fossiles). Elles appartiennent plus à l'espèce des éléphants des Indes qu'à celle d'Afrique, et les os de cette espèce ne se trouvent jusqu'ici qu'à l'état fossile (page 199).

Le célebre Medecin Allioni, dans son *Oryctographiae Pedemontanae Specimen* pages 79 - 80, parle du squelette d'un énorme quadrupède trouvé à la vigne Sinay, proche Asti, en rapportant la lettre de M.r le Médecin Veyluva, qui lui fait le récit de cette découverte, mais sans faire mention de l'animal auquel on pouvait l'attribuer. M.r Allioni, pag. 79, dit que ce squelette peut être celui de l'éléphant sans cependant l'assurer, *ut puto*, dit-il. M.r Brocchi a pris ce soupçon pour une assertion positive, page 180 n.° 2 de sa *Conchiologia Subapennina*, tome I. Je n'ai jamais oui parler de ce prétendu squelette, ni de celui que M.r Amoretti cite avoir été trouvé à Buttigliera; quoique j'aie été quelques fois en ce lieu, exprès pour la recherche d'ossemens fossiles (V. pag. 181 de l'ouvrage ci-dessus, n.° 3, de M.r Brocchi).

IV.

Grande canine provenant du lignite de Cadibona proche Savona.

Dans mon Mémoire imprimé au tome XXVII de l'Académie, j'ai fait connaître des mâchoires et autres ossemens provenans de la mine de lignite de Cadibona, que je croyais alors, avec d'autres Naturalistes, être de la Houille.

M.r le Baron Cuvier a établi son nouveau genre parmi les Pachidermes auquel il a donné le nom de *Antracotherium* d'apres le dépouilles de cet animal. Je ne manquai pas de lui envoyer des modèles en plâtre des dents, et autres parties que ce Musée possède et dont il a bien voulu parler tome III, pag. 400, 401. Je dois dire ici que, à la page 500 du tome IV, il dit, que la fig. 3, planche V. de mon Mémoire cité ci-dessus, parait avoir été une canine conique de taille médiocre, qui pourrait bien venir du grand *Anthracothérium*, et que, dans la planche III, la dent des figures 5 et 6 à quelque rapport de forme avec l'incisive inférieure d'un Rhinocéros; « mais qu'il faut attendre, pour en fixer l'espèce, qu'elle ait été trouvée en connexion avec des molaires ».

Je présente aujourd'hui une belle canine dans son entier, attachée à sa mâchoire, fig. 5. Toute la partie restée en noir représente le lignite dans le quel elle était toute ensevelie, et que je n'ai pu en détacher de peur de briser le tout. Elle est figurée à la moitié de sa grandeur totale. Je présume que la connaissance de cette canine ne déplaira pas à M.r le Baron Cuvier; il cite, tom. III., pag. 402, le tronçon de celle dont je lui envoyai le modèle dans le temps. Cette dent m'a été remise par M.r Barelli, chef de division au bureau de l'Administration de l'Intérieur, qui a rassemblé une belle collection statistique des productions minérales des États de S. M.

V.

Il y a quelques années qu'un maître maçon m'apportai des vertèbres d'un animal, que je connus devoir appartenir à la classe des Cétacés. Il me donna en même temps avis qu'on avait apperçu à Bagnasco, commune de la province d'Asti, des masses osseuses à la profondeur de 5 à 6 mètres environ sur un des petits coteaux, qui sont si fréquents dans cette province. C'était au mois de février; et ne pouvant m'y rendre de suite : je l'engageai à y faire des fouilles en attendant qu'il me fut loisible d'y aller moi-même. J'y fus effectivement quelques jours après, et je vis qu'on avait déterré des masses osseuses, qui étaient fortement attachées à une pierre formée d'une sorte de grès. Je voulus faire continuer ces excavations; mais le possesseur du terrain s'y opposa décidément. Il fallut donc me contenter de ce qu'on avait extrait et qui consistait dans les pieces suivantes.

1.° Une suite de huit vertèbres avec les côtes correspondantes à chacune des apophyses, mais brisées près des vertèbres, couchées presque sur elles, et dans le même sens : elles étaient également brisées à leur autre extremité et pas une n'etait entière. En séparant avec un instrument de fer le grès endurci qui les couvrait, trois se sont détachées; les autres sont restées en connexion.

2.° Une masse de vertèbres et des côtés brisées: le tout mêlé sans ordre et pêle-mêle dans la plus grande confusion.

3.° La fig. 6 dessinée au seizième de sa grosseur en tout sens, exprime assez bien l'extrémité antérieure d'une mâchoire de cétacé. Les os de côté et d'autre très-reconnaissables sont dans un état d'extrème dégradation : le grès endurci dans lequel ils sont enfouis, les maintient ensemble, et empêche leur totale ruine.

Je doutais si ces os eussent quelque ressemblance avec la tête du beau squelette de Torqual, sous-genre de baleine, que M.r Cortesi avait découvert dans les État de Parme (*a*) en 1819. On sait que

(*a*) V. *Saggi geologici degli Stati di Parma e Piacenza*, *dal Giudice Giuseppe Cortesi* . . . *Piacenza* 1819, *in* 4.°

les terrains de ce pays, sous le rapport géologique et des testacés marins fossiles qu'il contient, ont beaucoup de ressemblence avec celui du Piémont. Mais un voyage que je viens de faire à Milan, où se trouve ce squelette, a dissipé mes doutes sur ce sujet, en voyant que la tête de ce beau fossile, torqual, n'a rien de commun avec cette portion de mâchoire dont il s'agît ici.

Les deux parties de celle-ci ne sont pas dans un même plan : la plus courte est plus élévée, et quoique tenant à l'autre par son extrémité supérieure, elle parait ne pas suivre la même courbure. L'os *A B* est concave dans la moitié de sa longueur, et convexe dans l'autre : il y en avait un autre qui était couché dans la direction *E F*; il a été réduit en pièces, lorsque j'ai voulu isoler la partie osseuse en enlevant le grès très-dur, dans lequel elle était ensevelie. Je juge que ni l'un ni l'autre de ces os, d'ailleurs fracturés, ne sont à leur place. A l'extrémité *C* est la pointe d'un os concave, qui va en s'élargissant au dessous de la partie terreuse endurcie, *D D*, que je n'ai pu en détacher complètement, de crainte de briser le tout et de le rendre de nulle valeur; de manière que j'ignore jusqu'où cet os se prolonge.

Tout proche de cette masse osseuse étaient des vertèbres privées de leurs apophyses de la hauteur de 0,15 et d'un diamètre à peu-près égal. Dans l'état de désordre où ont été trouvés tous les ossemens fracturés que je viens de rapporter, il n'est guères possible de dire s'il composaient en partie l'individu auquel a appartenu la portion de mâchoire, qui est l'objet de ce numéro.

En parcourant le savant ouvrage *Recherches sur les ossemens fossiles*, je trouve au tome V, partie 1.e, que la portion de la mâchoire en question peut avoir quelque rapport avec la fig. 2 de la planche XXV qu'est $\frac{1}{10}$ de la grandeur de l'original, et que l'illustre auteur dit à page 308 être la tête adulte de la baleine proprement dite du Cap de Bonne Esperance. Au reste, par les vestiges si incomplets et si mutilés, que nous avons, je ne puis donner ce rapport que pour un soupçon même vague.

Il faut que ce local de Bagnasque et ses environs ayent fourni quantité de semblables ossemens, puisque j'ai reconnu que, dans quelques murs des maisons, on avait placés, comme matériaux de construction, beaucoup de vertèbres et des ossemens fracturés, qui certainement ont appartenu à de grosses masses osseuses: et je n'ai pu voir sans douleur tant de débris d'animaux de l'ancien monde perdus sans ressource pour la science. Je rapportai de ma tournée à Bagnasque quelques vertèbres de dimensions de celles que j'ai citées que l'on me donna en passant à Courtanzone; dans une autre que je fis, quelques années après, sur les collines de l'Astesan, j'eus le plaisir de voir à la belle campagne de S. E. M.r le Comte Balbe, à Caméran, que M.r son fils, Membre de l'Académie, et digne d'un tel père, avait rassemblé des vertèbres semblables, et quantité d'ossemens fossiles; mais ces derniers brisés, et privés de leurs extrémités fournissent très-difficilement les moyens de les reconnaître.

VI.

De la même excavation faite à Bagnasque, on retira une masse osseuse representée d'un côté par la fig. 7 et de l'autre par la fig. 8 toutes deux au tiers de l'original. A la fig. 7 sont deux ouvertures *A A* qui communiquent entre elles dans l'intérieur, sans passer du côté opposé, et on peut passer le doigt de l'une à l'autre ouverture. Derrière l'espèce d'aile *C* est un canal, soit un enfoncement concave qui commence à la sommité *D* et va jusqu'au *D* d'en bas: la même chose se trouve de l'autre côté, qui, par la position que j'ai donnée à la masse pour la dessiner, ne peut se voir en entier. Au dessous de l'aile en *E*, vers sa connexion avec la masse, j'ai apperçu des deux côtés une petite ouverture. Les parties de cette figure, qui sont ponctuées, indiquent la partie osseuse, qui, pour se trouver en un commencement de dégradation, est fort poreuse et presque friable: tout le reste est

ossement plus compacte et mis à découvert, sur lequel on voit en quelques lieux le carbonate calcaire luisant et lamelleux.

La fig. 8 représente la masse osseuse du côté opposé : elle est toute à découvert à l'exception des ailes latérales, où j'ai dû laisser cette espèce de marbre sabloneux, qui recouvre et protège en même temps la partie osseuse que l'on voit dans l'autre figure; laquelle est assez épaisse à son insertion avec le corps de l'os, mais qui s'amincit beaucoup vers les extrémités. En *A A* sont deux ouvertures qui pénètrent dans l'intérieur de la masse : je les ai creusées jusques à 5 à 6 lignes au dessous de la partie osseuse, qui, sur les bords de ces ouvertures, peut avoir 4 lignes d'épaisseur. En *B B* est une autre ouverture, qui passe dans l'intérieur. L'épaisseur la plus grande de cet os, qui est vers le milieu, est de 0,228. La pierre qui remplit ces ouvertures est si dure que les coups de marteau même ménagés avec soin, détachent les parties osseuses des extrémités qui sont presque calcinées. C'est une observation que j'ai été dans le cas de faire souvent dans les fossiles du Piémont. Le terrain sabloneux, dans lequel ils sont ensévelis, friable à la surface, va en se durcissant à mesure qu'il approche du fossile, et au point d'acquérir une dureté, qui excède celle du marbre ordinaire, lorsqu'il se trouve au contact avec lui. Ce parait être un fait, que la partie animale d'un fossile donne de l'endurcissement au terrain, dans lequel il se trouve enfoncé.

N'ayant rien trouvé, parmi les nombreux ossemens décrits dans le célébre ouvrage plusieurs fois cité, qui eut quelque rapport avec l'os en question, je pris le parti d'en envoyer à son illustre Auteur une copie en plâtre. M.r le Baron Cuvier eut la complaisance de m'écrire, après quelques détails anatomiques, que cet os appartenait très-probablement à un cétacé; que ce peut être une espèce nouvelle et même un genre nouveau; mais que, avant tout, il fallait le dégager de tout le sable et de toute la terre qui l'incrustaient. C'est ce que j'ai fait avec tout le soin possible; mais on a vu que d'un côté la fragilité de l'os et de l'autre l'extrême

résistence de cette sorte de marbre, dont les cavités intérieures sont remplies, sont un obstacle à le remettre complètement dans son premier état. Je désire fort que les dessins que j'en ai fait avec toute l'exactitude qu'il m'a été possible d'y employer, mettent les naturalistes dans le cas de déterminer à quel animal de l'ancien monde cet os a appartenu.

La terre à laquelle étaient attachés les fossiles de ces deux derniers numéros, V et VI et qui, friable au déhors, devient si dure aux approches des parties animales, est d'un jaune sale, assez fine, et argilo-calcaire mêlée de silice. On trouve dans le vignes et les champs du dit Bagnasque et aux environs, des masses endurcies de cette nature de pierre qu'on employe aux édifices de ces lieux; mais j'y ai reconnu des grains plus grossiers de sable. On voit assez fréquemment de semblables concrétions sablonneuses, endurcies dans les campagnes de l'Astesan et du Montferrat que l'on fait servir aux mêmes usages.

Acc I.

Alb Denina litog:

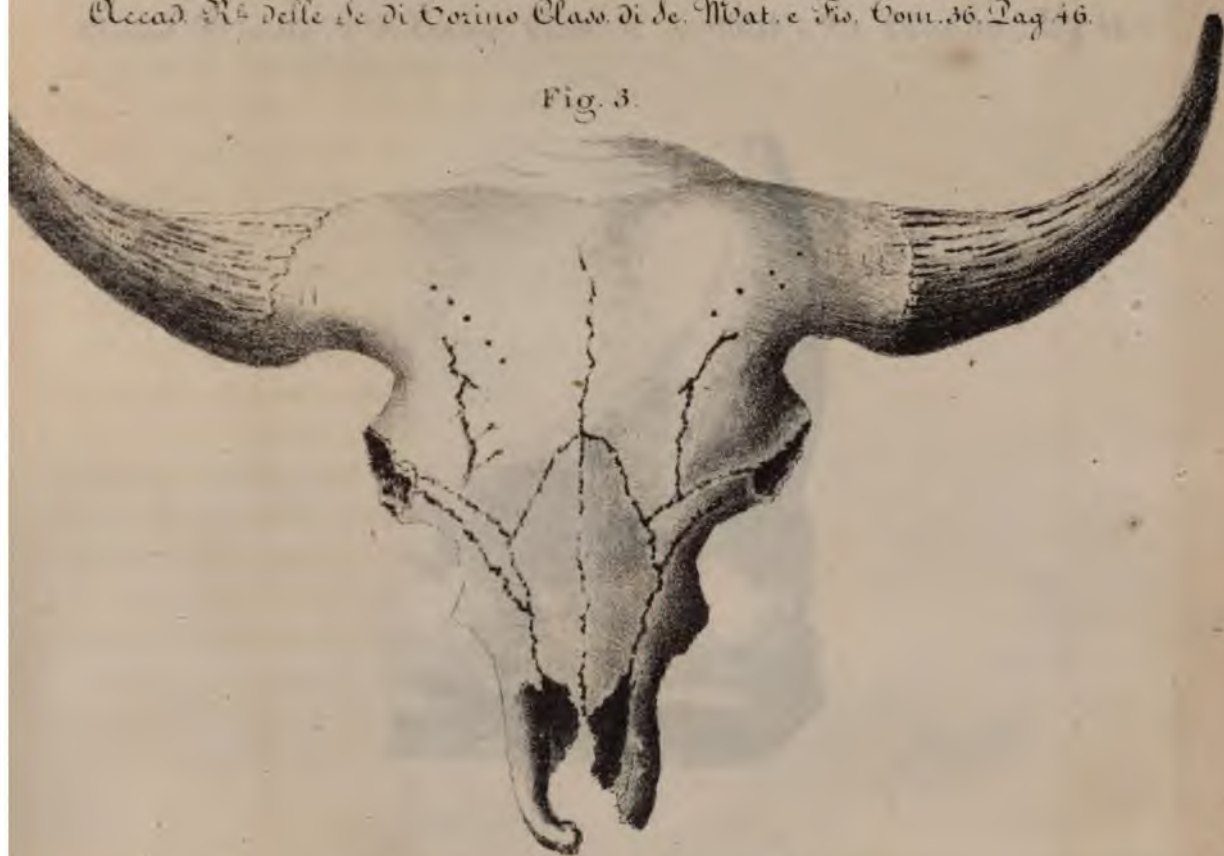
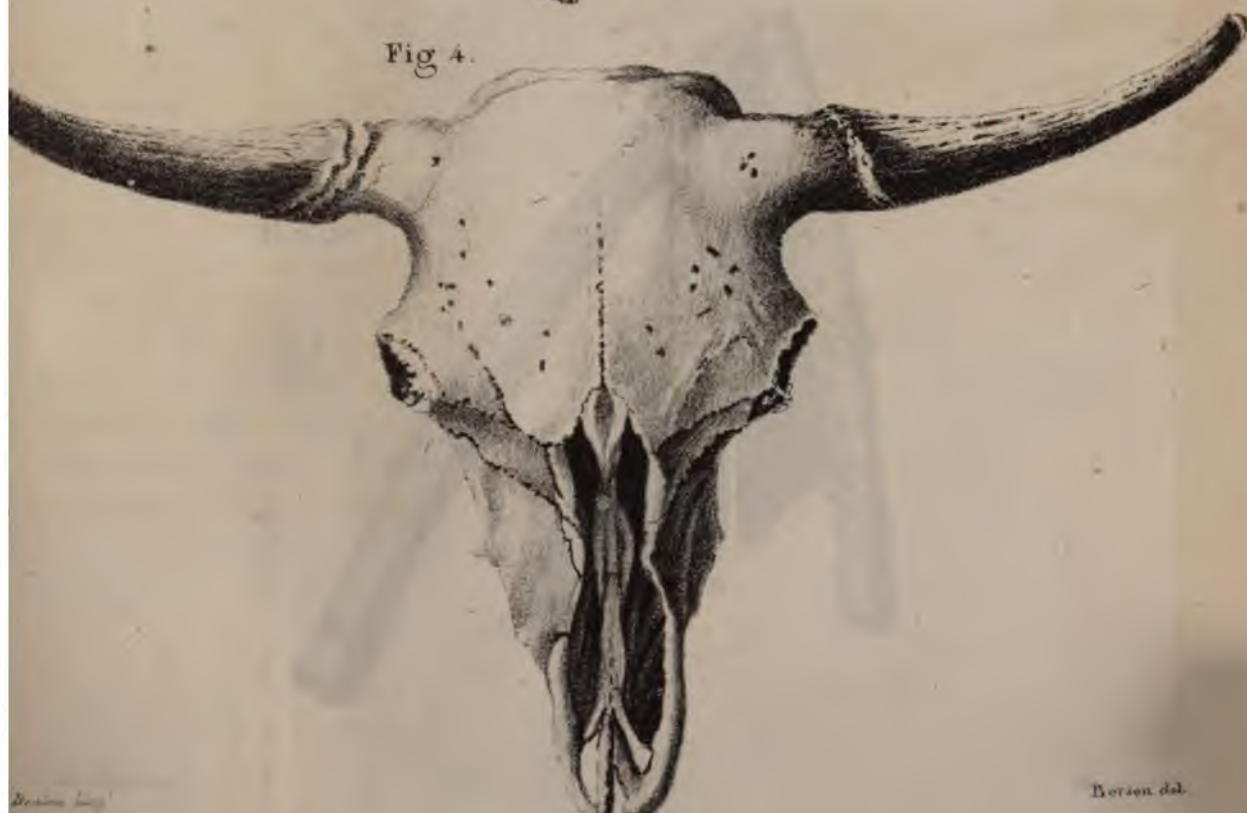
Tav. II.
Accad. R.le delle Sc. di Torino Class. di Sc. Mat. e Fis. Tom. 36. Pag. 46.
Fig. 3.
Fig 4.
Borson del.

Accad. R.le delle Sc. di Torino. Class. di Sc. Mat. e Fis. Tom. 36. Pag. 46.

Fig. 7.

1/3

D

C

E

D

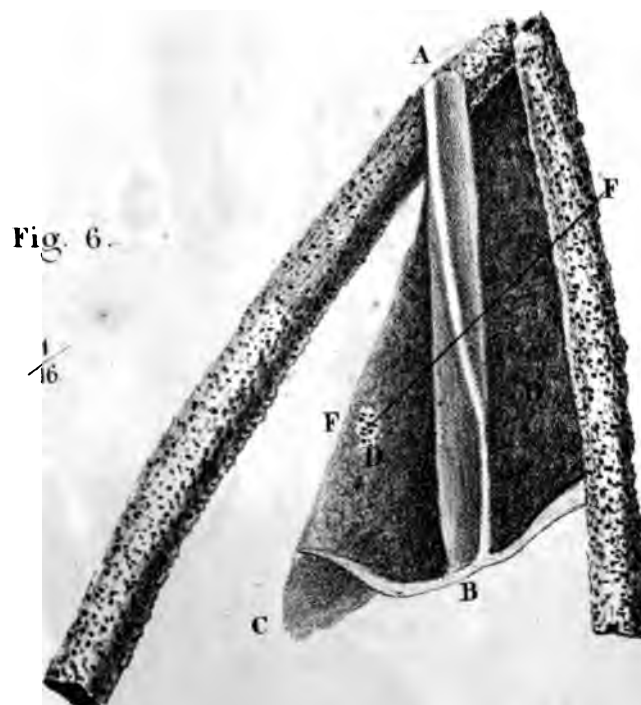
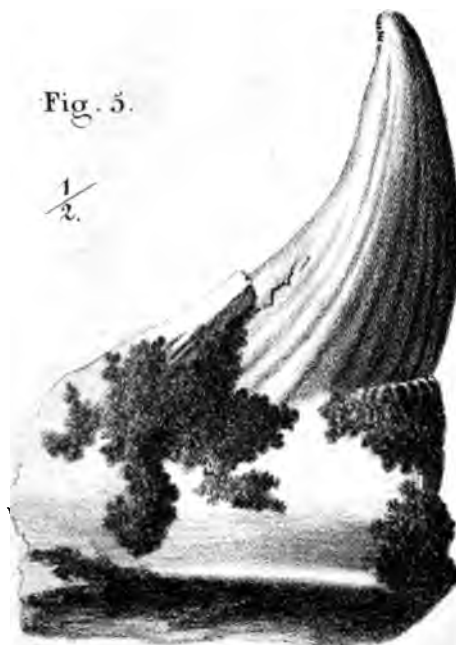
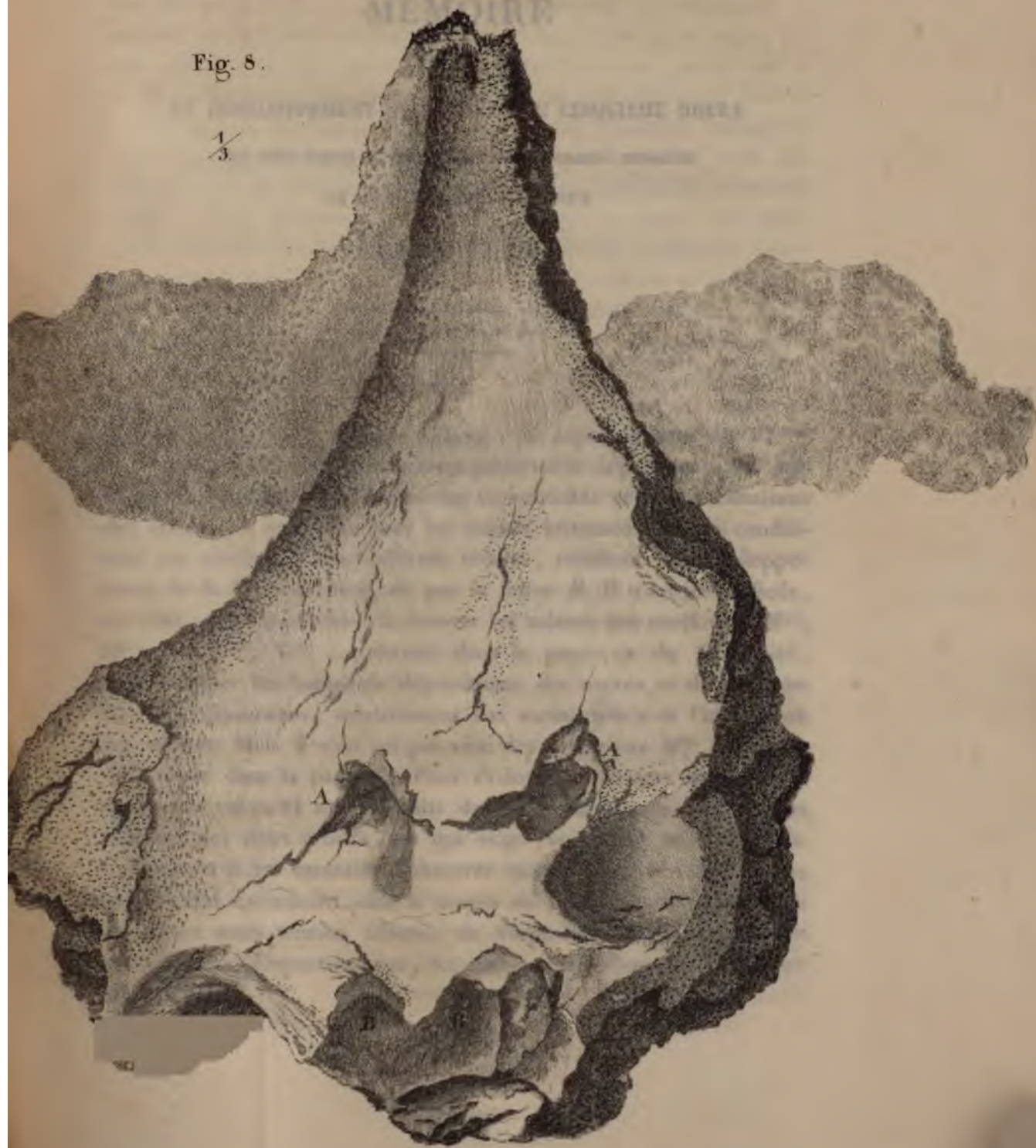
A A

B

D

Accad. R.le delle Sc. di Torino. Class. di Sc. Mat. e Fis. Tom. 36. Pag. 46.

MÉMOIRE

SUR

LE DÉVELOPPEMENT DES TERMES DU CINQUIÈME ORDRE

QUI FONT PARTIE DU COEFFICIENT DE LA GRANDE INÉGALITÉ

DE *JUPITER* ET *SATURNE*

PAR M.r PLANA

Lu dans la séance du 24 juin 1827.

§ I.

L'Auteur de la Mécanique Céleste, en exposant dans le VI.ème Livre les formules des perturbations planétaires dépendantes des carrés et des puissances supérieures des excentricités et des inclinaisons des orbites, a supprimé tous les calculs intermédiaires qui conduisent aux coefficiens des différens termes, résultant du développement de la fonction désignée par la lettre R. Il n'est pas difficile, en effet, ni très-pénible de trouver les valeurs des coefficiens $M^{(0)}$, $M^{(1)}\ldots$; $N^{(0)}$, $N^{(1)}\ldots$, donnés dans la page 12 du livre cité, pour calculer les inégalités dépendantes des carrés et des produits de deux dimensions, relativement aux excentricités et l'inclinaison des orbites. Mais il n'en est pas ainsi des coefficiens $M^{(0)}$, $M^{(1)}\ldots M^{(5)}$ posés dans la page 23. Pour évaluer ces derniers, il faut avoir égard aux cubes et aux produits de trois dimensions des mêmes élémens des deux orbites, ce qui exige un calcul assez pénible. Cependant il est essentiel d'observer que la considération même qui le rend nécessaire offre le moyen de l'abréger, en limitant le calcul aux seuls termes affectés de l'argument $5n't-2nt$; nt et $n't$ désignant, respectivement, les moyens mouvemens de *Jupiter* et *Saturne*.

La recherche des coefficiens $N^{(0)}, N^{(1)}, \ldots, N^{(9)}$ qu'on voit dans les pages 27 et 28 du 3.e Volume de la Mécanique Céleste entraîne à des calculs, sans comparaison, plus longs que ceux dont nous venons de parler. Car ici, il faut avoir égard aux termes de la cinquième dimension relativement aux excentricités et à l'inclinaison des deux orbites. L'importance de ce développement, propre à perfectionner la détermination théorique du coefficient de la grande inégalité de *Jupiter* et *Saturne*, a engagé *Burkardt*, célébre Astronome Allemand, décédé à Paris, il y a plusieurs années, à l'exécuter; et le résultat de son travail a été publié par *Laplace*, en 1802, dans les deux pages citées plus haut. Seulement, il faut avoir soin de prendre avec un *signe contraire* tous ces coefficiens.

Quoique leur recherche soit un problème qui dépend du développement en série d'une fonction entre trois variables: comme il est rendu plus difficile par la forme polynomiale des puissances des trois accroissemens; j'ai pensé qu'il serait utile de présenter, avec beaucoup d'ordre, cette application des méthodes connues, afin d'offrir des points de repère à ceux qui seraient tentés de vouloir vérifier les derniers résultats.

Pour remplir ce but, je partage les termes qui résultent du premier développement de la fonction R, en trois fonctions partielles, et je développe chacune d'elles suivant les différens ordres marqués par les dimensions des produits entre les excentricités et l'inclinaison mutuelle des orbites.

J'ai obtenu de cette manière pour le second et le troisième ordre, des résultats tout-à-fait conformes à ceux publiés dans la Mécanique Céleste. En procédant de même, pour trouver les termes du *cinquième ordre* qui affectent l'argument $5n't - 2nt$, j'ai obtenu, en dernière analyse, les résultats rapportés dans les pages 27 et 28 du 3.e Volume de la Mécanique Céleste, sauf quelques coefficiens numériques absolus, dépendans du carré de la tangente de l'inclinaison mutuelle des deux orbites, qui diffèrent de leurs correspondans qu'on voit dans les mêmes pages.

§ II.

(1) Prenons l'expression de R, c'est-à-dire

$$R=\frac{m'(xx'+yy'+zz')}{r'^3}-\frac{m'}{\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2}},$$

et remplaçons x, x'; y, y'; z, z', par leurs valeurs

$$x=r\cos v\,;\qquad y=r\sin v\,;\qquad z=0\,;$$

$$x'=r'\cos v'\,;\qquad y'=\frac{r'\sin v'}{\sqrt{1+\gamma^2}}\,;\qquad z'=\frac{\gamma.r'\sin v'}{\sqrt{1+\gamma^2}}\,;$$

en attribuant à toutes ces quantités les mêmes dénominations que *Laplace* leur a fixées dans le N.° 4 du Livre VI de sa Mécanique Céleste.

Si après cette substitution on développe la fonction R suivant les puissances de γ, on trouvera, en s'arrêtant à la quatrième;

$$\begin{aligned}
R= & \,m'.\frac{r}{r'^2}\cos(v'-v)-m'\{r^2-2rr'\cos(v'-v)+r'^2\}^{-\frac{1}{2}}\\
& -\frac{m'}{4}.\frac{r}{r'^2}\gamma^2\{\cos(v'-v)-\cos(v'+v)\}\\
& +\frac{m'}{4}.rr'\gamma^2\{\cos(v'-v)-\cos(v'+v)\}\{r^2-2rr'\cos(v'-v)+r'^2\}^{-\frac{3}{2}}\\
& +\frac{3m'}{16}.\frac{r}{r'^2}\gamma^4\{\cos(v'-v)-\cos(v'+v)\}\\
& -\frac{3m'}{16}.rr'\gamma^4\{\cos(v'-v)-\cos(v'+v)\}\{r^2-2rr'\cos(v'-v)+r'^2\}^{-\frac{3}{2}}\\
& -\frac{3m'}{64}.r^2r'^2\gamma^4\frac{\{2+\cos 2(v'-v)+\cos 2(v'+v)-2\cos 2v'-2\cos 2v\}}{\{r^2-2rr'\cos(v'-v)+r'^2\}^{\frac{5}{2}}}.
\end{aligned}$$

Soient

$$r=a+au_1;\quad r'=a'+a'u'_1;\quad v=nt+\varepsilon-\Pi+v_1;\quad v'=n't+\varepsilon'-\Pi+v'_1,$$

les valeurs elliptiques de r, r', v, v'. D'après le 3.e Chapitre du Livre II de la Mécanique Céleste, on a

$$u_1=-e\cos q+\frac{e^2}{2}\{1-\cos 2q\}+\frac{3}{8}e^3\{\cos q-\cos 3q\}+\frac{1}{3}e^4\{\cos 2q-\cos 4q\}$$

$$-\frac{125}{384}.e^5\cos 5q+\frac{45}{128}.e^5\cos 3q-\frac{5}{192}e^5\cos q+\text{etc.};$$

$$u'_1=-e'\cos q'+\frac{e'^2}{2}\{1-\cos 2q'\}+\frac{3}{8}e'^3\{\cos q'-\cos 3q'\}+\frac{1}{3}e'^4\{\cos 2q'-\cos 4q'\}$$

$$-\frac{125}{384}e'^5\cos 5q'+\frac{45}{128}.e'^5\cos 3q'-\frac{5}{192}e'^5\cos q'+\text{etc.};$$

$$v_1=2e\sin q+\frac{5}{4}e^2\sin 2q+e^3\left(\frac{13}{12}\sin 3q-\frac{1}{4}\sin q\right)+e^4\left(\frac{103}{96}\sin 4q-\frac{11}{24}\sin 2q\right)$$

$$+\frac{5}{96}e^5\sin q-\frac{43}{64}e^5\sin 3q+\frac{1097}{960}.e^5\sin 5q\ \text{etc.};$$

$$v'_1=2e'\sin q'+\frac{5}{4}e'^2\sin 2q'+e'^3\left(\frac{13}{12}\sin 3q'-\frac{1}{4}\sin q'\right)+e'^4\left(\frac{103}{96}\sin 4q'-\frac{11}{24}\sin 2q'\right)$$

$$+\frac{5}{96}e'^5\sin q'-\frac{43}{64}.e'^5\sin 3q'+\frac{1097}{960}e'^5\sin 5q'+\text{etc.};$$

en faisant, pour plus de simplicité,

$$q=nt+\varepsilon-\varpi;\qquad q'=n't+\varepsilon'-\varpi'.$$

Maintenant, si dans la valeur précédente de R on écrit, respectivement, a, a', $nt+\varepsilon-\Pi$, $n't+\varepsilon'-\Pi$, à la place de r, r', v, v', et si l'on fait, pour abréger,

$$p=n't-nt+\varepsilon'-\varepsilon;\qquad D=n't+nt+\varepsilon'+\varepsilon-2\Pi;$$

la question sera réduite à développer suivant les différens ordres des excentricités et de l'inclinaison des orbites;

1.° La fonction

$$m'\frac{a}{a'^2}\cos p-m'\{a^2-2aa'\cos p+a'^2\}^{-\frac{1}{2}};$$

2.° La fonction

$$-\frac{\gamma^2}{4}.m'\frac{a}{a'^2}\cos p+\frac{\gamma^2}{4}.m'aa'\cos p\,\{a^2-2aa'\cos p+a'^2\}^{-\frac{3}{2}}$$

$$+\frac{\gamma^2}{4}.m'\frac{a}{a'^2}\cos D-\frac{\gamma^2}{4}.m'aa'\cos D\{a^2-2aa'\cos p+a'^2\}^{-\frac{3}{2}};$$

3.° La fonction

$$\frac{3}{16}.m'\frac{a}{a'^2}\gamma^4\{\cos p-\cos D\}$$

$$-\frac{3}{16}.m'aa'\gamma^4\{\cos p-\cos D\}\{a^2-2aa'\cos p+a'^2\}^{-\frac{3}{2}}$$

$$-\frac{3}{64}.m'a^2a'^2\gamma^4\frac{\{2+\cos 2p+\cos 2D-2\cos 2(n't+\varepsilon'-\Pi)-2\cos 2(nt+\varepsilon-\Pi)\}}{\{a^2-2aa'\cos p+a'^2\}^{\frac{5}{2}}};$$

lorsqu'on attribue aux quantités a, a', p, D, $n't+\varepsilon'-\Pi$, $nt+\varepsilon-\Pi$, les accroissemens respectifs, au_1; $a'u_1'$, $v_1'-v_1$; $v_1'+v_1$; v_1'; v_1.

§ III.

Développement de la fonction

$$m'\frac{a}{a'^2}\cos p-m'\{a^2-2aa'\cos p+a'^2\}^{-\frac{1}{2}}.$$

(2) Si, sans changer les valeurs de a, a', et p, on développe cette fonction suivant les cosinus de l'arc p et de ses multiples, on aura une série de la forme

$$m'.\left\{\frac{1}{2}\overset{(0)}{A}+\overset{(1)}{A}.\cos p+\overset{(2)}{A}.\cos 2p+\text{ etc. }\right\},$$

laquelle, à cause de $\cos ip=\cos -ip$, peut être représentée par le symbole $\frac{m'}{2}.\Sigma\overset{(i)}{A}\cos ip$, la caractéristique Σ des intégrales finies étant relative aux nombres entiers depuis $i=-\infty$, jusqu'à $i=\infty$; la valeur $i=0$ étant comprise dans ce nombre infini de valeurs : mais alors il faut observer que $\overset{(i)}{A}=\overset{(-i)}{A}$.

Cette manière d'écrire la série précédente a l'avantage d'exprimer fort simplement le produit de cette série par le sinus ou le cosinus d'un angle quelconque β. Car il est aisé de voir qu'on a

$$\sin\beta\,.\,\Sigma \overset{(i)}{A}\cos.\,ip = \Sigma \overset{(i)}{A}\sin(ip+\beta),$$

$$\cos\beta\,.\,\Sigma \overset{(i)}{A}\cos.\,ip = \Sigma \overset{(i)}{A}\cos(ip+\beta),$$

$$\sin\beta\,.\,\Sigma \overset{2k+1}{i}\,.\,\overset{(i)}{A}\sin ip = -\Sigma \overset{2k+1}{i}\,.\,\overset{(i)}{A}\cos(ip+\beta);$$

pourvu que le nombre k soit entier, et qu'on ait soin de prendre i positivement et négativement. Ces trois équations peuvent être regardées comme trois lemmes dont nous ferons un fréquent usage dans le cours de ce Mémoire.

La quantité $\overset{(i)}{A}$ étant évidemment fonction de a et de a', l'on a ici à développer la fonction $\frac{m'}{2}\Sigma \overset{(i)}{A}\cos ip$ entre les trois variables a, a', et p. Or, si l'on désigne, en général, par u une fonction de trois variables x, y, z, on sçait que, ces variables devenant $x+h$, $y+k$, $z+l$, u devient

$$u+\frac{du}{dx}.h+\frac{du}{dy}.k+\frac{du}{dz}.l$$

$$+\frac{1}{1.2}.\left\{\frac{d^2u}{dx^2}.h^2+\frac{d^2u}{dy^2}.k^2+\frac{d^2u}{dz^2}.l^2+2.\frac{d^2u}{dydz}.lk+2.\frac{d^2u}{dxdz}.hl+2.\frac{d^2u}{dxdy}.hk\right\}$$

$$+\frac{1}{1.2.3}\left\{\begin{array}{l}\frac{d^3u}{dx^3}.h^3+\frac{d^3u}{dy^3}.k^3+\frac{d^3u}{dz^3}.l^3+3.\frac{d^3u}{dydz^2}.kl^2+3.\frac{d^3u}{dzdy^2}.lk^2+3.\frac{d^3u}{dxdz^2}.hl^2\\+3.\frac{d^3u}{dzdx^2}.lh^2+3.\frac{d^3u}{dydx^2}.kh^2+3.\frac{d^3u}{dxdy^2}.hk^2+6.\frac{d^3u}{dxdydz}hkl\end{array}\right\}$$

$$+\frac{1}{2.3.4}\left\{\begin{array}{l}\frac{d^4u}{dx^4}.h^4+\frac{d^4u}{dy^4}.k^4+\frac{d^4u}{dz^4}.l^4+4.\frac{d^4u}{dydz^3}.kl^3+4.\frac{d^4u}{dzdy^3}.lk^3\\+4.\frac{d^4u}{dxdz^3}.hl^3+4.\frac{d^4u}{dxdy^3}.hk^3+4.\frac{d^4u}{dydx^3}.kh^3+4.\frac{d^4u}{dzdx^3}.lh^3\\+6.\frac{d^4u}{dy^2dz^2}.k^2l^2+6.\frac{d^4u}{dx^2dz^2}.h^2l^2+6.\frac{d^4u}{dx^2dy^2}.h^2k^2+12.\frac{d^4u}{dxdydz^2}.hkl^2\\+12.\frac{d^4u}{dxdzdy^2}.hlk^2+12.\frac{d^4u}{dydzdx^2}.lkh^2\end{array}\right\}$$

$$+\frac{1}{2.3.4.5}\left\{\begin{array}{l}\frac{d^5u}{dx^5}.h^5+\frac{d^5u}{dy^5}.k^5+\frac{d^5u}{dz^5}.l^5+5.\frac{d^5u}{dydz^4}.kl^4+5.\frac{d^5u}{dzdx^4}.lh^4\\ +5.\frac{d^5u}{dzdy^4}lk^4+5.\frac{d^5u}{dxdz^4}.hl^4+5.\frac{d^5u}{dxdy^4}.hk^4+5.\frac{d^5u}{dydx^4}.kh^4\\ +10.\frac{d^5u}{dx^2dy^3}.h^2k^3+10.\frac{d^5u}{dz^2dy^3}.l^2k^3+10.\frac{d^5u}{dx^2dz^3}.h^2l^3+10.\frac{d^5u}{dz^2dx^3}.l^2h^3\\ +10.\frac{d^5u}{dx^3dy^2}.h^3k^2+10.\frac{d^5u}{dy^2dz^3}.k^2l^3\\ +20.\frac{d^5u}{dxdydz^3}.hkl^3+20.\frac{d^5u}{dxdzdy^3}.hlk^3+20.\frac{d^5u}{dydzdx^3}.klh^3\\ +30.\frac{d^5u}{dxdy^2dz^2}.hk^2l^2+30.\frac{d^5u}{dydx^2dz^2}.kh^2l^2+30.\frac{d^5u}{dzdx^2dy^2}.lh^2k^2\end{array}\right\}$$

$+$ etc.,

par conséquent, si l'on désigne par P la partie,

$$u+\frac{du}{dx}.h+\frac{du}{dy}.k+\frac{du}{dz}.l,$$

et par Q, S, V, T, celles qui sont multipliées, respectivement, par $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2.3}$, $\frac{1}{2.3.4}$, $\frac{1}{2.3.4.5}$, on aura, pour le développement de la fonction $\frac{m'}{2}\Sigma \overset{(i)}{A}\cos ip$, les valeurs suivantes de P, Q, S, V, T;

$$P=\frac{m'}{2}.\Sigma \overset{(i)}{A}\cos ip+\frac{m'u_{,}}{2}.\Sigma a\frac{dA^{(i)}}{da}.\cos ip+\frac{m'}{2}.u_{,}'\Sigma a'\frac{dA^{(i)}}{da'}.\cos ip$$
$$-\frac{m'}{2}(v_{,}'-v_{,})\Sigma i\overset{(i)}{A}.\sin ip;$$

$$Q=\frac{m'}{4}.u_{,}^2\Sigma a^2\frac{d^2A^{(i)}}{da^2}.\cos ip+\frac{m'}{4}.u_{,}'^2\Sigma a'^2\frac{d^2A^{(i)}}{da'^2}.\cos ip-\frac{m'}{4}(v_{,}'-v_{,})^2\Sigma i^2\overset{(i)}{A}.\cos ip$$
$$+\frac{m'}{2}.u_{,}u_{,}'\Sigma aa'\frac{d^2A^{(i)}}{dada'}.\cos ip-\frac{m'}{2}.u_{,}(v_{,}'-v_{,})\Sigma ia.\frac{dA^{(i)}}{da}.\sin ip$$
$$-\frac{m'}{2}u_{,}'(v_{,}'-v_{,})\Sigma ia'\frac{dA^{(i)}}{da'}.\sin ip;$$

$$S = \frac{m'}{12} \cdot u_1{}^3 \Sigma a^3 \frac{d^3 A^{(i)}}{da^3} \cdot \cos ip + \frac{m'}{12} \cdot u_1'^3 \Sigma a'^3 \frac{d^3 A^{(i)}}{da'^3} \cdot \cos ip$$

$$+ \frac{m'}{12} (v_1' - v_1)^3 \Sigma i^3 \overset{(i)}{A} \cdot \sin ip + \frac{m'}{4} \cdot u_1^2 u_1' \Sigma a^2 a' \frac{d^3 A^{(i)}}{da^2 da'} \cdot \cos ip$$

$$+ \frac{m'}{4} \cdot u_1'^2 u_1 \Sigma a'^2 a \frac{d^3 A^{(i)}}{da da'^2} \cdot \cos ip - \frac{m'}{4} \cdot u_1^2 (v_1' - v_1) \Sigma i a^2 \frac{d^2 A^{(i)}}{da^2} \cdot \sin ip$$

$$- \frac{m'}{4} \cdot u_1'^2 (v_1' - v_1) \Sigma i a'^2 \frac{d^2 A^{(i)}}{da'^2} \cdot \sin ip - \frac{m'}{4} \cdot u_1 (v_1' - v_1)^2 \Sigma i^2 a \frac{dA^{(i)}}{da} \cdot \cos ip$$

$$- \frac{m'}{4} \cdot u_1' (v_1' - v_1)^2 \Sigma i^2 a' \frac{dA^{(i)}}{da'} \cdot \cos ip - \frac{m'}{2} \cdot u_1 u_1' (v_1' - v_1) \Sigma i a a' \frac{d^2 A^{(i)}}{da da'} \cdot \sin ip;$$

$$V = \frac{m'}{48} \cdot u_1^4 \Sigma a^4 \frac{d^4 A^{(i)}}{da^4} \cdot \cos ip + \frac{m'}{48} \cdot u_1'^4 \Sigma a'^4 \frac{d^4 A^{(i)}}{da'^4} \cdot \cos ip + \frac{m'}{48} \cdot (v_1' - v_1)^4 \Sigma i^4 \overset{(i)}{A} \cdot \cos ip$$

$$+ 4 \cdot \frac{m'}{48} u_1' (v_1' - v_1)^3 \Sigma i^3 a' \frac{dA^{(i)}}{da'} \cdot \sin ip - 4 \cdot \frac{m'}{48} \cdot u_1'^3 (v_1' - v_1) \Sigma i a'^3 \frac{d^3 A^{(i)}}{da'^3} \cdot \sin ip$$

$$+ 4 \cdot \frac{m'}{48} u_1 (v_1' - v_1)^3 \Sigma i^3 a \frac{dA^{(i)}}{da} \cdot \sin ip + 4 \cdot \frac{m'}{48} \cdot u_1 u_1'^3 \Sigma a a'^3 \frac{d^4 A^{(i)}}{da da'^3} \cdot \cos ip$$

$$+ 4 \cdot \frac{m'}{48} u_1' u_1^3 \Sigma a' a^3 \frac{d^4 A^{(i)}}{da' da^3} \cdot \cos ip - 4 \cdot \frac{m'}{48} \cdot u_1^3 (v_1' - v_1) \Sigma i a^3 \frac{d^3 A^{(i)}}{da^3} \cdot \sin ip$$

$$- 6 \cdot \frac{m'}{48} u_1'^2 (v_1' - v_1)^2 \Sigma i^2 a'^2 \frac{d^2 A^{(i)}}{da'^2} \cdot \cos ip - 6 \cdot \frac{m'}{48} u_1^2 (v_1' - v_1)^2 \Sigma i^2 a^2 \frac{d^2 A^{(i)}}{da^2} \cos ip$$

$$+ 6 \cdot \frac{m'}{48} u_1^2 u_1'^2 \Sigma a^2 a'^2 \cdot \frac{d^4 A^{(i)}}{da^2 da'^2} \cdot \cos ip - 12 \cdot \frac{m'}{48} \cdot u_1 u_1' (v_1' - v_1)^2 \Sigma i^2 a a' \frac{d^2 A^{(i)}}{da da'} \cdot \cos ip$$

$$- 12 \cdot \frac{m'}{48} u_1 u_1'^2 (v_1' - v_1) \Sigma i a a'^2 \frac{d^3 A^{(i)}}{da da'^2} \cdot \sin ip - 12 \cdot \frac{m'}{48} \cdot u_1' u_1^2 (v_1' - v_1) \Sigma i a^2 a' \frac{d^3 A^{(i)}}{da^2 da'} \cdot \sin ip;$$

$$T = \frac{m'}{240} \cdot u_1^5 \Sigma a^5 \frac{d^5 A^{(i)}}{da^5} \cdot \cos ip + \frac{m'}{240} \cdot u_1'^5 \Sigma a'^5 \frac{d^5 A^{(i)}}{da'^5} \cdot \cos ip$$

$$- \frac{m'}{240} (v_1' - v_1)^5 \Sigma i^5 \overset{(i)}{A} \cdot \sin ip + \frac{m'}{48} \cdot u_1^4 u_1' \Sigma a^4 a' \frac{d^5 A^{(i)}}{da^4 da'} \cdot \cos ip$$

$$+ \frac{m'}{48} \cdot u_1'^4 u_1 \Sigma a'^4 a \frac{d^5 A^{(i)}}{da'^4 da} \cdot \cos ip - \frac{m'}{48} \cdot u_1^4 (v_1' - v_1) \Sigma i a^4 \frac{d^4 A^{(i)}}{da^4} \cdot \sin ip$$

$$- \frac{m'}{48} \cdot u_1'^4 (v_1' - v_1) \Sigma i a'^4 \frac{d^4 A^{(i)}}{da'^4} \cdot \sin ip + \frac{m'}{48} \cdot u_1 (v_1' - v_1)^4 \Sigma i^4 a \frac{dA^{(i)}}{da} \cdot \cos ip$$

$$+\frac{m'}{48}.u_1'(v_1'-v_1)^4\Sigma i^4a'\frac{dA^{(i)}}{da'}.\cos ip+\frac{m'}{24}.u_1^3u_1'^2\Sigma a^3a'^2\frac{d^5A^{(i)}}{da^3da'^2}.\cos ip$$

$$+\frac{m'}{24}.u_1'^3u_1'^2\Sigma a'^3a^2\frac{d^5A^{(i)}}{da'^3da^2}.\cos ip+\frac{m'}{24}.u_1^2(v_1'-v_1)^3\Sigma i^3a^2\frac{d^2A^{(i)}}{da^2}.\sin ip$$

$$+\frac{m'}{24}.u_1'^2(v_1'-v_1)^3\Sigma i^3a'^2\frac{d^2A^{(i)}}{da'^2}.\sin ip-\frac{m'}{24}.u_1^3(v_1'-v_1)^2\Sigma i^2a^3\frac{d^3A^{(i)}}{da^3}.\cos ip$$

$$-\frac{m'}{24}.u_1'^3(v_1'-v_1)^2\Sigma i^2a'^3\frac{d^3A^{(i)}}{da'^3}.\cos ip-\frac{m'}{12}.u_1^3u_1'(v_1'-v_1)\Sigma ia^3a'\frac{d^4A^{(i)}}{da^3da'}.\sin ip$$

$$-\frac{m'}{12}.u_1'^3u_1(v_1'-v_1)\Sigma ia'^3a\frac{d^4A^{(i)}}{da'^3da}.\sin ip+\frac{m'}{12}.u_1u_1'(v_1'-v_1)^3\Sigma aa'\frac{d^2A^{(i)}}{dada'}.i^3\sin ip$$

$$-\frac{m'}{8}.u_1^2u_1'^2(v_1'-v_1)\Sigma ia^2a'^2\frac{d^4A^{(i)}}{da^2da'^2}.\sin ip$$

$$-\frac{m'}{8}.u_1u_1'^2(v_1'-v_1)^2\Sigma i^2aa'^2\frac{d^3A^{(i)}}{dada'^2}.\cos ip$$

$$-\frac{m'}{8}.u_1'u_1^2(v_1'-v_1)^2\Sigma i^2a'a^2\frac{d^3A^{(i)}}{da^2da'}.\cos ip\,.$$

(3) Maintenant, pour avoir les valeurs de P, Q, S, V, T ordonnées suivant les puissances et les produits des excentricités e, e', il faut chercher, dans le même ordre, les valeurs des fonctions u_1^2, $u_1'^2$, u_1^3, $u_1'^3$, etc. qui multiplient celles affectées de la caractéristique Σ. C'est à quoi l'on parvient au moyen des valeurs de u_1; u_1'; v_1; v_1'; posées dans le N.° (1). Mais avant d'entreprendre ce pénible calcul, il est nécessaire de connaître les arcs qui peuvent introduire l'argument $5n't-2nt$.

L'on sçait que cet argument ne peut se trouver que parmi les quantités des ordres 3, 5, 7, etc. Donc, en négligeant les quantités supérieures au cinquième ordre, il n'y aura que les angles compris dans la série

$$(A)\ldots\left\{\begin{matrix} ip+3q; & ip+3q'; & ip+2q+q'; \\ ip+2q'+q; & ip+4q-q'; & ip+4q'-q; \end{matrix}\right\}$$

qui pourront renfermer l'arc $5n't-2nt$, en prenant respectivement pour i les nombres 5, 2, 4, 3, 6, 1.

Il suit de là, que dans les valeurs de u_1^2, u_1^3, $u_1'^2$, $u_1'^3$, etc. il sera permis de négliger tous les termes du quatrième ordre, sans exception, et tous ceux du troisième et cinquième ordre, qui se trouvent affectés du sinus ou du cosinus d'un angle différent de $3q$, $3q'$, $2q+q'$, $2q'+q$, $4q-q'$, $4q'-q$. On pourrait nous objecter ici qu'il y a d'autres angles, outre ceux de la série (A), qui peuvent renfermer $5n't-2nt$; tel est, par exemple, l'angle $ip+6q-3q'$, en faisant $i=8$. Mais il est aisé de se convaincre qu'il n'y a que ceux de la série (*A*) qui puissent être donnés par les valeurs de u_1^2, u_1^3, etc. déduites des séries du N.° (1), en rejettant tous les termes supérieurs au cinquième ordre.

Cela posé, on trouvera les résultats suivans :

$$u_1^2=\frac{e^2}{2}+\frac{e^2}{2}\cdot\cos 2q+\left(\frac{e^3}{2}-\frac{9}{16}.e^5\right).\cos 3q;$$

$$u_1'^2=\frac{e'^2}{2}+\frac{e'^2}{2}\cdot\cos 2q'+\left(\frac{e'^3}{2}-\frac{9}{16}.e'^5\right).\cos 3q';$$

$$\begin{aligned}(v_1'-v_1)^2=&\,2(e^2+e'^2)-2e^2.\cos 2q-2e'^2.\cos 2q'+4ee'.\cos(q+q')-4ee'.\cos(q-q')\\&-\left(\frac{5}{2}.e^3-\frac{27}{8}.e^5\right).\cos 3q-\left(\frac{5}{2}.e'^3-\frac{27}{8}.e'^5\right).\cos 3q'\\&-\frac{103}{48}.e'e^4.\cos(4q-q')-\frac{103}{48}.ee'^4.\cos(4q'-q)\\&+\left(\frac{5}{2}.ee'^2-\frac{5}{16}.e'^2e^3-\frac{11}{12}.ee'^4\right).\cos(2q'+q)\\&+\left(\frac{5}{2}.e'e^2-\frac{5}{16}.e^2e'^3-\frac{11}{12}.e'e^4\right).\cos(2q+q');\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u_1u_1'=&\,\frac{ee'}{2}.\cos(q+q')+\frac{ee'}{2}.\cos(q-q')-\frac{3}{16}.e^3e'^2.\cos 3q-\frac{3}{16}.e^2e'^3.\cos 3q'\\&+\frac{e'e^4}{6}.\cos(4q-q')+\frac{ee'^4}{6}.\cos(4q'-q)\\&+\left(\frac{ee'^2}{4}-\frac{ee'^4}{6}-\frac{3}{32}.e'^2e^3\right).\cos(2q'+q)\\&+\left(\frac{e'e^2}{4}-\frac{e'e^4}{6}-\frac{3}{32}.e^2e'^3\right).\cos(2q+q');\end{aligned}$$

$$u_1(v_1'-v_1)=e^2.\sin 2q-ee'.\sin(q+q')-ee'.\sin(q'-q)$$
$$+\left(\frac{9}{8}.e^3-\frac{115}{96}.e^5\right)\sin 3q+\frac{13}{24}.e^2e'^3.\sin 3q'$$
$$+\frac{1}{3}.e'e^4.\sin(4q-q')-\frac{103}{192}.ee'^4.\sin(4q'-q)$$
$$+\left(-\frac{5}{8}.ee'^2+\frac{11}{48}.ee'^4+\frac{15}{64}.e^3e'^2\right).\sin(2q'+q)$$
$$+\left(-\frac{e'e^2}{2}+\frac{1}{16}.e^2e'^3+\frac{1}{3}.e'e^4\right).\sin(2q+q');$$

$$u_1'(v_1'-v_1)=-e'^2.\sin 2q'+ee'.\sin(q+q')+ee'.\sin(q-q')$$
$$-\frac{13}{24}.e'^2e^3.\sin 3q+\left(-\frac{9}{8}.e'^3+\frac{115}{96}e'^5\right).\sin 3q'$$
$$+\frac{103}{192}.e'e^4.\sin(4q-q')-\frac{1}{3}.ee'^4.\sin(4q'-q)$$
$$+\left(\frac{ee'^2}{2}-\frac{1}{16}.e^3e'^2-\frac{1}{3}.ee'^4\right).\sin(2q'+q)$$
$$+\left(\frac{5}{8}.e'e^2-\frac{11}{48}.e'e^4-\frac{15}{64}.e^2e'^3\right).\sin(2q+q');$$

$$u_1^3=\left(-\frac{e^3}{4}+\frac{9}{32}.e^5\right).\cos 3q;$$

$$u_1'^3=\left(-\frac{e'^3}{4}+\frac{9}{32}.e'^5\right).\cos 3q';$$

$$(v_1'-v)^3=\left(2e^3-\frac{307}{32}.e^5-\frac{13}{2}.e^3e'^2\right).\sin 3q+\left(-2e'^3+\frac{307}{32}.e'^5+\frac{13}{2}.e^2e'^3\right).\sin 3q'$$
$$+\frac{283}{32}.e'e^4.\sin(4q-q')-\frac{283}{32}.ee'^4.\sin(4q'-q)$$
$$+\left(6ee'^2-8ee'^4+\frac{63}{16}.e^3e'^2\right).\sin(2q'+q)$$
$$+\left(-6e'e^2+8e'e^4-\frac{63}{16}.e^2e'^3\right).\sin(2q+q');$$

$$u_1^2 u_1' = \frac{e^3 e'^2}{4} \cdot \cos 3q - \frac{3}{16} \cdot e^2 e'^3 \cdot \cos 3q' - \frac{e' e^4}{4} \cdot \cos(4q - q')$$

$$+ \frac{e'^2 e^3}{8} \cdot \cos(2q' + q) + \left(-\frac{e' e^2}{4} + \frac{e' e^4}{4} + \frac{3}{32} \cdot e^2 e'^3\right) \cdot \cos(2q + q');$$

$$u_1'^2 u_1 = -\frac{3}{16} \cdot e'^2 e^3 \cdot \cos 3q + \frac{e^2 e'^3}{4} \cdot \cos 3q' - \frac{e e'^4}{4} \cdot \cos(4q' - q)$$

$$+ \left(-\frac{e'^2 e}{4} + \frac{e e'^4}{4} + \frac{3}{32} \cdot e'^2 e^3\right) \cdot \cos(2q' + q) + \frac{e^2 e'^3}{8} \cdot \cos(2q + q');$$

$$u_1^2 (v_1' - v_1) = \left(-\frac{e^3}{2} + \frac{5}{6} \cdot e^5\right) \cdot \sin 3q + \frac{13}{24} \cdot e^2 e'^3 \cdot \sin 3q' - \frac{e' e^4}{2} \cdot \sin(4q - q')$$

$$- \frac{5}{16} \cdot e'^2 e^3 \cdot \sin(2q' + q) + \left(\frac{e^2 e'}{2} - \frac{e' e^4}{2} - \frac{e^2 e'^3}{16}\right) \cdot \sin(2q + q');$$

$$u_1'^2 (v_1' - v_1) = -\frac{13}{24} \cdot e'^2 e^3 \cdot \sin 3q + \left(\frac{e'^3}{2} - \frac{5}{6} \cdot e'^5\right) \cdot \sin 3q' + \frac{e e'^4}{2} \cdot \sin(4q' - q)$$

$$+ \left(-\frac{e e'^2}{2} + \frac{e e'^4}{2} + \frac{e'^2 e^3}{16}\right) \cdot \sin(2q' + q) + \frac{5}{16} \cdot e^2 e'^3 \cdot \sin(2q + q');$$

$$u_1 u_1' (v_1' - v_1) = \frac{9}{16} e'^2 e^3 \cdot \sin 3q - \frac{9}{16} \cdot e^2 e'^3 \cdot \sin 3q' - \frac{59}{96} e' e^4 \cdot \sin(4q - q')$$

$$+ \frac{59}{96} \cdot e e'^4 \cdot \sin(4q' - q) + \left(\frac{e e'^2}{2} - \frac{23}{48} \cdot e e'^4 + \frac{1}{32} \cdot e'^2 e^3\right) \cdot \sin(2q' + q)$$

$$+ \left(-\frac{e' e^2}{2} + \frac{23}{48} \cdot e' e^4 - \frac{1}{32} \cdot e'^3\right) \cdot \sin(2q + q');$$

$$u_1 (v_1' - v_1)^2 = \left(e^3 - \frac{183}{64} \cdot e^5 - \frac{3}{4} \cdot e^3 e'^2\right) \cdot \cos 3q - \frac{5}{4} \cdot e^2 e'^3 \cdot \cos 3q'$$

$$+ \frac{59}{24} \cdot e' e^4 \cdot \cos(4q - q') + \frac{283}{192} \cdot e e'^4 \cdot \cos(4q' - q)$$

$$+ \left(e e'^2 - \frac{4}{3} \cdot e e'^4 + \frac{23}{32} \cdot e'^2 e^3\right) \cdot \cos(2q' + q)$$

$$+ \left(-2 e^2 e' + \frac{23}{12} \cdot e' e^4 - \frac{3}{8} \cdot e^2 e'^3\right) \cdot \cos(2q + q');$$

$$u_1'(v_1'-v_1)^2 = -\frac{5}{4}.e'^2e^3\cos 3q + \left(e'^3 - \frac{183}{64}.e'^5 - \frac{3}{4}.e^2e'^3\right).\cos 3q'$$

$$+\frac{283}{192}.e'e^4.\cos(4q-q') + \frac{59}{54}.ee'^4.\cos(4q'-q)$$

$$+\left(-2ee'^2 + \frac{23}{12}.ee'^4 - \frac{3}{8}.e'^2e^3\right).\cos(2q'+q)$$

$$+\left(e'e^2 - \frac{4}{3}.e'e^4 + \frac{23}{32}.e^2e'^3\right).\cos(2q+q');$$

$$u_1^4 = \frac{1}{4}.e^5.\cos 3q;$$

$$u_1'^4 = \frac{1}{4}.e'^5.\cos 3q';$$

$$u_1^3u_1' = -\frac{e^3e'^2}{8}.\cos 3q + \frac{3}{16}.e'e^4.\cos(4q-q') + \frac{3}{16}.e^3e'^2.\cos(2q'+q);$$

$$u_1'^3u_1 = -\frac{e^2e'^3}{8}.\cos 3q' + \frac{3}{16}.ee'^4.\cos(4q'-q) + \frac{3}{16}.e^2e'^3.\cos(2q+q');$$

$$u_1^2u_1'^2 = \frac{e^3e'^2}{4}.\cos 3q + \frac{e^2e'^3}{4}.\cos 3q' - \frac{e^3e'^2}{8}.\cos(2q'+q) - \frac{e^2e'^3}{8}.\cos(2q+q');$$

$$(v_1'-v_1)^4 = -(15.e^5 + 30.e^3e'^2).\cos 3q - (15.e'^5 + 30.e^2e'^3)\cos 3q'$$

$$+15.e'e^4.\cos(4q-q') + 15.ee'^4.\cos(4q'-q)$$

$$+30.ee'^4.\cos(2q'+q) + 30.e'e^4.\cos(2q+q');$$

$$u_1(v_1'-v_1)^3 = \left(\frac{35}{8}.e^5 + \frac{27}{4}.e^3e'^2\right).\sin 3q - e^2e'^3.\sin 3q'$$

$$-\frac{21}{4}.e^4e'.\sin(4q-q') + \frac{15}{8}.ee'^4.\sin(4q'-q)$$

$$+\left(\frac{3}{4}.e^3e'^2 - \frac{15}{4}.ee'^4\right).\sin(2q'+q) + \left(\frac{9}{4}.e^2e'^3 - 6e'e^4\right).\sin(2q+q');$$

$$u_1'(v_1'-v_1)^3 = e^3 e' \sin 3q - \left(\frac{35}{8}.e'^5 + \frac{27}{4}.e^2 e'^3\right).\sin 3q'$$
$$-\frac{15}{8}.e^4 e'.\sin(4q-q') + \frac{21}{4}.ee'^4 \sin(4q'-q)$$
$$-\left(\frac{9}{4}.e^3 e'^2 - 6.ee'^4\right).\sin(2q'+q) - \left(\frac{3}{4}.e^2 e'^3 - \frac{15}{4}.e^4 e'\right).\sin(2q+q');$$

$$u_1^2(v_1'-v_1)^2 = \left(\frac{7}{8}.e^5 + e^3 e'^2\right).\cos 3q - \frac{5}{4}.e^2 e'^3.\cos 3q' - \frac{13}{8}.e^4 e'.\cos(4q-q')$$
$$+\frac{9}{8}.e^3 e'^2.\cos(2q'+q) + \left(\frac{5}{8}.e^2 e'^3 + e^4 e'^3 - \frac{3}{4}.e^4 e'\right).\cos(2q+q');$$

$$u_1'^2(v_1'-v_1)^2 = -\frac{5}{4}.e^3 e'^2.\cos 3q + \left(\frac{7}{8}.e'^5 + e^2 e'^3\right).\cos 3q' - \frac{13}{8}.e'^4 e.\cos(4q'-q)$$
$$+\left(\frac{5}{8}.e'^2 e^3 - \frac{3}{4}.e'^4 e\right).\cos(2q'+q) + \frac{9}{8}.e^2 e'^3.\cos(2q+q');$$

$$u_1 u_1'(v_1'-v_1)^2 = \frac{1}{2}.e^3 e'^2.\cos 3q - \frac{7}{8}.e' e^4.\cos(4q-q') - \frac{7}{8}.ee'^4.\cos(4q'-q)$$
$$+\left(ee' - \frac{5}{8}.e^3 e'^2\right).\cos(2q'+q) - \frac{5}{8}.e^2 e'^3.\cos(2q+q')$$
$$+\frac{1}{2}.e^2 e'^3.\cos 3q' + e' e^4.\cos(2q+q');$$

$$u_1^3(u_1'-v_1) = \frac{3}{32}.e^5.\sin 3q + \frac{3}{8}.e^4 e'.\sin(4q-q') - \frac{15}{32}.e^3 e'^2.\sin(2q'+q);$$

$$u_1'^3(v_1-v_1) = -\frac{3}{32}.e'^5.\sin 3q' - \frac{3}{8}.ee'^4.\sin(4q'-q) + \frac{15}{32}.e^2 e'^3.\sin(2q+q');$$

$$u_1 u_1'^2(v_1'-v_1) = \frac{9}{16}.e^3 e'^2.\sin 3q + \frac{1}{4}.e^2 e'^3.\sin 3q' - \frac{13}{32}.ee'^4.\sin(4q'-q)$$
$$+\left(\frac{3}{16}.ee'^4 - \frac{7}{32}.e^3 e'^2\right).\sin(2q'+q) - \frac{3}{8}.e^2 e'^3 \sin(2q+q');$$

$$u_1' u_1^2(v_1'-v_1) = -\frac{1}{4}.e^3 e'^2.\sin 3q - \frac{9}{16}.e^2 e'^3.\sin 3q' + \frac{13}{32}.e^4 e'.\sin(4q-q')$$
$$+\frac{3}{8}.e^3 e'^2.\sin(2q'+q) - \left(\frac{3}{16}.ee'^4 - \frac{7}{32}.e^2 e'^3\right).\sin(2q+q');$$

$$u_{,}^{5} = -\frac{5}{16}\cdot e^{5}\cdot \cos 3q\,;$$

$$u_{,}'^{5} = -\frac{5}{16}\cdot e'^{5}\cdot \cos 3q'\,;$$

$$(v_{,}'-v_{,})^{5} = (10.e^{5}+40.e^{3}e'^{2}).\sin 3q - (10.e'^{5}+40.e^{2}e'^{3}).\sin 3q'$$
$$-10.e'e^{4}.\sin(4q-q')+10.ee'^{4}.\sin(4q'-q)$$
$$+(40.ee'^{4}+60.e'^{2}e^{3}).\sin(2q'+q)-(40.e'e^{4}+60.e^{2}e'^{3}).\sin(2q+q')\,;$$

$$u_{,}^{4}u'_{,} = -\frac{e'e^{4}}{16}.\cos(4q-q')-\frac{e'e^{4}}{4}.\cos(2q+q')\,;$$

$$u_{,}'^{4}u_{,} = -\frac{ee'^{4}}{16}.\cos(4q'-q)-\frac{ee'^{4}}{4}.\cos(2q'+q)\,;$$

$$u_{,}^{3}u_{,}'^{2} = -\frac{e^{3}e'^{2}}{8}.\cos 3q-\frac{3}{16}.e^{3}e'^{2}.\cos(2q'+q)\,;$$

$$u_{,}'^{3}u_{,}^{2} = -\frac{e'^{3}e^{2}}{8}.\cos 3q'-\frac{3e'^{3}e^{2}}{16}.\cos(2q+q')\,;$$

$$u_{,}(v_{,}-v_{,})^{4} = (3e^{5}+12e^{3}e'^{2}).\cos 3q-4e'e^{4}.\cos(4q-q')-ee'^{4}.\cos(4q'-q)$$
$$+(4ee'^{4}+6e'^{2}e'^{3}).\cos(2q'+q)-(8e'e^{4}+12.e^{2}e'^{3}).\cos(2q+q')\,;$$

$$u_{,}'(v_{,}'-v_{,})^{4} = (3e'^{5}+12.e^{2}e'^{3}).\cos 3q'-e'e^{4}.\cos(4q-q')-4ee'^{4}.\cos(4q'-q)$$
$$-(8ee'^{4}+12.e'^{2}e^{3}).\cos(2q'+q)+(4e'e^{4}+6e^{2}e'^{3}).\cos(2q+q)\,;$$

$$u_{,}^{4}(v_{,}'-v_{,}) = -\frac{3}{8}.e^{5}.\sin 3q-\frac{e'e^{4}}{8}.\sin(4q-q')+\frac{e'e^{4}}{2}.\sin(2q+q')\,;$$

$$u_{,}'^{4}(v_{,}'-v_{,}) = \frac{3}{8}.e'^{5}.\sin 3q'+\frac{ee'^{4}}{8}.\sin(4q'-q)-\frac{ee'^{4}}{2}.\sin(2q'+q)\,;$$

$$u_{,}^{2}(v_{,}'-v_{,})^{3} = -\left(\frac{1}{2}.e^{5}+3e'^{2}e^{3}\right).\sin 3q-e^{2}e'^{3}.\sin 3q'+\frac{3}{2}.e^{4}e'.\sin(4q-q')$$
$$+\frac{3}{2}.e^{3}e'^{2}.\sin(2q'+q)+\frac{3}{2}.e^{2}e'^{3}.\sin(2q+q')\,;$$

$$u_{,}'^{2}(v_{,}'-v_{,})^{3} = e'^{2}e^{3}.\sin 3q+\left(\frac{1}{2}.e'^{5}+3e^{2}e'^{3}\right).\sin 3q'-\frac{3}{2}.e'^{4}e.\sin(4q'-q)$$
$$-\frac{3}{2}.e'^{2}e^{3}.\sin(2q'+q)-\frac{3}{2}.e'^{3}e^{2}.\sin(2q+q')\,;$$

$$u_1^3(v_1'-v)^2 = \left(\frac{1}{4}\cdot e^5 - \frac{e^3e'^2}{2}\right)\cdot\cos 3q + \frac{e'e^4}{2}\cdot\cos 4q - q')$$

$$+\frac{3}{4}\cdot e'^2e^3\cdot\cos(2q'+q) - e'e^4\cdot\cos(2q+q');$$

$$u_1'^3(v_1-v_1)^2 = \left(\frac{1}{4}\cdot e'^5 - \frac{e^2e'^3}{2}\right)\cdot\cos 3q' + \frac{ee'^4}{2}\cdot\cos(4q'-q)$$

$$-ee'^4\cdot\cos(2q'+q) + \frac{3}{4}\cdot e^2e'^3\cdot\cos(2q+q');$$

$$u_1u_1'(v_1-v_1)^3 = \frac{e'e^4}{2}\cdot\sin(4q-q') - \frac{ee'^4}{2}\cdot\sin(4q'-q)$$

$$+\left(ee'^4 + \frac{3}{2}\cdot e^3e'^2\right).\sin(2q'+q) - \left(ee'^4 + \frac{3}{2}\cdot e^2e'^3\right).\sin(2q+q');$$

$$u_1^3u_1'(v_1'-v_1) = -\frac{1}{8}.e^4e'.\sin(4q-q') + \frac{3}{8}.e^3e'^2.\sin(2q'+q) - \frac{1}{4}.e'e^4.\sin(2q+q');$$

$$u_1'^3u_1(v_1'-v_1) = \frac{1}{8}.e'^4e.\sin(4q'-q) + \frac{1}{4}.ee'^4.\sin(2q'+q) - \frac{3}{8}.e^2e'^3.\sin(2q+q');$$

$$u_1u_1'^2(v_1'-v_1)^2 = \frac{e^3e'^2}{2}.\cos 3q + \frac{ee'^4}{4}.\cos(4q'-q) - \frac{e^3e'^2}{4}.\cos(2q'+q) - \frac{1}{2}.e^2e'^3.\cos(2q+q');$$

$$u_1'u_1^2(v_1'-v_1)^2 = \frac{e^2e'^3}{2}.\cos 3q' + \frac{e'e^4}{4}.\cos(4q-q') - \frac{1}{2}.e^3e'^2.\cos(2q'+q) - \frac{e'^3e^2}{4}.\cos(2q+q');$$

$$u_1^2u_1'^2(v_1'-v_1) = -\frac{e^3e'^2}{4}.\sin 3q + \frac{e^2e'^3}{4}.\sin 3q' - \frac{1}{8}.e^3e'^2.\sin(2q'+q) + \frac{1}{8}.e^2e'^3.\sin(2q+q').$$

Pour faciliter la vérification des coefficiens numériques renfermés dans les résultats précédens, voici les fractions constituantes de ceux qui sont composés de plus d'une partie.

$$-\frac{9}{16}=-\frac{3}{8}-\frac{3}{16};\quad \frac{9}{8}=\frac{5}{8}+\frac{1}{2};\quad \frac{283}{32}=\frac{75}{32}+\frac{13}{2};\quad -8=-\frac{13}{2}-\frac{3}{2};$$

$$\frac{63}{16}=\frac{75}{16}-\frac{3}{4};\quad \frac{283}{192}=\frac{25}{64}+\frac{13}{12};\quad -\frac{4}{3}=-\frac{13}{12}-\frac{1}{4};\quad -\frac{3}{8}=\frac{1}{4}-\frac{5}{8};$$

$$-\frac{1}{8}=-\frac{1}{4}+\frac{1}{8};\quad -15=-10-5;\quad \frac{27}{4}=3+\frac{15}{4};\quad 3=4-1;$$

$$\frac{21}{4}=-\frac{15}{4}-\frac{3}{2};\quad -6=-3-3;\quad \frac{9}{4}=\frac{15}{4}-\frac{3}{2};\quad -\frac{13}{8}=-1-\frac{5}{8};$$

$$\frac{7}{8}=-\frac{5}{8}-\frac{1}{4};\quad \frac{9}{16}=\frac{5}{16}+\frac{1}{4};\quad -\frac{13}{32}=-\frac{1}{4}-\frac{5}{32};\quad -\frac{1}{2}=1-\frac{3}{2};$$

$$6=12-6;\quad -8=4-12;\quad -1=\frac{1}{2}-\frac{3}{2};\quad -\frac{1}{8}=-\frac{1}{4}+\frac{1}{8};$$

$$\frac{3}{2}=3-\frac{3}{2};\quad \frac{1}{4}=\frac{3}{4}-\frac{1}{2};\quad -\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-1;\quad -\frac{1}{4}=\frac{1}{4}-\frac{1}{2};$$

$$-\frac{1}{4}=\frac{1}{8}-\frac{3}{8};\quad -\frac{3}{8}=\frac{1}{8}-\frac{1}{2}.$$

$$\frac{27}{8}=\frac{103}{48}+\frac{11}{12}+\frac{5}{16};\quad -\frac{307}{32}=-\frac{13}{2}-\frac{3}{4}-\frac{75}{32};\quad \frac{59}{24}=\frac{13}{12}+\frac{5}{8}+\frac{3}{4};$$

$$\frac{59}{96}=\frac{3}{16}+\frac{5}{32}+\frac{13}{48};\quad -\frac{5}{4}=\frac{13}{12}-\frac{13}{12}-\frac{5}{4};\quad -\frac{7}{32}=\frac{5}{32}-\frac{1}{4}-\frac{1}{8};$$

$$-1=\frac{15}{4}-\frac{15}{4}-1;\quad \frac{1}{4}=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}.$$

$$\frac{9}{32}=\frac{3}{4}-\frac{3}{16}+\frac{9}{32}-\frac{9}{16};\quad \frac{9}{16}=\frac{1}{4}+\frac{5}{16}+\frac{3}{16}-\frac{2}{16};\quad 1=\frac{5}{8}-\frac{5}{8}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2};$$

$$\frac{1}{32}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{3}{16}-\frac{5}{32};\quad \frac{23}{32}=\frac{5}{4}+\frac{5}{8}-\frac{3}{8}-\frac{25}{32};\quad \frac{35}{8}=1+\frac{3}{2}-\frac{15}{8}+\frac{15}{4};$$

$$-\frac{9}{8}=\frac{5}{4}-\frac{5}{8}+1-\frac{1}{2};\quad -\frac{3}{4}=\frac{5}{4}-2-1+1;\quad \frac{3}{32}=\frac{3}{4}-\frac{3}{4}-\frac{3}{8}+\frac{15}{32};$$

$$-\frac{3}{8}=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8};\quad \frac{3}{16}=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{5}{16}.$$

$$\frac{5}{6}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{13}{24}+\frac{1}{16}+\frac{5}{16}; \qquad -\frac{23}{58}=\frac{13}{48}-\frac{1}{16}-\frac{3}{16}-\frac{3}{16}-\frac{5}{16};$$

$$\frac{23}{12}=\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{5}{4}+\frac{1}{4}-\frac{13}{12}; \qquad \frac{3}{4}=3+\frac{3}{2}-\frac{15}{4}+\frac{15}{8}-\frac{15}{8};$$

$$\frac{7}{8}=1+1-\frac{1}{2}-\frac{5}{4}+\frac{5}{8}; \qquad \frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+\frac{5}{8}-\frac{5}{8};$$

$$-\frac{5}{8}=\frac{5}{8}-1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}.$$

$$-\frac{115}{96}=\frac{103}{192}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{11}{48}-\frac{1}{16}-\frac{5}{64};$$

$$-\frac{183}{64}=\frac{25}{64}+\frac{13}{12}-\frac{13}{12}-\frac{1}{4}-\frac{5}{4}-\frac{5}{8}-\frac{3}{8}-\frac{3}{4}.$$

(4) A' l'aide des résultats que nous venons d'établir, il ne sera pas difficile d'obtenir les termes que les valeurs de P, Q, S, V, T, donnent dans les différens ordres.

Pour avoir les termes de l'ordre zéro, et ceux du premier ordre, il suffira d'avoir égard à la valeur de P, laquelle donnera une fonction de la forme

$$\frac{m'}{2}\Sigma \overset{(i)}{A}.\cos ip + \overset{(i)}{E} e.\cos(ip+q) + \overset{(i)}{E_1} e'.\cos(ip+q'),$$

équivalente à

$$(\mathrm{I}) \ldots \frac{m'}{2}\Sigma \overset{(i)}{A}.\cos ip + \overset{(i)}{E} e.\cos(ip+q) + \overset{(i-1)}{E_1} e'.\cos(ip+nt+\varepsilon-\varpi');$$

puisque $ip+q'=(i+1)p+nt+\varepsilon-\varpi'$.

De cette manière l'on aura

$$\overset{(i)}{E}=-\frac{m'}{2}\Sigma.\left\{a\frac{dA^{(i)}}{da}+2i\overset{(i)}{A}\right\},$$

$$\overset{(i-1)}{E_1}=-\frac{m'}{2}\Sigma.\left\{a'\frac{dA^{(i-1)}}{da'}-2(i-1)\overset{(i-1)}{A}\right\};$$

ce qui fait coïncider la fonction (I) avec la valeur donnée pour R dans la page 276 du 1.er Volume de la Mécanique Céleste.

(5) Il est fort aisé d'obtenir cette valeur de R par le procédé suivant. Soit pour plus de simplicité, $v'-v=\theta$, et

$$X=\frac{m'.r\cos\theta}{r'^2}-m'\left\{r^2-2rr'\cos\theta+r'^2\right\}^{-\frac{1}{2}}=\frac{m'}{2}.\sum_{-\infty}^{+\infty}(i)\overset{(i)}{M}\cos i\theta;$$

le signe $\sum_{-\infty}^{+\infty}(i)$ indiquant qu'on doit prendre la somme des termes que donne la formule $\overset{(i)}{M}\cos i\theta$ en y substituant pour i, zéro, et tous les nombres entiers depuis $i=-\infty$ jusqu'à $i=+\infty$.

Il est évident que les quantités $\overset{(i)}{M}$, θ deviennent respectivement égales à celles désignées plus haut par $\overset{(i)}{A}$ et p, lorsqu'on y fait $e=0$, $e'=0$. Cela posé, si nous considérons X comme une fonction des deux excentricités e et e', on pourra former son développement suivant les puissances et les produits de ces deux lettres, à l'aide du théorème de *Maclaurin* relatif aux fonctions entre deux variables.

Il suit de là, qu'en négligeant e^2, e'^2, ee', on a

$$X=\frac{m'}{2}\sum_{-\infty}^{+\infty}(i)\overset{(i)}{A}\cos ip+\frac{m'}{2}e\sum_{-\infty}^{+\infty}(i)\frac{d.\overset{(i)}{M}\cos i\theta}{de}+\frac{m'}{2}e'\sum_{-\infty}^{+\infty}(i)\frac{d.\overset{(i)}{M}\cos i\theta}{de'},$$

pourvu qu'on fasse $e=0$, $e'=0$ après les différentiations.

Or nous avons

$$\frac{d.\overset{(i)}{M}\cos i\theta}{de}=\frac{d\overset{(i)}{M}}{dr}.\frac{dr}{de}\cos i\theta+i\overset{(i)}{M}\sin i\theta.\frac{dv}{de};$$

$$\frac{d.\overset{(i)}{M}\cos i\theta}{de'}=\frac{d\overset{(i)}{M}}{dr'}.\frac{dr'}{de'}\cos i\theta-i\overset{(i)}{M}\sin i\theta.\frac{dv'}{de'}.$$

Donc en faisant $e=0$, $e'=0$, on aura

$$r=a,\ r'=a';\quad \overset{(i)}{M}=\overset{(i)}{A};\ \theta=p;$$

$$\frac{dr}{de} = -a\cos(nt+\varepsilon-\varpi)\,; \qquad \frac{dr'}{de'} = -a'\cos(n't+\varepsilon'-\varpi')\,;$$

$$\frac{dv}{de} = \quad 2\sin(nt+\varepsilon-\varpi)\,; \qquad \frac{dv'}{de'} = \quad 2\sin(n't+\varepsilon'-\varpi')\,;$$

et par conséquent

$$\frac{d.\overset{(i)}{M}\cos i\theta}{de} = -a\,\frac{d\overset{(i)}{A}}{da}\cos ip.\cos(nt+\varepsilon-\varpi) + 2i\overset{(i)}{A}\sin ip.\sin(nt+\varepsilon-\varpi);$$

$$\frac{d.\overset{(i)}{M}\cos i\theta}{de'} = -a'\,\frac{d\overset{(i)}{A}}{da'}\cos ip.\cos(n't+\varepsilon'-\varpi') - 2i\overset{(i)}{A}\sin ip.\sin(n't+\varepsilon'-\varpi');$$

$$X = \frac{m'}{2}\sum_{-\infty}^{+\infty}{}_{(i)}\overset{(i)}{A}\cos ip - \frac{m'}{2}\,e\sum_{-\infty}^{+\infty}{}_{(i)}\left\{a\frac{d\overset{(i)}{A}}{da} + 2i\overset{(i)}{A}\right\}\cos(ip+nt+\varepsilon-\varpi)$$

$$-\frac{m'}{2}\,e'\sum_{-\infty}^{+\infty}{}_{(i)}\left\{a'\frac{d\overset{(i)}{A}}{da'} - 2i\overset{(i)}{A}\right\}\cos(ip+n't+\varepsilon'-\varpi')\,;$$

ce qui s'accorde avec la fonction (I) trouvée plus haut, en faisant attention qu'on peut remplacer $ip+n't+\varepsilon'-\varpi'$ par $(i+1)p+nt+\varepsilon-\varpi'$, et mettre le coefficient de $-\frac{m'}{2}e'$ sous la forme

$$\sum_{-\infty}^{+\infty}{}_{(i)}\left\{a'\frac{d\overset{(i-1)}{A}}{da'} - 2(i-1)\overset{(i-1)}{A}\right\}\cos(ip+nt+\varepsilon-\varpi').$$

(6) Cherchons maintenant les termes du second ordre. La valeur de P donnera dans ce cas une fonction de la forme,

$$\overset{(i)}{F}.\cos ip + \overset{(i)}{F_{\prime}}.\cos(ip+2q) + \overset{(i-2)}{F_{\prime\prime}}.\cos(ip+2nt+2\varepsilon-2\varpi')\,\ldots\,(1),$$

et l'on trouvera,

$$\overset{(i)}{F} = \quad \frac{m'}{4}\,\Sigma\left\{e^2 a\frac{d\overset{(i)}{A}}{da} + e'^2 a'\frac{d\overset{(i)}{A}}{da'}\right\};$$

$$\overset{(i)}{F_{\prime}} = -\frac{m'}{4}\,\Sigma\, e^2\left\{a\frac{d\overset{(i)}{A}}{da} + \frac{5}{2}i\overset{(i)}{A}\right\};$$

$$\overset{(i-2)}{F_{\prime\prime}} = -\frac{m'}{4}\,\Sigma\, e'^2\left\{a'\frac{d\overset{(i-2)}{A}}{da'} - \frac{5}{2}(i-2)\overset{(i-2)}{A}\right\}.$$

Substituant dans la valeur de Q pour $u_{\prime}^{2}$, $u_{\prime}'^{2}$, $u_{\prime}u_{\prime}$ etc. leurs valeurs du second ordre, l'on obtiendra une fonction de la forme,

$$\left\{\begin{array}{l} \overset{(i)}{H}.\cos ip+\overset{(i)}{H}_{\prime}.\cos(ip+2q)+\overset{(i-2)}{H}_{\prime\prime}.\cos(ip+2nt_{\prime}+2\varepsilon-2\varpi') \\ +\overset{(i-1)}{H}_{\prime\prime\prime}.\cos(ip+2nt+2\varepsilon-\varpi-\varpi')+\overset{(i+1)}{H}_{\text{IV}}.\cos(ip-\varpi+\varpi') \end{array}\right\}\ldots(2)$$

en posant, pour plus de simplicité,

$$\overset{(i)}{H}=\frac{m'}{4}\ \Sigma\ \left\{\frac{e^2}{2}a^2\frac{d^2A^{(i)}}{da^2}+\frac{e'^2}{2}a'^2\frac{d^2A^{(i)}}{da'^2}-2(e^2+e'^2)i^2A^{(i)}\right\};$$

$$\overset{(i)}{H}_{\prime}=\frac{m'}{4}\Sigma e^2\left\{\frac{a^2}{2}\frac{d^2A^{(i)}}{da^2}+2ia\frac{dA^{(i)}}{da}+2i^2A^{(i)}\right\};$$

$$\overset{(i-2)}{H}_{\prime\prime}=\frac{m'}{4}\Sigma e'^2\left\{a'^2\frac{d^2A^{(i-2)}}{da'^2}-2(i-2)a'\frac{dA^{(i-2)}}{da'}+2(i-2)^2A^{(i-2)}\right\};$$

$$\overset{(i-1)}{H}_{\prime\prime\prime}=\frac{m'}{4}\Sigma ee'\left\{aa'\frac{d^2A^{(i-1)}}{dada'}-2(i-1)a\frac{dA^{(i-1)}}{da}+2(i-1)a'\frac{dA^{(i-1)}}{da'}-4(i-1)^2A^{(i-1)}\right\};$$

$$\overset{(i+1)}{H}_{\text{IV}}=\frac{m'}{4}\Sigma ee'\left\{aa'\frac{d^2A^{(i+1)}}{dada'}+2(i+1)a'\frac{dA^{(i+1)}}{da'}+2(i+1)a\frac{dA^{(i+1)}}{da}+4(i+1)^2A^{(i+1)}\right\}.$$

En réunissant les fonctions (1) et (2) il ne sera pas difficile d'en conclure les valeurs des coefficiens désignés par $M^{(0)}$, $M^{(1)}$, $M^{(2)}$, $M^{(3)}$; $N^{(0)}$, $N^{(1)}$, $N^{(2)}$ dans la page 12 du 3.^{me} Volume de la Mécanique Céleste, pourvu que l'on fasse abstraction des termes multipliés par γ^2.

(7) Avant de calculer les termes du 3.^{e} ordre, nous remarquerons, que les résultats de cet ordre posés dans le N.° 3 font voir que les termes qu'ils produiront seront tous fonction de l'un de ces quatre angles, savoir:

$$ip+3q;\quad ip+3q';\quad ip+2q+q';\quad ip+2q'+q.$$

Or, les valeurs qu'il faut donner à i dans ces angles pour avoir $5n't-2nt$ sont toutes plus grandes que l'unité; par conséquent le terme $\frac{m'a}{a'^2}\cos p$ qui est renfermé dans le symbole $\frac{m'}{2}\Sigma A^{(i)}\cos ip$, n'a

aucune influence sur les quantités du 3.ᵉ ordre. Il suit de là qu'il sera permis, dans ce cas-ci, d'avoir simplement égard à la fonction

$$-m'(a^2-2aa'\cos p+a'^2)^{-\frac{1}{2}},$$

laquelle, en posant $\alpha=\frac{a}{a'}$, se transforme en

$$-\frac{m'}{a'}(1-2\alpha\cos p+\alpha^2)^{-\frac{1}{2}}.$$

Soit actuellement,

$$(1-2\alpha\cos p+\alpha^2)^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\overset{(0)}{b}_{\frac{1}{2}}+\overset{(1)}{b}_{\frac{1}{2}}\cos p+\overset{(2)}{b}_{\frac{1}{2}}\cos 2p+\text{etc.};$$

les coefficiens $\overset{(0)}{b}_{\frac{1}{2}}$, $\overset{(1)}{b}_{\frac{1}{2}}$, $\overset{(2)}{b}_{\frac{1}{2}}$, etc. étant des fonctions de α faciles à déterminer par les méthodes connues.

Si, conformément à ce qui a été dit dans le N.° 2, on représente cette série par le symbole $\frac{1}{2}\Sigma\overset{(i)}{b}_{\frac{1}{2}}\cos ip$, on aura

$-\frac{m'}{2}\Sigma\frac{\overset{(i)}{b}_{\frac{1}{2}}}{a'}\cos ip$ à la place de $\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i)}{A}\cos ip$. Donc pour avoir les termes du 3.ᵉ ordre, il faudra changer les signes de P, Q, S, et supposer ensuite $\overset{(i)}{A}=\frac{\overset{(i)}{b}_{\frac{1}{2}}}{a'}$. Mais, avant de calculer ces termes, nous plaçerons ici les valeurs des coefficiens différentiels de la quantité $\overset{(i)}{A}$, pris jusqu'au 5.ᵉ ordre inclusivement.

Puisque $\overset{(i)}{A}=\frac{\overset{(i)}{b}_{\frac{1}{2}}}{a'}$ et $\alpha=\frac{a}{a'}$ on trouvera,

$$a\frac{d\overset{(i)}{A}}{da}=\frac{1}{a'}\alpha\frac{d\overset{(i)}{b}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha};$$

$$a'\frac{d\overset{(i)}{A}}{da'}=-\frac{1}{a'}\cdot\left\{\overset{(i)}{b}_{\frac{1}{2}}+\alpha\frac{d\overset{(i)}{b}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}\right\};$$

$$a^2\frac{d^2A^{(i)}}{da^2}=\frac{1}{a'}\,\alpha^2\,\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2};$$

$$a'^2\frac{d^2A^{(i)}}{da'^2}=\frac{1}{a'}\left\{2b^{(i)}_{\frac{1}{2}}+4\alpha\frac{db^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}+\alpha^2\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}\right\};$$

$$aa'\frac{d^2A^{(i)}}{da\,da'}=-\frac{1}{a'}\left\{2\alpha\frac{db^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}+\alpha^2\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}\right\};$$

$$a^3\frac{d^3A^{(i)}}{da^3}=\frac{1}{a'}\,\alpha^3\,\frac{d^3b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3};$$

$$a'^3\frac{d^3A^{(i)}}{da'^3}=-\frac{1}{a'}\left\{6b^{(i)}_{\frac{1}{2}}+18\alpha\frac{db^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}+9\alpha^2\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}+\alpha^3\frac{d^3b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}\right\};$$

$$a^2a'\frac{d^3A^{(i)}}{da^2da'}=-\frac{1}{a'}\left\{3\alpha^2\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}+\alpha^3\frac{d^3b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}\right\};$$

$$a'^2a\frac{d^3A^{(i)}}{da'^2da}=\frac{1}{a'}\left\{6\alpha\frac{db^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}+6\alpha^2\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}+\alpha^3\frac{d^3b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}\right\};$$

$$a^4\frac{d^4A^{(i)}}{da^4}=\frac{1}{a'}\,\alpha^4\,\frac{d^4b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4};$$

$$a'^4\frac{d^4A^{(i)}}{da'^4}=\frac{1}{a'}\left\{24b^{(i)}_{\frac{1}{2}}+96\alpha\frac{db^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}+72\alpha^2\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}+16\alpha^3\frac{d^3b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}+\alpha^4\frac{d^4b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}\right\};$$

$$a^2a'^2\frac{d^4A^{(i)}}{da^2da'^2}=\frac{1}{a'}\left\{12\alpha^2\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}+8\alpha^3\frac{d^3b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}+\alpha^4\frac{d^4b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}\right\};$$

$$a^3a'\frac{d^4A^{(i)}}{da^3da'}=-\frac{1}{a'}\left\{4\alpha^3\frac{d^3b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}+\alpha^4\frac{d^4b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}\right\};$$

$$a'^3a\frac{d^4A^{(i)}}{da'^3da}=-\frac{1}{a'}\left\{24\alpha\frac{db^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}+36\alpha^2\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}+12\alpha^3\frac{d^3b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}+\alpha^4\frac{d^4b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}\right\};$$

$$a^5 \frac{d^5 A^{(i)}}{da^5} = \frac{1}{a'} \alpha^5 \frac{d^5 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5};$$

$$a^4 a' \frac{d^5 A^{(i)}}{da^4 da'} = -\frac{1}{a'} \left\{ 5\alpha^4 \frac{d^4 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4} + \alpha^5 \frac{d^5 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5} \right\};$$

$$a^3 a'^2 \frac{d^5 A^{(i)}}{da^3 da'^2} = \frac{1}{a'} \left\{ 20\alpha^3 \frac{d^3 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3} + 10\alpha^4 \frac{d^4 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha} + \alpha^5 \frac{d^5 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5} \right\};$$

$$a'^3 a^2 \frac{d^5 A^{(i)}}{da'^3 da^2} = -\frac{1}{a'} \left\{ 60\alpha^2 \frac{d^2 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2} + 60\alpha^3 \frac{d^3 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3} + 15\alpha^4 \frac{d^4 b^{(i)}}{d\alpha^4} + \alpha^5 \frac{d^5 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5} \right\};$$

$$a'^5 \frac{d^5 A^{(i)}}{da'^5} = -\frac{1}{a'} \left\{ \begin{array}{l} 120 b^{(i)}_{\frac{1}{2}} + 600\alpha \frac{d b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha} + 600\alpha^2 \frac{d^2 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2} + 200\alpha^3 \frac{d^3 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3} \\ + 25\alpha^4 \frac{d^4 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4} + \alpha^5 \frac{d^5 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5} \end{array} \right\};$$

$$a'^4 a \frac{d^5 A^{(i)}}{da'^4 da} = \frac{1}{a'} \left\{ \begin{array}{l} 120\alpha \frac{d b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha} + 240\alpha^2 \frac{d^2 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2} + 120\alpha^3 \frac{d^3 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3} \\ + 20\alpha^4 \frac{d^4 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4} + \alpha^5 \frac{d^5 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5} \end{array} \right\}.$$

(8) Au reste, il n'est pas fort difficile de former l'expression générale de ces coefficiens différentiels. Soit $b^{(i)}_{\frac{1}{2}} = F\left(\frac{a}{a'}\right)$: on pourra considérer la valeur de $\frac{d^\lambda A^{(i)}}{da'^\lambda}$ comme égale au produit de 1. 2. 3... λ par le coefficient de h^λ, résultant du développement de la fonction $\frac{1}{a'+h} \times F\left(\frac{a}{a'+h}\right)$ suivant les puissances de h. Or nous avons identiquement,

$$\frac{1}{a'+h} \times F\left(\frac{a}{a'+h}\right) = \frac{1}{a'}\left(1 + \frac{h}{a'}\right)^{-1} \times F\left\{ \alpha - \frac{\alpha h}{a'\left(1 + \frac{h}{a'}\right)} \right\}:$$

donc en développant le second membre de cette équation, et posant pour plus de simplicité $M_k = \alpha^k \frac{d^k b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^k}$, on aura la série

$$\frac{M_0}{a'}\left(1+\frac{h}{a'}\right)^{-1} - \frac{M_1 h}{a'^2}\left(1+\frac{h}{a'}\right)^{-2} + \frac{M_2 h^2}{1.2.a'^3}\left(1+\frac{h}{a'}\right)^{-3}$$

$$-\frac{M_3 h^3}{1.2.3.a'^4}\left(1+\frac{h}{a'}\right)^{-4} + \text{etc.},$$

de laquelle on tire aisément

$$(\beta)\ldots(-1)^\lambda a'^{\lambda+1}\frac{d^\lambda A^{(i)}}{da'^\lambda} = M_\lambda + \lambda^2 M_{\lambda-1} + \frac{\lambda^2(\lambda-1)^2}{1.2.}M_{\lambda-2}$$

$$+\frac{\lambda^2(\lambda-1)^2(\lambda-2)^2}{1.2.3.}M_{\lambda-3}\ldots+\frac{\lambda^2(\lambda-1)^2(\lambda-2)^2\ldots1^2}{1.2.2\ldots\lambda}M_0;$$

ou bien

$$(\beta')\ldots\frac{(-1)^\lambda a'^{\lambda+1}}{1.2.3.\ldots\lambda}\cdot\frac{d^\lambda A^{(i)}}{da'^\lambda} = M_0 + \lambda M_1 + \frac{\lambda(\lambda-1)}{1^2.2^2}M_2$$

$$+\frac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)}{1^2.2^2.3^2}M_3\ldots+\frac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\ldots1}{1^2.2^2.3^2\ldots\lambda^2}M_\lambda.$$

Actuellement, si l'on fait $\frac{d^k b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^k} = \varphi_k(\alpha)$, on aura

$$\frac{d^\mu M_k}{da^\mu} = \frac{d^\mu\{\alpha^k\varphi_k(\alpha)\}}{da^\mu} = \frac{1}{da^\mu}\left\{d.\alpha^k + d.\varphi_k(\alpha)\right\}^\mu,$$

pourvu que, après le développement du binome, les exposans soient appliqués à la caractéristique d.

Mais ici on a,

$$\frac{d^m.\alpha^k}{da^m} = k(k-1)(k-2)\ldots(k-m+1)\frac{\alpha^{k-m}}{a'^m};\quad \frac{d^m.\varphi_k(\alpha)}{da^m} = \varphi_{k+m}(\alpha)\frac{1}{a'^m};$$

partant il est clair que

$$a^\mu \frac{d^\mu M_k}{da^\mu} = k(k-1)(k-2)\ldots(k-\mu+1)M_k + k(k-1)(k-2)\ldots(k-\mu+2)\mu M_{k+1}$$

$$+ k(k-1)(k-2)\ldots(k-\mu+3)\frac{\mu(\mu-1)}{1.2}M_{k+2} + \ldots + M_{k+\mu}\ ;$$

ou bien

$$a^\mu \frac{d^\mu M_k}{da^\mu} = M_{k+\mu} + \mu k M_{k+\mu-1} + \frac{\mu(\mu-1)}{1.2}k(k-1)M_{k+\mu-2}$$

$$+ \frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)}{1.2.3}k(k-1)(k-2)M_{k+\mu-3} + \ldots k(k-1)(k-2)\ldots(k-\mu+1)M_k.$$

Maintenant, si l'on prend le coefficient différentiel de l'ordre μ des deux membres de l'équation (β'), on trouvera à l'aide de cette dernière formule générale ;

$$\frac{(-1)^\lambda a^\mu a'^{\lambda+1}}{1.2.3\ldots\lambda}\cdot\frac{d^{\lambda+\mu}A^{(i)}}{da'^\lambda da^\mu} =$$

$$M_\mu + \lambda\left\{M_{\mu+1} + \mu M_\mu\right\} + \frac{\lambda(\lambda-1)}{1^2.2^2}\left\{M_{\mu+2} + \mu 2 M_{\mu+1} + \frac{\mu(\mu-1)}{1.2}2.1.M_\mu\right\}$$

$$+ \frac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)}{1^2.2^2.3^2}\left\{M_{\mu+3} + \mu 3 M_{\mu+2} + \frac{\mu(\mu-1)}{1.2}3.2M_{\mu+1} + \frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)}{1.2.3}3.2.1.M_\mu\right\}$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

En ordonnant ce même résultat par rapport aux coefficiens différentiels de $b^{(i)}_{\frac{1}{2}}$, on pourra l'écrire ainsi :

$$\frac{(-1)^\lambda a^\mu a'^{\lambda+1}}{1.2.3\ldots\lambda}\cdot\frac{d^{\lambda+\mu}A^{(i)}}{da'^\lambda da^\mu} =$$

$$M_\mu\left\{\begin{array}{l}1 + \lambda\mu + 1.2\dfrac{\lambda(\lambda-1)}{1^2.2^2}.\dfrac{\mu(\mu-1)}{1.2} + 1.2.3\dfrac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)}{1^2.2^2.3^2}.\dfrac{\mu(\mu-1)(\mu-2)}{1.2.3} \\ + 1.2.3.4\dfrac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)}{1^2.2^2.3^2.4^2}.\dfrac{\mu(\mu-1)(\mu-2)(\mu-3)}{1.2.3.4} + \ldots\end{array}\right\}$$

$$+M_{\mu+1}\left\{\begin{array}{l}\lambda+2\dfrac{\lambda(\lambda-1)}{1^2.\,2^2}\mu+2.\,3\dfrac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)}{1^2.\,2^2.\,3^2}\cdot\dfrac{\mu(\mu-1)}{1.\,2}\\ +2.\,3.\,4\dfrac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)}{1^2.\,2^2.\,3^2.\,4^2}\cdot\dfrac{\mu(\mu-1)(\mu-2)}{1.\,2.\,3}+\ldots\ldots\end{array}\right\}$$

$$+M_{\mu+2}\left\{\frac{\lambda(\lambda-1)}{1^2.\,2^2}+3\frac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)}{1^2.\,2^2.\,3^2}\mu+\ldots\ldots\right\}$$

$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+M_{\mu+\lambda}\frac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\ldots 1}{1^2.\,2^2.\,3^2\ldots\lambda^2}.$$

Cela posé, si l'on fait $\lambda+\mu=p$, cette équation donnera, en renversant l'ordre de sa disposition ;

$$(-1)^\lambda a^\mu a'^{\lambda+\mu}\frac{d^{\lambda+\mu}A^{(i)}}{da'^\lambda da^\mu}=$$

$$M_p+\lambda(\lambda+\mu)M_{p-1}+\frac{\lambda(\lambda-1)}{1.\,2}\left\{\lambda(\lambda-1)+\lambda\mu.\,2+\mu(\mu-1)\right\}M_{p-2}$$

$$+\frac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)}{1.\,2.\,3}\left\{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)+\lambda(\lambda-1)3\mu+\lambda 3\mu(\mu-1)+\mu(\mu-1)(\mu-2)\right\}M_{p-3}$$

$$+\frac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)}{1.\,2.\,3.\,4}\left\{\begin{array}{l}\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)+\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)4\mu\\ +\lambda(\lambda-1)3.\,2\mu(\mu-1)+\lambda 4\mu(\mu-1)(\mu-2)\\ +\mu(\mu-1)(\mu-2)(\mu-3)\end{array}\right\}M_{p-4}$$

$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Si l'on observe actuellement que le coefficient de $\frac{\lambda(\lambda-1)}{1.\,2}M_{p-2}$ se réduit à zéro lorsqu'on y fait $\lambda=-\mu$, $\lambda=1-\mu$, on en conclura que $\lambda(\lambda-1)+\lambda\mu.\,2+\mu(\mu-1)=(\lambda+\mu)(\lambda+\mu-1)$.

Le coefficient analogue de M_{p-3} se réduit à zéro lorsqu'on y fait $\lambda=-\mu$, $\lambda=1-\mu$, $\lambda=2-\mu$: et il il en est de même de tous les autres, en prenant autant de racines $-\mu$, $1-\mu$, $2-\mu$, $3-\mu$, etc. qu'il y a d'unités dans le nombre qu'on doit retrancher de p pour former l'index correspondant de la lettre M.

Donc on a en général;

$$(\beta'')\ldots(-1)^{\lambda}a^{\mu}a'^{\lambda+1}\frac{d^{\lambda+\mu}A^{(i)}}{da'^{\lambda}da^{\mu}}=$$

$$M_p+\lambda p.M_{p-1}+\frac{\lambda(\lambda-1)}{1.2}p(p-1)M_{p-2}+\frac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)}{1.2.3}p(p-1)(p-2)M_{p-3}$$
$$+\frac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)}{1.2.3.4}p(p-1)(p-2)(p-3)M_{p-4}+\ldots$$
$$+p(p-1)(p-2)\ldots(\mu+1)M_{\mu}\ .$$

La formule (β) devient, comme on voit, un cas particulier de celle-ci; car on l'obtient en y faisant $\mu=0$, et remarquant que p devient alors égal à λ.

Je reconnais dans ce moment, que la formule (β'') s'accorde avec celle que *Burckhardt* a donné, *sans démonstration*, dans le Volume des Mémoires de l'Institut de France pour l'année 1808. (Voyez p. 39 du Supplément).

(9) Cela posé, revenons à notre objet: on trouvera que la valeur de P donne une fonction de la forme,

$$Ge'^3\cos(2p+3q')+G'e^3\cos(5p+3q);\ \ldots\ (a)$$

et l'on aura,

$$G=-m'\left\{\frac{3}{16}a'\frac{dA^{(2)}}{da'}-\frac{13}{12}A^{(2)}\right\};$$

$$G'=-\frac{m'}{48}\left\{9a\frac{dA^{(5)}}{da}+130A^{(5)}\right\}.$$

La fonction représentée par Q en donnera une de la forme

$$\left.\begin{array}{l}F'e'^3\cos(2p+3q')+F''e^3\cos(5p+3q)\\+F'''e^2e'\cos(4p+2q+q')+F^{\text{IV}}ee'^2\cos(3p+2q'+q)\end{array}\right\}\ldots(b),$$

et l'on trouvera,

$$F' = \frac{m'}{8}\left\{a'^2\frac{d^2\overset{(2)}{A}}{da'^2} - 9a'\frac{d\overset{(2)}{A}}{da'} + 20\overset{(2)}{A}\right\};$$

$$F'' = \frac{m'}{8}\left\{a^2\frac{d^2\overset{(5)}{A}}{da^2} + \frac{45}{2}\,a\,\frac{d\overset{(5)}{A}}{da} + 125\overset{(5)}{A}\right\};$$

$$F''' = \frac{m'}{8}\left\{aa'\frac{d^2\overset{(4)}{A}}{da\,da'} - 8a\frac{d\overset{(4)}{A}}{da} + 10a'\frac{d\overset{(4)}{A}}{da'} - 80\overset{(4)}{A}\right\};$$

$$F^{\text{IV}} = \frac{m'}{8}\left\{aa'\frac{d^2\overset{(3)}{A}}{da\,da'} - \frac{15}{2}\,a\,\frac{d\overset{(3)}{A}}{da} + 6a'\frac{d\overset{(3)}{A}}{da'} - 45\overset{(3)}{A}\right\}.$$

Enfin la fonction représentée par S en donnera une de la forme

$$\left\{\begin{array}{l} L'e'^3\cos(2p+3q) + L''e^3\cos(5p+3q) \\ + L'''e'e^2\cos(4p+2q+q') + L^{\text{IV}}ee'^2\cos(3p+2q'+q) \end{array}\right\} \ldots (c);$$

et l'on trouvera,

$$L' = -\frac{m'}{48}\left\{a'^3\frac{d^3\overset{(2)}{A}}{da'^3} - 12a'^2\frac{d^2\overset{(2)}{A}}{da'^2} + 48a'\frac{d\overset{(2)}{A}}{da'} - 64\overset{(2)}{A}\right\};$$

$$L'' = -\frac{m'}{48}\left\{a^3\frac{d^3\overset{(5)}{A}}{da^3} + 30a^2\frac{d^2\overset{(5)}{A}}{da^2} + 300a\frac{d\overset{(5)}{A}}{da} + 100\overset{(5)}{A}\right\};$$

$$L''' = -\frac{m'}{16}\left\{a^2a'\frac{d^3\overset{(4)}{A}}{da^2da'} - 8a^2\frac{d^2\overset{(4)}{A}}{da^2} + 16aa'\frac{d^2\overset{(4)}{A}}{da\,da'} - 128a\frac{d\overset{(4)}{A}}{da} + 64a'\frac{d\overset{(4)}{A}}{da'} - 512\overset{(4)}{A}\right\};$$

$$L^{\text{IV}} = -\frac{m'}{16}\left\{a'^2a\frac{d^3\overset{(3)}{A}}{da\,da'^2} + 6a'^2\frac{d^2\overset{(3)}{A}}{da'^2} - 12aa'\frac{d^2\overset{(3)}{A}}{da\,da'} + 36a\frac{d\overset{(3)}{A}}{da} - 73a'\frac{d\overset{(3)}{A}}{da'} + 216\overset{(3)}{A}\right\}.$$

Maintenant si l'on réunit les fonctions (a), (b), (c), en ayant soin de changer les signes de chaque terme, conformément à ce qui a été dit précédemment, on trouvera que cette somme est exprimée par

$$\left\{\begin{array}{l} \overset{(0)}{M}e'^3\cos(2p+3q') + \overset{(1)}{M}e'^2e\cos(3p+2q'+q) \\ + \overset{(2)}{M}e'e^2\cos(4p+2q+q') + \overset{(3)}{M}e^3\cos(5p+3q) \end{array}\right\} \ldots\ldots (\text{II});$$

en posant, pour plus de simplicité,

$$M^{(0)}=\frac{m'}{48}\left\{a'^3\frac{d^3A^{(2)}}{da'^3}-18a'^2\frac{d^2A^{(2)}}{da'^2}+111a'\frac{dA^{(2)}}{da'}-236A^{(2)}\right\};$$

$$M^{(1)}=\frac{m'}{16}\left\{\begin{array}{l}a'^2a\dfrac{d^3A^{(3)}}{da'^2da}-14aa'\dfrac{d^2A^{(3)}}{dada'}+6a'^2\dfrac{d^2A^{(3)}}{da'^2}\\ +51\,a\dfrac{dA^{(3)}}{da}-84a'\dfrac{dA^{(3)}}{da'}+306A^{(3)}\end{array}\right\};$$

$$M^{(2)}=\frac{m'}{16}\left\{\begin{array}{l}a^2a'\dfrac{d^3A^{(4)}}{da^2da'}+14aa'\dfrac{d^2A^{(4)}}{da\,da'}-8a^2\dfrac{d^2A^{(4)}}{da^2}\\ +44\,a'\dfrac{dA^{(4)}}{da'}-112a\dfrac{dA^{(4)}}{da}-352A^{(4)}\end{array}\right\};$$

$$M^{(3)}=\frac{m'}{48}\left\{a^3\frac{d^3A^{(5)}}{da^3}+24a^2\frac{d^2A^{(5)}}{da^2}+174a\frac{dA^{(5)}}{da}+380A^{(5)}\right\}.$$

Substituant dans ces équations à la place de $A^{(i)}$ sa valeur en $b_{\frac{1}{2}}^{(i)}$, il viendra,

$$a'M^{(0)}=-\frac{m'}{48}\left(389.\,b_{\frac{1}{2}}^{(2)}+201.\,\alpha\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{d\alpha}+27.\,\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(i)}}{d\alpha^2}+\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{d\alpha^3}\right);$$

$$a'M^{(1)}=\frac{m'}{16}\left(402.\,b_{\frac{1}{2}}^{(3)}+193.\,\alpha\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha}+26.\,\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha^2}+\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha^3}\right);$$

$$a'M^{(2)}=-\frac{m'}{16}\left(396.\,b_{\frac{1}{2}}^{(4)}+184.\,\alpha\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha}+25.\,\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha^2}+\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha^3}\right);$$

$$a'M^{(3)}=\frac{m'}{48}\left(380.\,b_{\frac{1}{2}}^{(5)}+174.\,\alpha\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{d\alpha}+24.\,\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{d\alpha^2}+\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{d\alpha^3}\right).$$

Ces coefficiens s'accordent parfaitement avec ceux qui leur correspondent dans la page 23 du 3.ᵉ Volume de la Mécanique Céleste.

(10) Passons actuellement à la recherche des termes du 5.e ordre. Commençons par nous occuper du terme $m'\frac{a}{a'^2}\cos p_\lambda$ qui forme la la première partie de la fonction que nous considérons.

Si nous mettons ce terme sous la forme $\frac{m'}{2}\cdot\frac{a}{a'^2}\cos ip$, on pourra calculer les termes qu'il donne par son développement, en faisant $\overset{(i)}{A}=\frac{a}{a'^2}$ dans les valeurs de P, Q, S, V, T, et considérant i comme égal à l'unité. Or, il est aisé de voir qu'il ne peut y avoir dans le cas actuel que le seul angle $p+4q'-q$ qui puisse renfermer $5n't-2nt$; par conséquent il faudra rejeter dans les termes du cinquième ordre posés dans le N.o 3 tous ceux qui ne sont pas multipliés par le sinus ou le cosinus de $4q'-q$.

Avec cette attention on trouvera aisément pour P, Q, S, V, T les valeurs suivantes :

$$P=0;$$

$$Q=-\frac{m'}{768}\left\{-64.aa'\frac{d^2\overset{(1)}{A}}{dada'}+206.a\frac{d\overset{(1)}{A}}{da}+128.a'\frac{d\overset{(1)}{A}}{da'}-412.\overset{(1)}{A}\right\};$$

$$S=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}48.aa'^2\frac{d^3\overset{(1)}{A}}{dada'^2}-236.aa'\frac{d^2\overset{(1)}{A}}{dada'}-96.a'^2\frac{d^2\overset{(1)}{A}}{da'^2}\\+283.a\frac{d\overset{(1)}{A}}{da}+472.a'\frac{d\overset{(1)}{A}}{da'}-566.\overset{(1)}{A}\end{array}\right\};$$

$$V=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}-12.aa'^3\frac{d^4\overset{(1)}{A}}{dada'^3}+78.aa'^2\frac{d^3\overset{(1)}{A}}{dada'^2}+24.a'^3\frac{d^3\overset{(1)}{A}}{da'^3}-156.a'^2\frac{d^2\overset{(1)}{A}}{da'^2}\\-168.aa'\frac{d^2\overset{(1)}{A}}{dada'}+336.a'\frac{d\overset{(1)}{A}}{da'}+120.a\frac{d\overset{(1)}{A}}{da}-240.\overset{(1)}{A}\end{array}\right\};$$

$$T=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}a'^4a\frac{d^5\overset{(1)}{A}}{da'^4da}-2.a'^4\frac{d^4\overset{(1)}{A}}{da'^4}-8.a'^3a\frac{d^4\overset{(1)}{A}}{da'^3da}+16.a'^3\frac{d^3\overset{(1)}{A}}{da'^3}+24.aa'^3\frac{d^3\overset{(1)}{A}}{dada'^2}\\-48.a'^2\frac{d^2\overset{(1)}{A}}{da'^2}-32.aa'\frac{d^2\overset{(1)}{A}}{dada'}+64.a'\frac{d\overset{(1)}{A}}{da'}-32\overset{(1)}{A}\end{array}\right\}.$$

Les seconds membres de ces équations doivent avoir pour multiplicateur $ee'^4\cos(p+4q'-q)$; ainsi en formant la somme $P+Q+S+V+T$, on aura le terme

$$Fee'^4\cos(p+4q'-q)\,.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\quad(1)$$

en faisant

$$F=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l} aa'^4\dfrac{d^5\overset{(1)}{A}}{da'^4da}-2.a'^4\dfrac{d^4\overset{(1)}{A}}{da'^4}-20.aa'^3\dfrac{d^4\overset{(1)}{A}}{dada'^3}+150.aa'^2\dfrac{d^3\overset{(1)}{A}}{dada'^2}\\ +40.a'^3\dfrac{d^3\overset{(1)}{A}}{da'^3}-300.a'^2\dfrac{d^2\overset{(1)}{A}}{da'^2}-500.aa'\dfrac{d^2\overset{(1)}{A}}{dada'}+625.a\dfrac{d\overset{(1)}{A}}{da}\\ +1000.a'\dfrac{d\overset{(1)}{A}}{da'}-1250.\overset{(1)}{A} \end{array}\right\}.$$

Pour avoir les valeurs des coefficiens différentiels de $\overset{(1)}{A}$ qui entrent dans cette expression, il suffira de faire $\overset{(1)}{b}_{\frac{1}{2}}=\alpha$ dans les valeurs générales du N.° 7, ce qui donnera

$$a'F=m'\alpha\,\frac{3125}{768}=m'\alpha.\frac{5^5}{768}\,.$$

Avant d'aller plus loin remarquons qu'en faisant $\overset{(1)}{A}=\frac{a'}{a^2}$ dans l'expression précédente de F, on aurait :

$$a'F=-\frac{m'}{768}\cdot\frac{a'^2}{a^2}\left\{500\times2-625\times2+1000-1250=-500\right\}=m'\frac{500}{768}.\frac{1}{\alpha^2}\,.$$

Mais on sait qu'on doit faire $\overset{(1)}{A}=\frac{a'}{a^2}-\frac{1}{a'}\overset{(1)}{b}_{\frac{1}{2}}$, lorsqu'on considère l'action de m sur m'. Ainsi il suffira de remplacer le terme $\alpha\frac{3125}{768}$ par le terme $\frac{500}{768}.\frac{1}{\alpha^2}$, pour pouvoir ensuite déduire, à l'aide de la simple multiplication par $\frac{m}{m'}$, la valeur de R relative au cas où l'on demande la perturbation de m' causée par m.

(11) Cela posé, nous allons calculer les termes du cinquième ordre qui résultent du développement de la fonction

$$-m'(a^2-2aa'\cos p+a'^2)^{-\frac{1}{2}}=-\frac{m'}{2}\Sigma\frac{b_{\frac{1}{2}}^{(i)}}{a'}\cos ip\ .$$

Pour plus de simplicité, nous chercherons en particulier chacun des termes que cette fonction doit donner. Il est clair d'abord qu'on aura un terme de la forme,

$$\overset{(0)}{N}ee'^4\cos(p+4q'-q):\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (2)$$

de plus il est évident que l'on obtiendra la valeur du coefficient $\overset{(0)}{N}$ en faisant $\overset{(1)}{A}=-\frac{b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{a^2}$ dans la première valeur de F du numéro précédent. Il suit de là que

$$a'\overset{(0)}{N}=\frac{m'}{768}\left\{-3138\,b_{\frac{1}{2}}^{(1)}+13\alpha\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{d\alpha}+1556\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{d\alpha^2}+438\,\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{d\alpha^3}+38\alpha^4\frac{d^4b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{d\alpha^4}+\alpha^5\frac{d^5b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{d\alpha^5}\right\}.$$

(12) Soit

$$\overset{(1)}{N}e'^5\cos(2p+3q')\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (2)$$

le terme consécutif à celui que nous venons de considérer.

En faisant $i=2$ dans les valeurs générales de P, Q, S, V, T, et ayant seulement égard aux termes qui peuvent avoir e'^5 pour coefficient, on trouvera, en omettant le multiplicateur commun $e'^5\cos(2p+3q')$:

$$P=-\frac{m'}{768}\left\{-135\,a'\frac{d\overset{(2)}{A}}{da'}+516\overset{(2)}{A}\right\};$$

$$Q=-\frac{m'}{768}\left\{\ 108a'^2\frac{d^2\overset{(2)}{A}}{da'^2}-920\,a'\frac{d\overset{(2)}{A}}{da'}+2592\overset{(2)}{A}\right\};$$

$$S=-\frac{m'}{768}\left\{-18a'^3\frac{d^3\overset{(2)}{A}}{da'^3}+320a'^2\frac{d^2\overset{(3)}{A}}{da'^2}-2196a'\frac{d\overset{(2)}{A}}{da'}+4912\overset{(2)}{A}\right\};$$

$$V = -\frac{m'}{768}\left\{-4a'^4\frac{d^4A^{(2)}}{da'^4} + 12a'^3\frac{d^3A^{(2)}}{da'^3} + 336a'^2\frac{d^2A^{(2)}}{da'^2} - 2240a'\frac{dA^{(2)}}{da'} + 3840A^{(2)}\right\};$$

$$T = -\frac{m'}{768}\left\{a'^5\frac{d^5A^{(2)}}{da'^5} - 12a'^4\frac{d^4A^{(2)}}{da'^4} + 32a'^3\frac{d^3A^{(2)}}{da'^3} + 128a'^2\frac{d^2A^{(2)}}{da'^2} - 768a'\frac{dA^{(2)}}{da'} + 1024A^{(2)}\right\}.$$

Donc en formant la somme des seconds membres de ces équations, on aura

$$N^{(1)} = -\frac{m'}{768}\left\{a'^5\frac{d^5A^{(2)}}{da'^5} - 16a'^4\frac{d^4A^{(2)}}{da'^4} + 26a'^3\frac{d^3A^{(2)}}{da'^3} + 892a'^2\frac{d^2A^{(2)}}{da'^2} - 6259a'\frac{dA^{(2)}}{da'} + 12884A^{(2)}\right\}$$

ou bien, en substituant pour $A^{(2)}$ sa valeur $-\frac{b^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{a'}$;

$$a'N^{(1)} = \frac{m'}{768}\left\{20267b^{(2)}_{\frac{1}{2}} + 7223\alpha\frac{db^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha} - 1094\alpha^2\frac{d^2b^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2} - 482\alpha^3\frac{d^3b^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3} - 41\alpha^4\frac{d^4b^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4} - \alpha^5\frac{d^5b^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5}\right\}.$$

Il y a encore un terme qui est affecté de l'argument $2p+3q'$, dont la forme est

$$N^{(1)}_{1}e^2e'^3\cos(2p+3q') \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

En omettant toujours, pour abréger, le facteur commun $e^2e'^3\cos(2p+3q')$, on trouvera dans ce cas-ci;

$$P = 0;$$

$$Q = -\frac{m'}{768}\left\{72aa'\frac{d^2A^{(2)}}{dada'} - 416a\frac{dA^{(2)}}{da}\right\};$$

$$S = -\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l} 36a^2a'\frac{d^3A^{(2)}}{da^2da'} - 48aa'^2\frac{d^3A^{(2)}}{dada'^2} - 208a^2\frac{d^2A^{(2)}}{da^2} + 432aa'\frac{d^2A^{(2)}}{dada'} \\ -960a\frac{dA^{(2)}}{da} - 576a'\frac{dA^{(2)}}{da'} + 3328A^{(2)} \end{array}\right\};$$

$$V=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}8aa'^3\frac{d^4A^{(2)}}{dada'^3}-24.a^2a'^2\frac{d^4A^{(2)}}{da^2da'^2}+216.a^2a'\frac{d^3A^{(2)}}{da^2da'}-96.aa'^2\frac{d^3A^{(2)}}{dada'^2}\\+384.a'^2\frac{d^2A^{(2)}}{da'^2}-480.a^2\frac{d^2A^{(2)}}{da^2}+384.aa'\frac{d^2A^{(2)}}{dada'}-512.a\frac{dA^{(2)}}{da}\\-3456.a'\frac{dA^{(2)}}{da'}+7680.A^{(2)}\end{array}\right\};$$

$$T=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}4.a^2a'^3\frac{d^5A^{(2)}}{da^2da'^3}-48.a^2a'^2\frac{d^4A^{(2)}}{da^2da'^2}+192.a'a^2\frac{d^3A^{(2)}}{da'da^2}-64.a'^3\frac{d^3A^{(2)}}{da'^3}\\-256.a^2\frac{d^2A^{(2)}}{da^2}+768.a'^2\frac{d^2A^{(2)}}{da'^2}-3072.a'\frac{dA^{(2)}}{da'}+4096.A^{(2)}\end{array}\right\}.$$

La somme de ces équations donnera,

$$N_1^{(1)}=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}4a^2a'^3\frac{d^5A^{(2)}}{da^2da'^3}-72.a^2a'^2\frac{d^4A^{(2)}}{da^2da'^2}+8.aa'^3\frac{d^4A^{(2)}}{dada'^3}+444.a^2a'\frac{d^3A^{(2)}}{da^2da'}\\-144.aa'^2\frac{d^3A^{(2)}}{dada'^2}-64.a'^3\frac{d^3A^{(2)}}{da'^3}+888.aa'\frac{d^2A^{(2)}}{dada'}+1152.a'^2\frac{d^2A^{(2)}}{da'^2}\\-944.a^2\frac{d^2A^{(2)}}{da^2}-1888.a\frac{dA^{(2)}}{da}-7104.a'\frac{dA^{(2)}}{da'}+15104.A^{(2)}\end{array}\right\};$$

ou bien

$$a'N_1^{(1)}=\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}24896.b_{\frac{1}{2}}^{(2)}+8144.\alpha\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{d\alpha}-3692.\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{d\alpha^2}\\-1436.\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{d\alpha^3}-140.\alpha^4\frac{d^4b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{d\alpha^4}-4.\alpha^5\frac{d^5b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{d\alpha^5}\end{array}\right\}.$$

(13) Cherchons actuellement les termes qui résultent de la valeur $i=3$. Soit,

$$\overset{(2)}{N}ee'^4\cos(3p+2q'+q)\;.\;.\;.\;.\;.$$

la forme du premier de ces termes. On trouvera dans ce cas,

$$Q=-\frac{m'}{768}\left\{64\,.\,aa'\frac{d^2A^{(3)}}{da^2da'}+384\,.\,a'\frac{dA^{(3)}}{da'}-264\,.\,a\frac{dA^{(3)}}{da}-1584\,.\,A^{(3)}\right\};$$

$$S=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}-48\,.\,aa'^2\frac{d^3A^{(3)}}{dada'^2}+552\,.\,aa'\frac{d^2A^{(3)}}{dada'}-288\,.\,a'^2\frac{d^2A^{(3)}}{da'^2}\\-2304\,.\,a\frac{dA^{(3)}}{da}+3312\,.\,a'\frac{dA^{(3)}}{da'}-13824\,.\,A^{(3)}\end{array}\right\};$$

$$V=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}-108\,.\,aa'^2\frac{d^3A^{(3)}}{dada'^2}+1728\,.\,aa'\frac{d^2A^{(3)}}{dada'}-648\,.\,a'^2\frac{d^2A^{(3)}}{da'^2}\\-6480\,.\,a\frac{dA^{(3)}}{da}+10368\,.\,a'\frac{dA^{(3)}}{da'}-38880\,.\,A^{(3)}\end{array}\right\};$$

$$T=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}4\,.\,aa'^4\frac{d^5A^{(3)}}{dada'^4}+24\,.\,a'^4\frac{d^4A^{(3)}}{da'^4}-48\,.\,aa'^3\frac{d^4A^{(3)}}{dada'^3}-288\,.\,a'^3\frac{d^3A^{(3)}}{da'^3}\\+1728\,.\,aa'\frac{d^2A^{(3)}}{dada'}-5184\,.\,a\frac{dA^{(3)}}{da}+10368\,.\,a'\frac{dA^{(3)}}{da'}-31104\,.\,A^{(3)}\end{array}\right\}.$$

Il suit de là que

$$N^{(2)}=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}4\,.\,aa'^4\frac{d^5A^{(3)}}{dada'^4}+24\,.\,a'^4\frac{d^4A^{(3)}}{da'^4}-48\,.\,aa'^3\frac{d^4A^{(3)}}{dada'^3}-156\,.\,aa'^2\frac{d^3A^{(3)}}{dada'^2}\\-288\,.\,a'^3\frac{d^3A^{(3)}}{da'^3}+4072\,.\,aa'\frac{d^2A^{(3)}}{dada'}-936\,.\,a'^2\frac{d^2A^{(3)}}{da'^2}\\-14232\,.\,a\frac{dA^{(3)}}{da}+24432\,.\,a'\frac{dA^{(3)}}{da'}-85392\,.\,A^{(3)}\end{array}\right\};$$

$$a'N^{(2)}=\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}-109392\,.\,b^{(3)}_{\frac{1}{2}}-42668\,.\,\alpha\frac{db^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}+1064\,.\,\alpha^2\frac{d^2b^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}\\+1572\,.\,\alpha^3\frac{d^3b^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}+152\,.\,\alpha^4\frac{d^4b^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}+4\,.\,\alpha^5\frac{d^5b^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5}\end{array}\right\}.$$

La forme du second terme qui se trouve multiplié par le même cosinus est

$$N^{(2)}_{,}e'^2e^3\cos(3p+2q'+q)\;.\;.\;.\;.\;.\;(6).$$

On trouvera maintenant

$$Q=-\frac{m'}{768}\left\{36.aa'\frac{d^2A^{(3)}}{dada'}+72.a'\frac{dA^{(3)}}{da'}-270.a\frac{dA^{(3)}}{da}-540.A^{(3)}\right\};$$

$$S=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{aligned}&-24.a^2a'\frac{d^3A^{(3)}}{da^2da'}-18.aa'^2\frac{d^3A^{(3)}}{dada'^2}-36.a'^2\frac{d^2A^{(3)}}{da'^2}+180.a^2\frac{d^2A^{(3)}}{da^2}\\&-36.aa'\frac{d^2A^{(3)}}{dada'}+1242.a\frac{dA^{(3)}}{da}-648.a'\frac{dA^{(3)}}{da'}+6804.A^{(3)}\end{aligned}\right\};$$

$$V=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{aligned}&-12.a^3a'\frac{d^4A^{(3)}}{da^3da'}+12.a^2a'^2\frac{d^4A^{(3)}}{da^2da'^2}+90.a^3\frac{d^3A^{(3)}}{da^3}-216.a^2a'\frac{d^3A^{(3)}}{da^2da'}\\&+126.aa'^2\frac{d^3A^{(3)}}{dada'^2}+540.a'^2\frac{d^2A^{(3)}}{da'^2}-1080.aa'\frac{d^2A^{(3)}}{dada'}+972.a^2\frac{d^2A^{(3)}}{da^2}\\&-3888.a'\frac{dA^{(3)}}{da'}+1296.a\frac{dA^{(3)}}{da}\end{aligned}\right\};$$

$$T=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{aligned}&6.a^3a'^2\frac{d^5A^{(3)}}{da^3da'^2}+36.a^2a'^2\frac{d^4A^{(3)}}{da^2da'^2}-72.a^3a'\frac{d^4A^{(3)}}{da^3da'}+216.a^3\frac{d^3A^{(3)}}{da^3}\\&-216.aa'^2\frac{d^3A^{(3)}}{dada'^2}-432.a'a^2\frac{d^3A^{(3)}}{da'da^2}+1296.a^2\frac{d^2A^{(3)}}{da^2}-1296.a'^2\frac{d^2A^{(3)}}{da'^2}\\&+2592.aa'\frac{d^2A^{(3)}}{dada'}-7776.a\frac{dA^{(3)}}{da}+15552.a'\frac{dA^{(3)}}{da'}-46656.A^{(3)}\end{aligned}\right\};$$

ce qui donne

$$N_1^{(2)}=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{aligned}&6.a^3a'^2\frac{d^5A^{(3)}}{da^3da'^2}-84.a^3a'\frac{d^4A^{(3)}}{da^3da'}+48.a^2a'^2\frac{d^4A^{(3)}}{da^2da'^2}-672.a^2a'\frac{d^3A^{(3)}}{da^2da'}\\&-108.aa'^2\frac{d^3A^{(3)}}{dada'^2}+306.a^3\frac{d^3A^{(3)}}{da^3}+1512.aa'\frac{d^2A^{(3)}}{dada'}+2448.a^2\frac{d^2A^{(3)}}{da^2}\\&-792.a'^2\frac{d^2A^{(3)}}{da'^2}-5508.a\frac{dA^{(3)}}{da}+11088.a'\frac{dA^{(3)}}{da'}-40392.A^{(3)}\end{aligned}\right\};$$

ou bien

$$a'\overset{(2)}{N_{1}}=\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}-53064.\overset{(3)}{b_{\frac{1}{2}}}-23436.\alpha\dfrac{d\overset{(3)}{b_{\frac{1}{2}}}}{d\alpha}+2088.\alpha^{2}\dfrac{d^{2}\overset{(3)}{b_{\frac{1}{2}}}}{d\alpha^{2}}\\+1710.\alpha^{3}\dfrac{d^{3}\overset{(3)}{b_{\frac{1}{2}}}}{d\alpha^{3}}+192.\alpha^{4}\dfrac{d^{4}\overset{(3)}{b_{\frac{1}{2}}}}{d\alpha^{4}}+6.\alpha^{5}\dfrac{d^{5}\overset{(3)}{b_{\frac{1}{2}}}}{d\alpha^{5}}\end{array}\right\}.$$

(14) Relativement au terme dont la forme est

$$\overset{(3)}{N}e'e^{4}\cos(4p+2q+q');\quad\ldots\ldots\ldots\quad(7)$$

on aura

$$Q=-\frac{m'}{768}\left\{64.aa'\frac{d^{2}\overset{(4)}{A}}{dada'}-512.a\frac{d\overset{(4)}{A}}{da}+352.a'\frac{d\overset{(4)}{A}}{da'}-2816.\overset{(4)}{A}\right\};$$

$$S=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}-48.a^{2}a'\dfrac{d^{3}\overset{(4)}{A}}{da^{2}da'}+384.a^{2}\dfrac{d^{2}\overset{(4)}{A}}{da^{2}}-736.aa'\dfrac{d^{2}\overset{(4)}{A}}{dada'}\\+5888.a\dfrac{d\overset{(4)}{A}}{da}-4096.a'\dfrac{d\overset{(4)}{A}}{da'}+32768.\overset{(4)}{A}\end{array}\right\};$$

$$V=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}144.a^{2}a'\dfrac{d^{3}\overset{(4)}{A}}{da^{2}da'}-1152.a^{2}\dfrac{d^{2}\overset{(4)}{A}}{da^{2}}+3072.aa'\dfrac{d^{2}\overset{(4)}{A}}{dada'}\\-24576.a\dfrac{d\overset{(4)}{A}}{da}+15360.a'\dfrac{d\overset{(4)}{A}}{da'}-122880.\overset{(4)}{A}\end{array}\right\};$$

$$T=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}4.a'a^{4}\dfrac{d^{5}\overset{(4)}{A}}{da'da^{4}}-32.a^{4}\dfrac{d^{4}\overset{(4)}{A}}{da^{4}}+64.a'a^{3}\dfrac{d^{4}\overset{(4)}{A}}{da'da^{3}}-512.a^{3}\dfrac{d^{3}\overset{(4)}{A}}{da^{3}}\\-4096.aa'\dfrac{d^{2}\overset{(4)}{A}}{dada'}+32768.a\dfrac{d\overset{(4)}{A}}{da}-16384.a'\dfrac{d\overset{(4)}{A}}{da'}+131072.\overset{(4)}{A}\end{array}\right\};$$

partant

$$\overset{(3)}{N}=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}4.a^{4}a'\dfrac{d^{5}\overset{(4)}{A}}{da^{4}da'}-32.a^{4}\dfrac{d^{4}\overset{(4)}{A}}{da^{4}}+64.a^{3}a'\dfrac{d^{4}\overset{(4)}{A}}{da^{3}da'}-512.a^{3}\dfrac{d^{3}\overset{(4)}{A}}{da^{3}}\\+96.a^{2}a'\dfrac{d^{3}\overset{(4)}{A}}{da^{2}da'}-1696.aa'\dfrac{d^{2}\overset{(4)}{A}}{dada'}-768.a^{2}\dfrac{d^{2}\overset{(4)}{A}}{da^{2}}\\+13568.a\dfrac{d\overset{(4)}{A}}{da}-4768.a'\dfrac{d\overset{(4)}{A}}{da'}+38144.\overset{(4)}{A}\end{array}\right\};$$

$$d\overset{(3)}{N}=\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}42912\,.\,\overset{(4)}{b_{\frac{1}{2}}}+21728.\alpha\dfrac{d\overset{(4)}{b_{\frac{1}{2}}}}{d\alpha}+640.\alpha^2\dfrac{d^2\overset{(4)}{b_{\frac{1}{2}}}}{d\alpha^2}\\ -864.\alpha^3\dfrac{d^3\overset{(4)}{b_{\frac{1}{2}}}}{d\alpha^3}-116.\alpha^4\dfrac{d^4\overset{(4)}{b_{\frac{1}{2}}}}{d\alpha^4}-4\alpha^5\dfrac{d^5\overset{(4)}{b_{\frac{1}{2}}}}{d\alpha^5}\end{array}\right\}.$$

Relativement au terme dont la forme est

$$\overset{(3)}{N_1}e^2e'^3\cos(4p+2q+q')\;.\;.\;.\;.\;.\;(8)$$

on trouvera

$$Q=-\frac{m'}{768}\left\{36.aa'\frac{d^2\overset{(4)}{A}}{da'da}-96.a\frac{d\overset{(4)}{A}}{da}+360.a'\frac{d\overset{(4)}{A}}{da'}-960.\overset{(4)}{A}\right\};$$

$$S=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}-24aa'^2\dfrac{d^3\overset{(4)}{A}}{dada'^2}-18.a'a^2\dfrac{d^3\overset{(4)}{A}}{da^2da'}+48.a^2\dfrac{d^2\overset{(4)}{A}}{da^2}-240.a'^2\dfrac{d^2\overset{(4)}{A}}{da'^2}\\ +48.aa'\dfrac{d^2\overset{(4)}{A}}{dada'}-1152.a\dfrac{d\overset{(4)}{A}}{da}+2208.a'\dfrac{d\overset{(4)}{A}}{da'}-16128.\overset{(4)}{A}\end{array}\right\};$$

$$V=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}-12.aa'^3\dfrac{d^4\overset{(4)}{A}}{dada'^3}+12.a^2a'^2\dfrac{d^4\overset{(4)}{A}}{da^2da'^2}-168.a^2a'\dfrac{d^3\overset{(4)}{A}}{da^2da'}\\ +288.aa'^2\dfrac{d^3\overset{(4)}{A}}{dada'^2}-120.a'^3\dfrac{d^3\overset{(4)}{A}}{da'^3}+960.a^2\dfrac{d^2\overset{(4)}{A}}{da^2}+1728.a'^2\dfrac{d^2\overset{(4)}{A}}{da'^2}\\ -1920.aa'\dfrac{d^2\overset{(4)}{A}}{dada'}+9216.a\dfrac{d\overset{(4)}{A}}{da}-3072.a'\dfrac{d\overset{(4)}{A}}{da'}\end{array}\right\};$$

$$T=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}6.a^2a'^3\dfrac{d^5\overset{(4)}{A}}{da^2da'^3}-48.aa'^2\dfrac{d^4\overset{(4)}{A}}{da^2da'^2}+96.a'^3a\dfrac{d^4\overset{(4)}{A}}{da'^3da}-768.aa'^2\dfrac{d^3\overset{(4)}{A}}{dada'^2}\\ -384.a'a^2\dfrac{d^3\overset{(4)}{A}}{da'da^2}+384.a'^3\dfrac{d^3\overset{(4)}{A}}{da'^3}+3072.a^2\dfrac{d^2\overset{(4)}{A}}{da^2}-3072.a'^2\dfrac{d^2\overset{(4)}{A}}{da'^2}\\ -6144.aa'\dfrac{d^2\overset{(4)}{A}}{dada'}+49152.a\dfrac{d\overset{(4)}{A}}{da}-24576.a'\dfrac{d\overset{(4)}{A}}{da'}+196608.\overset{(4)}{A}\end{array}\right\}.$$

Faisant la somme de ces équations on aura

$$\overset{(3)}{N_1}=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}6.a^2a'^3\frac{d^5\overset{(4)}{A}}{da^2da'^3}-36.a^2a'^2\frac{d^4\overset{(4)}{A}}{da^2da'^2}+84.aa'^3\frac{d^4\overset{(4)}{A}}{dada'^3}\\ -504.aa'^2\frac{d^3\overset{(4)}{A}}{dada'^2}-570.a^2a'\frac{d^3\overset{(4)}{A}}{da^2da'}+264.a'^3\frac{d^3\overset{(4)}{A}}{da'^3}\\ -7980.aa'\frac{d^2\overset{(4)}{A}}{dada'}-1584.a'^2\frac{d^2\overset{(4)}{A}}{da'^2}+4080.a^2\frac{d^2\overset{(4)}{A}}{da^2}\\ +57120.a\frac{d\overset{(4)}{A}}{da}-25080.a'\frac{d\overset{(4)}{A}}{da'}+179520.\overset{(4)}{A}\end{array}\right\};$$

d'où l'on conclut

$$a'\overset{(3)}{N_1}=\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}199848.\overset{(4)}{b}_{\frac{1}{2}}+82032.\alpha\frac{d\overset{(4)}{b}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}+2970.\alpha^2\frac{d^2\overset{(4)}{b}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}\\ -1854.\alpha^3\frac{d^3\overset{(4)}{b}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}-210.\alpha^4\frac{d^4\overset{(4)}{b}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}-6.\alpha^5\frac{d^5\overset{(4)}{b}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5}\end{array}\right\}.$$

(15) Le terme qui a pour coefficient e^5 est évidemment de la forme

$$\overset{(4)}{N}.e^5\cos(5p+3q)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (9),$$

Ici on a

$$P=-\frac{m'}{768}\left\{-135.a\frac{d\overset{(5)}{A}}{da}-1290.\overset{(5)}{A}\right\};$$

$$Q=-\frac{m'}{768}\left\{108.a^2\frac{d^2\overset{(5)}{A}}{da^2}+2300.a\frac{d\overset{(5)}{A}}{da}+16200.\overset{(5)}{A}\right\};$$

$$S=-\frac{m'}{768}\left\{-18.a^3\frac{d^3\overset{(5)}{A}}{da^3}-800.a^2\frac{d^2\overset{(5)}{A}}{da^2}-13725.a\frac{d\overset{(5)}{A}}{da}-76750.\overset{(5)}{A}\right\};$$

$$V=-\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l}-4.a^4\frac{d^4\overset{(5)}{A}}{da^4}-30.a^3\frac{d^3\overset{(5)}{A}}{da^3}+2100.a^2\frac{d^2\overset{(5)}{A}}{da^2}\\ +35000.a\frac{d\overset{(5)}{A}}{da}+150000.\overset{(5)}{A}\end{array}\right\};$$

$$T = -\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l} a^5\frac{d^5A^{(5)}}{da^5} + 30.a^4\frac{d^4A^{(5)}}{da^4} + 200.a^3\frac{d^3A^{(5)}}{da^3} - 2000.a^2\frac{d^2A^{(5)}}{da^2} \\ -30000.a\frac{dA^{(5)}}{da} - 100000.A^{(5)} \end{array}\right\};$$

d'où l'on tire

$$N^{(4)} = -\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l} a^5\frac{d^5A^{(5)}}{da^5} + 26.a^4\frac{d^4A^{(5)}}{da^4} + 152.a^3\frac{d^3A^{(5)}}{da^3} - 592.a^2\frac{d^2A^{(5)}}{da^2} \\ -6560.a\frac{dA^{(3)}}{da} - 11840.A^{(5)} \end{array}\right\};$$

ou bien,

$$a'N^{(4)} = \frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l} -11840.b_{\frac{1}{2}}^{(5)} - 6560.\alpha\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{d\alpha} - 592.\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{d\alpha^2} \\ +152.\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{d\alpha^3} + 26.\alpha^4\frac{d^4b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{d\alpha^4} + \alpha^5\frac{d^5b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{d\alpha^5} \end{array}\right\}.$$

A' l'égard du terme dont la forme est

$$N_1^{(4)}e^3e'^2\cos(5p+3q)\,; \;\ldots\ldots\; (10)$$

on trouvera

$$Q = -\frac{m'}{768}\left\{72.aa'\frac{d^2A^{(5)}}{da\,da'} + 1040.a'\frac{dA^{(5)}}{da'}\right\};$$

$$S = -\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l} 36.aa'^2\frac{d^3A^{(5)}}{da\,da'^2} - 48.a^2a'\frac{d^3A^{(5)}}{da^2da'} + 520.a'^2\frac{d^2A^{(5)}}{da'^2} \\ -1080.aa'\frac{d^2A^{(5)}}{da\,da'} - 3600.a\frac{dA^{(5)}}{da} - 6000.a'\frac{dA^{(5)}}{da'} - 52000.A^{(5)} \end{array}\right\};$$

$$V = -\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l} 8.a^3a'\frac{d^4A^{(5)}}{da^3da'} - 24.a^2a'^2\frac{d^4A^{(5)}}{da^2da'^2} - 540.aa'^2\frac{d^3A^{(5)}}{da\,da'^2} + 240.a^2a'\frac{d^3A^{(5)}}{da^2da'} \\ -3000.a'^2\frac{d^2A^{(5)}}{da'^2} + 2400.a^2\frac{d^2A^{(5)}}{da^2} + 2400.aa'\frac{d^2A^{(5)}}{da\,da'} \\ +54000.a\frac{dA^{(5)}}{da} + 8000.a'\frac{dA^{(5)}}{da'} + 300000.A^{(5)} \end{array}\right\};$$

$$T = -\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l} 4\,a^3a'^2\frac{d^5\overset{(5)}{A}}{da^3da'^2}+120.a^2a'^2\frac{d^4\overset{(5)}{A}}{da^2da'^2}-400\,.\,a^3\frac{d^3\overset{(5)}{A}}{da^3}+1200\,.\,aa'^2\frac{d^3\overset{(5)}{A}}{dada'^2} \\ -12000.a^2\frac{d^2\overset{(5)}{A}}{da^2}+4000\,.\,a'^2\frac{d^2\overset{(5)}{A}}{da'^2}-120000\,.\,a\frac{d\overset{(5)}{A}}{da}-400000.\overset{(5)}{A} \end{array}\right\}.$$

La somme de ces valeurs donnera

$$\overset{(5)}{N_1} = -\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l} 4\,.\,a^3a'^2\frac{d^5\overset{(5)}{A}}{da^3da'^2}+96.a^2a'^2\frac{d^4\overset{(5)}{A}}{da^2da'^2}+8.a^3a'\frac{d^4\overset{(5)}{A}}{da^3da'}+696.aa'^2\frac{d^3\overset{(5)}{A}}{dada'^2} \\ +192.a^2a'\frac{d^3\overset{(5)}{A}}{da^2da'}-400.a^3\frac{d^3\overset{(5)}{A}}{da^3}+1392.aa'\frac{d^2\overset{(5)}{A}}{dada'}-9600\,.\,a^2\frac{d^2\overset{(5)}{A}}{da^2} \\ +1520.a'^2\frac{d^2\overset{(5)}{A}}{da'^2}-69600.a\frac{d\overset{(5)}{A}}{da}+3040.a'\frac{d\overset{(5)}{A}}{da'}-152000.\overset{(5)}{A} \end{array}\right\};$$

ou bien

$$a'\overset{(4)}{N_1} = \frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l} -152000.\overset{(5)}{b_{\frac{1}{2}}}-65168.\alpha\frac{d\overset{(5)}{b_{\frac{1}{2}}}}{d\alpha}-4720\,.\,\alpha^2\frac{d^2\overset{(5)}{b_{\frac{1}{2}}}}{d\alpha^2} \\ +920\,.\,\alpha^3\frac{d^3\overset{(5)}{b_{\frac{1}{2}}}}{d\alpha^3}+128\,.\,\alpha^4\frac{d^4\overset{(5)}{b_{\frac{1}{2}}}}{d\alpha^4}+4.\alpha^5\frac{d^5\overset{(5)}{b_{\frac{1}{2}}}}{d\alpha^5} \end{array}\right\}.$$

(16) Enfin, le dernier terme, dont la forme est

$$\overset{(5)}{N}e^4e'\cos(6p+4q-q') \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

donnera

$$Q = -\frac{m'}{768}\left\{-64.aa'\frac{d^2\overset{(6)}{A}}{dada'}-768.a\frac{d\overset{(6)}{A}}{da}-1236\,.\,a'\frac{d\overset{(6)}{A}}{da'}-14832.\overset{(6)}{A}\right\};$$

$$S = -\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l} 48\,.\,a^2a'\frac{d^3\overset{(6)}{A}}{da^2da'}+576\,.\,a^2\frac{d^2\overset{(6)}{A}}{da^2}+1416.aa'\frac{d^2\overset{(6)}{A}}{dada'} \\ +16992.a\frac{d\overset{(6)}{A}}{da}+10188.a'\frac{d\overset{(6)}{A}}{da'}+122256.\overset{(6)}{A} \end{array}\right\};$$

$$V = -\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l} -12.a^3a'\frac{d^4A^{(6)}}{da^3da'} - 468.a^2a'\frac{d^3A^{(6)}}{da^2da'} - 144.a^3\frac{d^3A^{(6)}}{da^3} - 6048.aa'\frac{d^2A^{(6)}}{dada'} \\ -5616.a^2\frac{d^2A^{(6)}}{da^2} - 72576.a\frac{dA^{(6)}}{da} - 25920.a'\frac{dA^{(6)}}{da'} - 311040.A^{(6)} \end{array}\right\};$$

$$T = -\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l} a^4a'\frac{d^5A^{(6)}}{da^4da'} + 12.a^4\frac{d^4A^{(6)}}{da^4} + 48.a^3a'\frac{d^4A^{(6)}}{da^3da'} + 576.a^3\frac{d^3A^{(6)}}{da^3} \\ +864.a'a^2\frac{d^3A^{(6)}}{da'da^2} + 6912.aa'\frac{d^2A^{(6)}}{dada'} + 10368.a^2\frac{d^2A^{(6)}}{da^2} \\ +82944.a\frac{dA^{(6)}}{da} + 20736.a'\frac{dA^{(6)}}{da'} + 248832.A^{(6)} \end{array}\right\};$$

partant

$$\overset{(5)}{N} = -\frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l} a^4a'\frac{d^5A^{(6)}}{da^4da'} + 12.a^4\frac{d^4A^{(6)}}{da^4} + 36.a^3a'\frac{d^4A^{(6)}}{da^3da'} + 444.a^2a'\frac{d^3A^{(6)}}{da^2da'} \\ +432.a^3\frac{d^3A^{(6)}}{da^3} + 2216.aa'\frac{d^2A^{(6)}}{dada'} + 5328.a^2\frac{d^2A^{(6)}}{da^2} \\ +26592.a\frac{dA^{(6)}}{da} + 3768.a'\frac{dA^{(6)}}{da'} + 45216.A^{(6)} \end{array}\right\};$$

ou bien

$$a'\overset{(5)}{N} = \frac{m'}{768}\left\{\begin{array}{l} 41448.b_{\frac{1}{2}}^{(6)} + 18392.\alpha\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(6)}}{d\alpha} + 1780.\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(6)}}{d\alpha^2} \\ -156.\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{d\alpha^3} - 29.\alpha^4\frac{d^4b_{\frac{1}{2}}^{(6)}}{d\alpha^4} - \alpha^5\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(6)}}{d\alpha^5} \end{array}\right\}.$$

En rassemblant les termes que nous avons trouvés depuis le N.° 10, on aura tous ceux du cinquième ordre qui peuvent être donnés par la fonction que nous considérons.

§ IV.

Exposition d'une autre méthode pour développer la fonction

$$m'\frac{a}{a'^2}\cos p - m'(a^2 - 2aa'.\cos p + a'^2)^{-\frac{1}{2}}. \quad (*)$$

(17) On peut obtenir les résultats précédens par une autre méthode qui a été déjà indiquée dans le N.° 5 : nous allons l'exposer avec toute la généralité qu'elle comporte.

Reprenons la considération de la fonction X (V. p. 65), et remarquons d'abord, qu'en nommant $H^{(\lambda)}$ un terme quelconque de l'ordre λ appartenant au développement de cette fonction, on a

$$H^{(\lambda)} = \frac{m'}{2} N^{(\lambda)}.\sum_{-\infty}^{+\infty}{}^{(i)}\left\{\frac{d^{\lambda}_{.}M^{(i)}\cos i\theta}{(de)^{\lambda-\mu}_{.}(de')^{\mu}}\right\},$$

en faisant pour plus de simplicité

$$N^{(\lambda)} = \frac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\ldots(\lambda-\mu+1)}{(1.2.3\ldots\lambda)(1.2.3\ldots\mu)}.e^{\lambda-\mu}_{.}e'^{\mu};$$

et se rappelant qu'on doit, après les différentiations, faire $e=0$, $e'=0$; de plus, on aura l'attention de supposer égal à l'unité le numérateur $\lambda(\lambda-1)\ldots(\lambda-\mu+1)$ lorsque $\mu=0$.

Cela posé, j'observe qu'on peut exprimer $d^{\lambda-\mu}_{.}M^{(i)}\cos i\theta$ par $\left(d.M^{(i)}+d.\cos i\theta\right)^{\lambda-\mu}_{,}$ en appliquant à la caractéristique d les exposans qui naissent du développement du binome, et en ayant soin de remplacer la somme du premier et du dernier terme ; d'abord par

$$\left(d.M^{(i)}\right)^{\lambda-\mu}_{.}\left(\cos i\theta\right)^{0}+\left(d.\cos i\theta\right)^{\lambda-\mu}_{.}\left(M^{(i)}\right)^{0};$$

(*) Cette méthode ne faisait pas partie du Mémoire présenté le 24 juin de l'année 1827 : j'ai déposé le manuscrit qui la contient au Secrétariat de l'Académie, le 2 du mois de septembre de l'année 1831.

et ensuite par

$$d^{\lambda-\mu}M^{(i)}\times d^{\circ}.\cos i\theta + d^{\lambda-\mu}\cos i\theta \times d^{\circ}.M^{(i)} = \cos i\theta d^{\lambda-\mu}M^{(i)} + M^{(i)}d^{\lambda-\mu}\cos i\theta\,.$$

Mais la puissance m du binome $a+b$ peut être mise sous la forme

$$(a+b)^m = \overset{m}{\underset{0}{\Sigma}}{}^{(\beta)} \frac{m(m-1)(m-2)\ldots(m-\beta+1)}{1.2.3.\ldots.\beta}\, a^{m-\beta}b^{\beta}\,;$$

où la caractéristique $\overset{m}{\underset{0}{\Sigma}}{}^{(\beta)}$ indique, qu'on doit prendre la somme des termes qui résultent de la formule soumise à ce signe, en donnant à β les valeurs $0, 1, 2, 3 \ldots m$. Donc, en posant

$$N'^{(\beta)} = \frac{(\lambda-\mu)(\lambda-\mu-1)(\lambda-\mu-2)\ldots(\lambda-\mu-\beta+1)}{1.2.3.\ldots.\beta}\,,$$

nous aurons, conformément à cette notation;

$$\left(d.M^{(i)} + d.\cos i\theta\right)^{\lambda-\mu} = \overset{\lambda-\mu}{\underset{0}{\Sigma}}{}^{(\beta)} N'^{(\beta)}\left(d.M^{(i)}\right)^{\lambda-\mu-\beta} \times \left(d.\cos i\theta\right)^{\beta};$$

et par conséquent:

$$H^{(\lambda)} = \frac{m'}{2}N^{(\lambda)}\overset{+\infty}{\underset{-\infty}{\Sigma}}{}^{(i)}.\ \overset{\lambda-\mu}{\underset{0}{\Sigma}}{}^{(\beta)} N'^{(\beta)}\frac{d^{\mu}.}{(de')^{\mu}}\left\{\frac{d^{\lambda-\mu-\beta}M^{(i)}}{(de)^{\lambda-\mu-\beta}} \times \frac{d^{\beta}.\cos i\theta}{(de)^{\beta}}\right\}.$$

Maintenant, si l'on applique à la différentiation relative à e' le même principe qui vient d'être appliqué à la différentiation relative à e, on en conclura qu'en faisant pour abréger,

$$N''^{(\alpha)} = \frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)\ldots\ldots(\mu-\alpha+1)}{1.2.3.\ldots.\alpha}\,,$$

on a

$$(1)\ldots H^{(\lambda)} = \frac{m'}{2}N^{(\lambda)}\overset{+\infty}{\underset{-\infty}{\Sigma}}{}^{(i)}\overset{\lambda-\mu}{\underset{0}{\Sigma}}{}^{(\beta)}\overset{\mu}{\underset{0}{\Sigma}}{}^{(\alpha)}.N'^{(\beta)}N''^{(\alpha)}\frac{d^{(\lambda-\mu-\beta)+(\mu-\alpha)}M^{(i)}}{(de)^{\lambda-\mu-\beta}(de')^{\mu-\alpha}} \times \frac{d^{\beta+\alpha}\cos i\theta}{(de)^{\beta}(de')^{\alpha}}.$$

Pour former les coefficients différentiels de $M^{(i)}$, je remarque qu'en désignant par $F(r, r')$ cette fonction de r et r', on peut

écrire $\overset{(i)}{M} = F(r, r') = F(a+r-a, a'+r'-a')$.

Donc, en développant cette fonction suivant les puissances de $r-a$, $r'-a'$, et faisant attention que $F(a, a') = \overset{(i)}{A}$, on aura

$$\overset{(i)}{M} = \overset{(i)}{A} + \sum_{1}^{\infty}{}_{(m)} \left\{ \frac{r-a}{da} + \frac{r'-a'}{da'} \right\}^{m} \frac{d^m \overset{(i)}{A}}{1.\,2.\,3 \ldots m};$$

pourvu que chaque terme de la forme $\frac{(r-a)^k}{(da)^k} \times \frac{(r'-a')^{m-k}}{(da')^{m-k}} d^m \overset{(i)}{A}$, soit changé en $(r-a)^k (r'-a')^{m-k} \frac{d^m A^{(i)}}{(da)^k . (da')^{m-k}}$, après le développement des différens binomes.

Il suit de là que

$$\frac{d^{\alpha'+\beta'} M^{(i)}}{(de)^{\alpha'} . (de')^{\beta'}} = \sum_{1}^{\infty}{}_{(m)} \frac{d^m A^{(i)}}{1.\,2.\,3 \ldots m} . \frac{d^{\alpha'+\beta'} \left\{ \frac{r-a}{da} + \frac{r'-a'}{da'} \right\}^{m}}{(de)^{\alpha'} (de')^{\beta'}};$$

d'où l'on tire

$$\frac{d^{\alpha'+\beta'} M^{(i)}}{(de)^{\alpha'} (de')^{\beta'}} = \sum_{1}^{\infty}{}_{(m)} \frac{d^m A^{(i)}}{1.\,2.\,3 \ldots m} . \frac{d^{\alpha'+\beta'}}{(de)^{\alpha'} (de')^{\beta'}} \sum_{0}^{m}{}_{(x)} L^{(x)} \frac{(r-a)^{m-x}}{(da)^{m-x}} \times \frac{(r'-a)^{x}}{(da')^{x}},$$

en faisant $\overset{(x)}{L} = \frac{m(m-1)(m-2) \ldots (m-x+1)}{1.\,2.\,3 \ldots x}$.

Il est clair que cette équation revient à celle-ci :

$$\frac{d^{\alpha'+\beta'} M^{(i)}}{(de)^{\alpha'} (de')^{\beta'}} = \sum_{1}^{\infty}{}_{(m)} \frac{d^m A^{(i)}}{1.\,2.\,3 \ldots m} . \sum_{0}^{m}{}_{(x)} \frac{L^{(x)}}{(da)^{m-x} . (da')^{x}} . \frac{d^{\alpha'} (r-a)^{m-x}}{(de)^{\alpha'}} \times \frac{d^{\beta'} (r'-a')^{x}}{(de')^{\beta'}}.$$

Mais nous voulons la valeur que reçoit ce coefficient différentiel lorsque $e=0$, $e'=0$; ce qui donne $r-a=0$; $r'-a'=0$; donc la plus grande valeur que puisse avoir m est le plus grand

des deux nombres α', β'; et la plus grande valeur que puisse avoir x est le plus petit de ces deux mêmes nombres. Ainsi, en admettant que α' surpasse β', il viendra;

$$\frac{d^{\alpha'+\beta'} M^{(i)}}{(de)^{\alpha'}(de')^{\beta'}} = \Sigma_{(m)}{}_{1}^{\alpha'} \frac{d^m A^{(i)}}{1.2.3\ldots m} \Sigma_{(x)}{}_{0}^{\beta'} \frac{L^{(x)}}{(da)^{m-x}.(da')^{x}} \times \frac{d^{\alpha'}(r-a)^{m-x}}{(de)^{\alpha'}} \times \frac{d^{\beta'}(r'-a')^{x}}{(de')^{\beta'}}.$$

Soit u l'anomalie excentrique; on aura $r-a=-a.e\cos u$; $r'-a'=-a'.e'\cos u'$. L'application de la série de *Lagrange* à l'équation de *Kepler* donne (en écrivant simplement nt au lieu de $nt+\varepsilon-\varpi$),

$$(e\cos u)^{m-x} = -(m-x)e^{m-x}\left\{\begin{array}{l} d^{\circ}.\int \sin nt\,(\cos nt)^{m-x-1} ndt \\ +\dfrac{ed}{ndt}.\int \sin^2.nt(\cos nt)^{m-x-1} ndt \\ +\dfrac{e^2d^2.}{1.2.n^2dt^2}.\int \sin^3.nt\,(\cos nt)^{m-x-1} ndt \\ +\dfrac{e^3d^3.}{1.2.3.n^3dt^3}.\int \sin^4.nt(\cos nt)^{m-x-1} ndt \\ +\text{ etc.} \end{array}\right\}.$$

De là il est facile de conclure, qu'en posant, pour plus de simplicité:

$$Y=(\sin nt)^{\alpha'+1-(m-x)} \times (\cos nt)^{m-x-1};$$

$$Y'=(\sin n't)^{\beta'+1-x} \times (\cos n't)^{x-1},$$

on a (lorsque $e=0$, $e'=0$),

$$\frac{d^{\alpha'}(e\cos u)^{m-x}}{(de)^{\alpha'}} = -\frac{(m-x).(1.2.3\ldots\alpha')}{1.2.3\ldots\alpha'-m+x} \times \frac{d^{\alpha'-1-m+x}\,Y}{(ndt)^{\alpha'-1-m+x}};$$

$$\frac{d^{\beta'}(e'\cos u')^{x}}{(de')^{\beta'}} = -\frac{x.(1.2.3\ldots\beta')}{1.2.3..\beta'-x} \times \frac{d^{\beta'-1-x}\,Y'}{(n'dt)^{\beta'-1-x}}.$$

Donc en posant, pour abréger,

$$L'^{(x)} = \frac{x(m-x)(1.2.3\ldots\alpha')(1.2.3\ldots\beta')}{(1.2.3\ldots\alpha'-m+x)(1.2.3\ldots\beta'-x)},$$

nous aurons cette formule générale pour calculer les coefficiens différentiels de la fonction $M^{(i)}$, savoir :

$$(2)\ldots\frac{d^{\alpha'+\beta'}M^{(i)}}{(de)^{\alpha'}(de')^{\beta'}} =$$

$$\sum_{1}^{\alpha'}{}_{(m)} \cdot \frac{d^m A^{(i)}}{1.2.3\ldots m} \sum_{0}^{\beta'}{}_{(x)} \frac{(-1)^m (a)^{m-x} (a')^x L^{(x)} L'^{(x)}}{(da)^{m-x} \cdot (da')^x} \times \frac{d^{\alpha'-1-m+x} Y}{(ndt)^{\alpha'-1-m+x}} \times \frac{d^{\beta'+x} Y}{(n'dt)^{\beta'+x}}.$$

(18) Considérons maintenant les coefficiens différentiels de

$$\cos i\theta = \cos iv' \cdot \cos iv + \sin iv' \cdot \sin iv.$$

D'après cette équation, il est d'abord clair qu'on a

$$\frac{d^{\beta+\alpha}\cos i\theta}{(de)^{\beta}(de')^{\alpha}} = \frac{d^{\beta}\cos iv}{(de)^{\beta}} \times \frac{d^{\alpha}\cos iv'}{(de)^{\alpha'}} + \frac{d^{\beta}\sin iv}{(de)^{\beta}} \times \frac{d^{\alpha}\sin iv'}{(de')^{\alpha}}.$$

Cela posé, si l'on imagine les fonctions $\cos iv$, $\sin iv$ développées sous la forme

$$\cos iv = \cos int + eP_1 + e^2P_2 + e^3P_3 + \text{ etc.};$$
$$\sin iv = \sin int + eQ_1 + e_2Q_2 + e_3Q_3 + \text{ etc.};$$

où P_1, P_2 etc.; Q_1, Q_2 etc. désignent des fonctions de nt *indépendantes* de e, on en tirera immédiatement, lorsqu'on fait $e=0$, après les différentiations :

$$\frac{d^{\beta}\cos iv}{(de)^{\beta}} = (1.2.3\ldots\beta)P_{\beta}; \qquad \frac{d^{\beta}\sin iv}{(de)^{\beta}} = (1.2.3\ldots\beta)Q_{\beta}.$$

Les mêmes séries donnent les valeurs de $\cos iv'$ en y changeant e, n en e', n'. Donc en accentuant les lettres P, Q pour indiquer ce changement, il viendra

$$(3)\ldots\frac{d^{\beta+\alpha}\cos i\theta}{(de)^{\beta}(de')^{\alpha}} = (1.2.3\ldots\alpha)(1.2.3\ldots\beta)\left\{P_{\beta}P'_{\alpha} + Q_{\beta}Q'_{\alpha}\right\};$$

de sorte qu'il ne manque plus rien pour exprimer, en général, le coefficient $H^{(\lambda)}$.

(19) Relativement aux fonctions P_1, P_2 etc. Q_1, Q_2 etc., voici la manière de les exprimer avec un grand degré de généralité. Une légère réflexion démontre d'abord, que la forme du développement de $\cos iv$ doit être celle-ci : Soit $\varphi = nt$, on aura

$$(4) \ldots \quad \cos iv = C_0 + C_1 \cos\varphi + C_2 \cos 2\varphi + C_3 \cos 3\varphi + \text{etc.};$$

et il ne faut pas perdre de vue qu'ici, φ tient la place de $nt+\varepsilon-\varpi$, et v la place de $v-\varpi$.

En multipliant par $d\varphi$ les deux membres de l'équation précédente, et intégrant ensuite depuis $\varphi=0$ jusqu'à $\varphi=2\pi$, il est clair qu'on a

$$C_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \cos iv \, . \, d\varphi \, .$$

En intégrant par parties le second membre de cette équation on en tire

$$2\pi C_0 = \varphi \cos iv + i \int \varphi \sin iv \, . \, dv \, .$$

Mais les limites de v sont les mêmes que celles de φ; partant nous avons

$$C_0 = 1 + \frac{i}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \varphi \, . \sin iv \, . \, dv \, .$$

D'après les formules du mouvement elliptique, on a

$$\varphi = u - e \sin u; \qquad dv = \sqrt{1-e^2} \, . \, \frac{du}{1-e\cos u};$$

$$\cos v = \frac{\cos u - e}{1-e\cos u}; \qquad \sin v = \frac{\sqrt{1-e^2} \, . \sin u}{1-e\cos u} \, .$$

Donc en faisant, pour plus de simplicité,

$$\cos v = P = \frac{\cos u - e}{1-e\cos u}; \qquad \sin v = Q = \frac{\sqrt{1-e^2} \, . \sin u}{1-e\cos u};$$

et observant que

$$\sin i v = \frac{(P+Q\sqrt{-1})^i - (P-Q\sqrt{-1})^i}{2\sqrt{-1}};$$

nous aurons

$$(5)\ldots C_0 = 1 + \frac{i\sqrt{1-e^2}}{4\pi\sqrt{-1}} \int_0^{2\pi} \frac{du(u-e\sin u)}{1-e\cos u} \left\{ (P+Q\sqrt{-1})^i - (P-Q\sqrt{-1})^i \right\}.$$

En multipliant les deux membres de l'équation (4) par $\cos k\varphi \,.\, d\varphi$, et intégrant ensuite entre les limites $\varphi = 0$, $\varphi = 2\pi$, nous aurons

$$C_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos i v \,.\, \cos k\varphi \,.\, d\varphi \,.$$

L'intégration par parties donne

$$C_k = \frac{1}{k\pi} \left\{ \cos i v \,.\, \sin k\varphi + i \int_0 \sin k\varphi \,.\, \sin i v \,.\, i dv \right\}.$$

Mais le premier de ces deux termes devient toujours nul aux deux limites; partant nous avons

$$C_k = \frac{i}{k\pi} \int_0^{2\pi} \sin k\varphi \,.\, \sin i v \,.\, dv \;;$$

d'où l'on tire, à l'aide des formules précédentes,

$$(6)\ldots C_k = \frac{i\sqrt{1-e^2}}{2k\pi\sqrt{-1}} \int_0^{2\pi} \frac{du \,.\, \sin\{ku - ke\sin u\}}{1-e\cos u} \left\{ (P+Q\sqrt{-1})^i - (P-Q\sqrt{-1})^i \right\}.$$

Considérons maintenant les coefficiens de l'équation

$$(7)\ldots \sin i v = D_1 \sin\varphi + D_2 \sin 2\varphi + D_3 \sin 3\varphi + \text{ etc.}$$

En multipliant les deux membres de cette équation par $\sin k\varphi . d\varphi$, et intégrant ensuite, depuis $\varphi = 0$, jusqu'à $\varphi = 2\pi$, nous aurons

$$D_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \sin i v \,.\, \sin k\varphi \,.\, d\varphi \,.$$

En intégrant par parties on obtient

$$D_k = -\frac{1}{k\pi}\left\{ \sin iv.\cos k\varphi - \int \cos k\varphi.\cos iv.\,idv \right\}.$$

Mais, aux deux limites de l'intégrale, le premier terme de cette expression conserve la même valeur; ainsi il est clair que

$$D_k = \frac{i}{k\pi}\int_0^{2\pi} \cos k\varphi.\cos iv.\,dv;$$

d'où l'on tire

$$(8)\ldots D_k = \frac{i\sqrt{1-e^2}}{2k\pi}\int_0^{2\pi} \frac{du.\cos\{ku-ke\sin u\}}{1-e\cos u}\left\{ (P+Q\sqrt{-1})^i+(P-Q\sqrt{-1})^i \right\}.$$

En substituant pour P et Q leurs valeurs dans les formules (5), (6), (8), et faisant, pour plus de simplicité,

$$U=\cos u+\sqrt{-1}.\sin u;\qquad U'=\cos u-\sqrt{-1}.\sin u;$$

$$V=1+\frac{e\sqrt{-1}}{1+\sqrt{1-e^2}}.\sin u;\qquad V'=1-\frac{e\sqrt{-1}}{1+\sqrt{1-e^2}}.\sin u;$$

nous aurons

$$(9)\ldots C_0 = 1+\frac{i\sqrt{1-e^2}}{4\pi\sqrt{-1}}.\int_0^{2\pi}\frac{du(u-e\sin u)}{(1-e\cos u)^{i+1}}\left\{ (U-eV)^i-(U'-eV')^i \right\};$$

$$(10)\ldots C_k = \frac{i\sqrt{1-e^2}}{2k\pi\sqrt{-1}}.\int_0^{2\pi}\frac{du.\sin\{ku-ke\sin u\}}{(1-e\cos u)^{i+1}}\left\{ (U-eV)^i-(U'-eV')^i \right\};$$

$$(11)\ldots D_k = \frac{i\sqrt{1-e^2}}{2k\pi}.\int_0^{2\pi}\frac{du.\cos\{ku-ke\sin u\}}{(1-e\cos u)^{i+1}}\left\{ (U-eV)^i+(U'-eV')^i \right\}.$$

Pour faciliter le développement de ces fonctions suivant les puissances de e, on remarquera qu'en faisant

$$G^{(y)} = \frac{i(i-1)(i-2)\ldots(i-y+1)}{1.2.3\ldots y},\ \text{on a}$$

$$(U-eV)^i \mp (U'-eV')^i =$$

$$\sum_0^i G^{(y)} e^y \left\{ [\cos(i-y)u+\sqrt{-1}\sin(i-y)u]V^y \mp [\cos(i-y)u-\sqrt{-1}\sin(i-y)u]V'^y \right\}.$$

Maintenant si l'on fait $E = \frac{e}{1+\sqrt{1-e^2}}$,

$$\overset{(z)}{T} = \frac{y(y-1)(y-2)\ldots(y-z+1)}{1.2.3\ldots z},$$

nous aurons

$$\overset{y}{V} = \sum_{0}^{y}{}_{(z)} \overset{(z)}{T} \overset{z}{E} (\sqrt{-1})^z \sin^z u; \qquad \overset{y}{V'} = \sum_{0}^{y}{}_{(z)} \overset{(z)}{T} \overset{(z)}{E} (-1)^z (\sqrt{-1})^z \sin^z u;$$

et par conséquent

$$(12)\ldots(U-eV)^i \mp (U'-eV')^i =$$

$$\sum_{0}^{i}{}_{(y)} \overset{(y)}{G} \overset{y}{e} \cos(i-y)u \,.\, \sum_{0}^{y}{}_{(z)} \overset{z}{E} \overset{(z)}{T} \left\{1 \mp (-1)^z\right\} (\sqrt{-1})^z \sin^z u$$

$$+ \sum_{0}^{i}{}_{(y)} \overset{(y)}{G} \overset{y}{e} \sin(i-y)u \,.\, \sum_{0}^{y}{}_{(z)} \overset{z}{E} \overset{(z)}{T} \left\{1 \pm (-1)^z\right\} (\sqrt{-1})^{z+1} \sin^z u.$$

Relativement à la fonction $\overset{z}{E}$, on sait que

$$\overset{z}{E} = \frac{e^z}{2^z}\left\{1 + z\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \frac{z(z+3)}{1.2}\left(\frac{e}{2}\right)^4 + \frac{z(z+3)(z+5)}{1.2.3}\left(\frac{e}{2}\right)^6 + \text{etc.}\right\};$$

et les trois fonctions

$$\frac{u - e\sin u}{(1-e\cos u)^{i+1}}, \quad \frac{\sin k(u-e\sin u)}{(1-e\cos u)^{i+1}}, \quad \frac{\cos k(u-e\cos u)}{(1-e\sin u)^{i+1}},$$

il ne sera pas difficile de les développer suivant les puissances de e, en posant

$$(1-e\cos u)^{-(i+1)} = 1 + (i+1)e\cos u + \frac{(i+1)(i+2)}{2}e^2\cos^2 u + \text{etc.};$$

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\, k(u-e\sin u) = \left\{1 - \frac{k^2e^2\sin^2 u}{1.2} + \frac{k^4e^4\sin^4 u}{1.2.3.4} - \text{etc.}\right\} \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\, ku$$

$$\mp \left\{ke\sin u - \frac{k^3e^3\sin^3 u}{1.2.3} + \text{etc.}\right\} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\, ku.$$

Les valeurs spéciales des limites entre lesquelles il faut exécuter les intégrations précédentes donneront lieu à des simplifications ; mais je donnerai ailleurs les détails relatifs à cet objet.

(20) Avant de finir ce paragraphe je ferai remarquer, que les coefficiens du développement de la fonction R peuvent être exprimés d'une autre manière à l'aide des intégrales définies doubles. En effet, soit

$$R = H_\lambda \cdot \cos \left\{ i(\varphi' - \varphi) + \lambda\varphi - \theta_\lambda \right\}$$

un terme quelconque de l'ordre λ renfermé dans ce développement. En multipliant par $\cos\{(\lambda - i)\varphi - \varphi\} d\varphi$ les deux membres de cette équation, et intégrant ensuite depuis $\varphi = 0$ jusqu'à $\varphi = \pi$, il viendra

$$\int_0^\pi R \cos\left\{(\lambda - i)\varphi - \varphi\right\} d\varphi = -H_\lambda \cdot \frac{2(\lambda - i)}{2(\lambda - i) - 1} \cdot \sin\left(i\varphi' - \theta_\lambda\right).$$

Maintenant, si l'on multiplie les deux membres de cette dernière équation par $\sin(i\varphi' - \theta_\lambda) d\varphi'$, on aura, après avoir intégré entre les mêmes limites 0 et π;

$$H_\lambda = \frac{1 - 2(\lambda - i)}{(\lambda - i)\pi} \cdot \int_0^\pi d\varphi' \sin(i\varphi' - \theta_\lambda) \cdot \int_0^\pi R d\varphi \cos\left\{(\lambda - i)\varphi - \varphi\right\}.$$

En faisant dans cette formule $\lambda = 0$, on aura

$$H_0 = -\frac{(2i + 1)}{i\pi} \cdot \int_0^\pi d\varphi' \sin(i\varphi' - \theta_0) \cdot \int_0^\pi R d\varphi \cos(i + 1)\varphi,$$

pour l'expression analytique des coefficiens de l'ordre λ appartenans aux termes semblables à ceux de l'ordre zéro. On sait d'ailleurs, que la quantité constante représentée par θ_λ doit être de la forme $p\varpi + p'\varpi' + p''\Pi$; p, p', p'' étant des nombres entiers dont la somme $p + p' + p''$ est égale à λ.

On peut aussi imaginer la valeur de R développée dans une suite infinie de termes périodiques composés de couples de la forme $A\cos(i\varphi + i'\varphi') + B\sin(i\varphi + i'\varphi')$; dans lesquels i et i' désignent des nombres entiers, et φ, φ' les longitudes moyennes des deux planètes: alors on aura

$$R = \Sigma \left\{ A\cos(i\varphi + i'\varphi') + B\sin(i\varphi + i'\varphi') \right\}.$$

Donc en multipliant les deux membres de cette équation, successivement, par $\cos(i\varphi+i'\varphi').d\varphi d\varphi'$, $\sin(i\varphi+i'\varphi').d\varphi d\varphi'$, et intégrant ensuite entre les limites 0 et 2π, on obtient

$$A.2\pi^2=\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_0^{2\pi}R\cos(i\varphi+i'\varphi').d\varphi;$$

$$B.2\pi^2=\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_0^{2\pi}R\sin(i\varphi+i'\varphi').d\varphi'.$$

Relativement au terme du développement de R qui répond à $i=0$, $i'=0$, il est clair que, en le nommant A_0, on a

$$A_0=\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_0^{2\pi}Rd\varphi.$$

Je ferai observer ici, en passant, que la fonction des élémens des deux orbites représentée par A_0, pourrait servir pour composer, sous forme finie, les équations différentielles propres à déterminer la partie séculaire de la variation des élémens elliptiques des planètes. Cette manière d'exprimer les coefficiens du développement de la fonction R est tout-à-fait analogue à celle que *D'Alembert* paraît avoir employée le premier dans le 2.d Volume de ses Rech.s sur le système du Monde. Depuis, cette même méthode, a été appliquée avec succès par MM.rs *Legendre*, *Fourier*, *Bessel* etc. Et M.r *Poisson* (en 1816) en a indiqué l'application au cas particulier dont il est ici question. (Voyez la page 50 du 1.er Volume des Nouveaux Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris).

Il sera utile de consulter sur ce point l'analyse publiée par M.r *Hansen* dans les N.os 168 et 179 du Journal de M.r *Schumacher*: et surtout plusieurs Mémoires de M.r *Bessel* qui ont un rapport plus ou moins direct avec ce problême.

§ V.

Développement de la fonction

$$\left\{\begin{array}{l}-\frac{\gamma^2}{4}.m'\frac{a}{a'^2}\cos p+\frac{\gamma^2}{4}.m'aa'\cos p.(a^2-2.aa'\cos p+a'^2)^{-\frac{3}{2}}\\ +\frac{\gamma^2}{4}.m'\frac{a}{a'^2}\cos D-\frac{\gamma^2}{4}.m'aa'\cos D.(a^2-2.aa'\cos p+a'^2)^{-\frac{3}{2}}\end{array}\right\}.$$

(21) Soit $\frac{a}{a'}=\alpha$, et

$$(1-2.\alpha\cos p+\alpha^2)^{-\frac{3}{2}}=\frac{1}{2}\overset{(0)}{b}_{\frac{3}{2}}+\overset{(1)}{b}_{\frac{3}{2}}\cos p+\overset{(2)}{b}_{\frac{3}{2}}\cos 2p+\overset{(3)}{b}_{\frac{3}{2}}\cos 3p+\text{etc.}$$

Si, conformément à ce qui a été dit dans le N.° 2, on représente cette série par le symbole $\frac{1}{2}\Sigma\overset{(i)}{b}_{\frac{3}{2}}\cos ip$; la fonction qu'il s'agit de développer deviendra équivalente à

$$\left\{\begin{array}{l}-\frac{\gamma^2}{4}.m'\frac{\alpha}{a'}\cos p+\frac{\gamma^2}{4}.\frac{m'}{2}\Sigma\frac{\alpha}{a'}\overset{(i)}{b}_{\frac{3}{2}}\cos(i+1)p\\ +\frac{\gamma^2}{4}.m'\frac{\alpha}{a'}\cos D-\frac{\gamma^2}{4}.\frac{m'}{2}\Sigma\frac{\alpha}{a'}\overset{(i)}{b}_{\frac{3}{2}}\cos(ip+D)\end{array}\right\};$$

ou bien à

$$\left\{\begin{array}{l}-\frac{\gamma^2}{4}.m'\frac{\alpha}{a'}\cos p+\frac{\gamma^2}{4}.\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-1)}{B}\cos ip\\ +\frac{\gamma^2}{4}.m'\frac{\alpha}{a'}\cos D-\frac{\gamma^2}{4}.\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s)\end{array}\right\};\ldots(G)$$

en posant

$$\overset{(i)}{B}=\frac{\alpha.\overset{(i)}{b}_{\frac{3}{2}}}{a'},\qquad s=nt+\varepsilon-\Pi,$$

et remarquant que

$$ip+D=(i+1)p+2s\ .$$

La fonction (G) donne immédiatement les termes du second ordre qu'il faut ajouter à ceux du même ordre obtenus dans le N.° 6, pour avoir tous ceux qui sont rapportés dans la page 12 du Tome 3.e de la Mécanique Céleste.

(22) Pour avoir les termes du 3.e ordre, il suffira de développer la fonction (G) suivant les premières puissances des excentricités e et e', puisque, étant multipliée par γ^2, elle est déjà du second ordre. Mais, en employant la formule qui donne la valeur de P (N.° 2) pour développer les trois termes

$$\frac{m'}{2}\cdot\frac{2\alpha}{a'}\cos p\,;\qquad \frac{m'}{2}\cdot\frac{2\alpha}{a'}\cos D\,;\qquad \frac{m'}{2}\cdot\Sigma\overset{(i-1)}{B}\cos ip,$$

il est aisé de voir qu'il n'en peut résulter aucun, renfermant la quantité $5n't-2nt$; par conséquent il suffira d'avoir égard à la fonction

$$-\frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s)\,.$$

Cela posé, attribuons d'abord à s l'accroissement v_1: $\cos(ip+2s)$ deviendra

$$\cos(ip+2s)-2v_1\sin(ip+2s)+\text{ etc.},$$

partant on aura à développer la fonction

$$(h)\;.\;.\;.-\frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s)+\frac{\gamma^2}{4}\cdot 2v_1\cdot\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-1)}{B}\sin(ip+2s),$$

en y considérant s comme une quantité constante.

Comme $2v_1=4e\sin q+$ etc., le second terme de cette fonction est du 3.e ordre; il suffit donc d'y supposer $i=5$ (la seule valeur de i qui puisse introduire l'argument $5n't-2nt$), et l'on aura

$$-\frac{e\gamma^2}{4}\cdot m'\overset{(4)}{B}\cos(5p+2s+q)\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(\alpha).$$

Si l'on prend i positivement et négativement dans le premier terme de la fonction (h), on a

$$-\frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s)-\frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i+1)}{B}\cos(ip-2s)\,.$$

Pour développer le premier de ces deux termes, il est clair qu'il suffit de multiplier par $-\frac{\gamma^2}{4}$ la valeur de P (N.° 2), et d'y changer $\overset{(i)}{A}$ en $\overset{(i-1)}{B}$, et ip en $ip+2s$; de sorte qu'on aura

$$P=\left\{\begin{array}{l}-\frac{\gamma^2}{4}.\frac{m'}{2}\Sigma \overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s)-\frac{\gamma^2}{4}.\frac{m'}{2}u_1\Sigma a\frac{d\overset{(i-1)}{B}}{da}\cos(ip+2s)\\ -\frac{\gamma^2}{4}.\frac{m'u'_1}{2}\Sigma.a'\frac{d\overset{(i-1)}{B}}{da'}\cos(ip+2s)+\frac{\gamma^2}{4}.\frac{m'}{2}(v'_1-v_1)\Sigma i\overset{(i-1)}{B}\sin(ip+2s)\end{array}\right\}.$$

Maintenant si l'on fait

$$u_1=-e\cos q;\quad u_1'=-e'\cos q';\quad v_1'-v_1=2e'\sin q'-2e\sin q,$$

et si l'on observe qu'il n'y a que les valeurs $i=5$, $i=4$, qui donnent des termes tels que ceux que nous cherchons, on obtiendra

$$P=\left\{\begin{array}{l}\frac{e\gamma^2}{16}.m'\left\{a\frac{d\overset{(4)}{B}}{da}+10.\overset{(4)}{B}\right\}\cos(5p+2s+q)\\ +\frac{e'\gamma^2}{16}.m'\left\{a'\frac{d\overset{(3)}{B}}{da'}-8.\overset{(3)}{B}\right\}\cos(4p+2s+q')\end{array}\right\}.$$

Le terme $-\frac{\gamma^2}{4}.\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i+1)}{B}\cos(ip-2s)$ n'en peut donner aucun; ainsi la valeur précédente de P, réunie au terme désigné plus haut par (α), c'est-à-dire, la fonction

$$\frac{e\gamma^2}{16}.m'\left\{a\frac{d\overset{(4)}{B}}{da}+6.\overset{(4)}{B}\right\}\cos(5p+2s+q)$$

$$+\frac{e'\gamma^2}{16}.m'\left\{a'\frac{d\overset{(3)}{B}}{da'}-8.\overset{(3)}{B}\right\}\cos(4p+2s+q')$$

représente tous les termes du troisième ordre qui résultent du développement de la fonction (G). Mais nous avons

$$\overset{(4)}{B}=\frac{1}{a'}\alpha b_{\frac{3}{2}}^{(4)};\qquad \overset{(3)}{B}=\frac{1}{a'}\alpha b_{\frac{3}{2}}^{(3)};$$

$$a\frac{d\overset{(4)}{B}}{da}=\frac{\alpha}{a'}\left(\overset{(4)}{b}_{\frac{5}{2}}+\alpha\frac{d\overset{(4)}{b}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha}\right); \qquad a'\frac{d\overset{(3)}{B}}{da'}=-\frac{\alpha}{a'}\left(2\overset{(3)}{b}_{\frac{5}{2}}+\alpha\frac{d\overset{(3)}{b}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha}\right);$$

donc, en substituant ces valeurs dans la fonction précédente, on aura

$$\overset{(1)}{G}e\gamma^2\cos(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon-\varpi-2\Pi)$$
$$+\overset{(2)}{G}e'\gamma^2\cos(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon-\varpi'-2\Pi),$$

en posant

$$\overset{(1)}{G}=\frac{\alpha}{a'}\cdot\frac{m'}{16}\left(7\cdot\overset{(4)}{b}_{\frac{5}{2}}+\alpha\frac{d\overset{(4)}{b}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha}\right); \qquad \overset{(2)}{G}=-\frac{\alpha}{a'}\cdot\frac{m'}{16}\left(10\cdot\overset{(3)}{b}_{\frac{5}{2}}+\alpha\frac{d\overset{(3)}{b}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha}\right).$$

Ces termes coincident parfaitement avec ceux qui leur correspondent dans la page 23 du Tome 3.^e^ de la Mécanique Céleste.

(23) Passons actuellement à la recherche des termes du cinquième ordre. Il est évident que l'on aura ces termes en développant la fonction (G) suivant les quantités du 3.^e^ ordre relativement aux excentricités. Mais avant d'entreprendre ce développement, nous remarquerons que la partie

$$-\frac{\gamma^2}{4}.m'\frac{\alpha}{a'}\cos p+\frac{\gamma^2}{4}.m'\frac{\alpha}{a'}\cos D$$

de cette fonction n'en peut donner aucun; ainsi la question est réduite à développer simplement les termes

$$+\frac{\gamma^2}{4}\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-1)}{B}\cos ip-\frac{\gamma^2}{4}.\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s).$$

A cet effet, attribuons d'abord à s l'accroissement v_1; $\cos(ip+2s)$ deviendra

$$\cos(ip+2s)-2v_1\sin(ip+2s)-2v_1^2\cos(ip+2s)+\frac{4}{3}v_1^3\sin(ip+2s)+\text{etc.};$$

partant on aura à développer la fonction

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}\Sigma \overset{(i-1)}{B}\cos ip - \frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}\Sigma \overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s) \\ +\frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}2v_1\Sigma \overset{(i-1)}{B}\sin(ip+2s)+\frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}\cdot 2v_1^2\Sigma \overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s) \\ -\frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}\cdot\frac{4}{3}v_1^3\Sigma \overset{(i-1)}{B}\sin(ip+2s) \end{array}\right\}\ldots(K)$$

en y considérant s comme une quantité constante.

(24) Cela posé, commençons par développer le premier terme

$$\frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}\Sigma \overset{(i-1)}{B}\cos ip\,.$$

Si l'on prend i positivement et négativement, ce terme devient égal à

$$\frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}\Sigma\left(\overset{(i-1)}{B}+\overset{(i-1)}{B}\right)\cos ip\,,$$

et le signe Σ ne s'étend alors qu'à toutes les valeurs entières et positives de i: mais en lui donnant la forme

$$\frac{\gamma^2}{8}\cdot\frac{m'}{2}\Sigma\left(\overset{(i-1)}{B}+\overset{(i+1)}{B}\right)\cos ip\,,$$

on pourra de nouveau donner à i toutes les valeurs entières positives et négatives. Maintenant, si l'on compare cette fonction avec celle que nous avons développée dans le N.° 9, on verra: 1.° que la fonction qui résulte de son développement peut être mise sous la forme

$$\underline{\gamma^2}\left\{\begin{array}{l} \overset{(0)}{M'}e'^3\cos(2p+3q')+\overset{(1)}{M'}e'^2e\cos(3p+2q'+q) \\ +\overset{(2)}{M'}e'e^2\cos(4p+2q+q')+\overset{(3)}{M'}e^3\cos(5p+3q) \end{array}\right\};$$

2.° que l'on obtiendra les valeurs de $\overset{(0)}{M'}$, $\overset{(1)}{M'}$, $\overset{(2)}{M'}$, $\overset{(3)}{M'}$, en changeant les signes des premières valeurs de $\overset{(0)}{M}$, $\overset{(1)}{M}$, $\overset{(2)}{M}$, $\overset{(3)}{M}$; et en écrivant $\overset{(i-1)}{B}+\overset{(i+1)}{B}$ à la place de $\overset{(i)}{A}$; de sorte qu'on aura

$$\overset{(0)}{M'} = -\frac{m'}{48}\left\{\begin{array}{l} -236.\left(\overset{(1)}{B}+\overset{(3)}{B}\right)+111.\left(a'\dfrac{d\overset{(1)}{B}}{da'}+a'\dfrac{d\overset{(3)}{B}}{da'}\right) \\ -18.\left(a'^2\dfrac{d^2\overset{(1)}{B}}{da'^2}+a'^2\dfrac{d^2\overset{(3)}{B}}{da'^2}\right)+a'^3\left(\dfrac{d^3\overset{(1)}{B}}{da'^3}+\dfrac{d^3\overset{(3)}{B}}{da'^3}\right) \end{array}\right\};$$

$$\overset{(1)}{M'} = -\frac{m'}{16}\left\{\begin{array}{l} 306.\left(\overset{(2)}{B}+\overset{(4)}{B}\right)-84.\left(a'\dfrac{d\overset{(2)}{B}}{da'}+a'\dfrac{d\overset{(4)}{B}}{da'}\right) \\ +51.\left(a\dfrac{d\overset{(2)}{B}}{da}+a\dfrac{d\overset{(4)}{B}}{da}\right)+6.\left(a'^2\dfrac{d^2\overset{(2)}{B}}{da'^2}+a'^2\dfrac{d^2\overset{(4)}{B}}{da'^2}\right) \\ -14.aa'\left(\dfrac{d^2\overset{(2)}{B}}{dada'}+\dfrac{d^2\overset{(4)}{B}}{dada'}\right)+a'^2a.\left(\dfrac{d^3\overset{(2)}{B}}{da'^2da}+\dfrac{d^3\overset{(4)}{B}}{da'^2da}\right) \end{array}\right\};$$

$$\overset{(2)}{M'} = -\frac{m'}{16}\left\{\begin{array}{l} -352.\left(\overset{(3)}{B}+\overset{(5)}{B}\right)+44.\left(a'\dfrac{d\overset{(3)}{B}}{da'}+a'\dfrac{d\overset{(5)}{B}}{da'}\right) \\ -112.\left(a\dfrac{d\overset{(3)}{B}}{da}+a\dfrac{d\overset{(5)}{B}}{da}\right)-8.\left(a^2\dfrac{d^2\overset{(3)}{B}}{da^2}+a^2\dfrac{d^2\overset{(5)}{B}}{da^2}\right) \\ +14.aa'\left(\dfrac{d^2\overset{(3)}{B}}{dada'}+\dfrac{d^2\overset{(5)}{B}}{dada'}\right)+a^2a'\left(\dfrac{d^3\overset{(3)}{B}}{da^2da'}+\dfrac{d^3\overset{(5)}{B}}{da^2da'}\right) \end{array}\right\};$$

$$\overset{(3)}{M'} = -\frac{m'}{48}\left\{\begin{array}{l} 380.\left(\overset{(4)}{B}+\overset{(6)}{B}\right)+174.\left(a\dfrac{d\overset{(4)}{B}}{da}+a\dfrac{d\overset{(6)}{B}}{da}\right) \\ +24.\left(a^2\dfrac{d^2\overset{(4)}{B}}{da^2}+a^2\dfrac{d^2\overset{(6)}{B}}{da^2}\right)+\left(a^3\dfrac{d^3\overset{(4)}{B}}{da^3}+a^3\dfrac{d^3\overset{(6)}{B}}{da^3}\right) \end{array}\right\}.$$

En se rappelant maintenant que $\overset{(i)}{B} = \frac{1}{a'}\alpha b^{(i)}_{\frac{3}{2}}$, l'on en tirera

$$a\,\frac{d\overset{(i)}{B}}{da} = \frac{\alpha}{a'}\left(b^{(i)}_{\frac{3}{2}}+\alpha\frac{db^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}\right);$$

$$a'\,\frac{d\overset{(i)}{B}}{da'} = -\frac{\alpha}{a'}\left(2b^{(i)}_{\frac{3}{2}}+\alpha\frac{db^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}\right);$$

$$a^2\frac{d^2B^{(i)}}{da^2}=\frac{\alpha}{a'}\left(2\alpha\frac{db^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}+\alpha^2\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}\right);$$

$$a'^2\frac{d^2B^{(i)}}{da'^2}=\frac{\alpha}{a'}\left(6b^{(i)}_{\frac{3}{2}}+6\alpha\frac{db^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}+\alpha^2\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}\right);$$

$$aa'\frac{d^2B^{(i)}}{da\,da'}=-\frac{\alpha}{a'}\left(2b^{(i)}_{\frac{3}{2}}+4\alpha\frac{db^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}+\alpha^2\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}\right);$$

$$a^3\frac{d^3B^{(i)}}{da^3}=\frac{\alpha}{a'}\left(3\alpha^2\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}+\alpha^3\frac{d^3b^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right);$$

$$a'^3\frac{d^3B^{(i)}}{da'^3}=-\frac{\alpha}{a'}\left(24b^{(i)}_{\frac{3}{2}}+36\alpha\frac{db^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}+12\alpha^2\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}+\alpha^3\frac{d^3b^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right);$$

$$a^2a'\frac{d^3B^{(i)}}{da^2da'}=-\frac{\alpha}{a'}\left(6\alpha\frac{db^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}+6\alpha^2\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}+\alpha^3\frac{d^3b^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right);$$

$$a'^2a\frac{d^3B^{(i)}}{da'^2da}=\frac{\alpha}{a'}\left(6b^{(i)}_{\frac{3}{2}}+18\alpha\frac{db^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}+9\alpha^2\frac{d^2b^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}+\alpha^3\frac{d^3b^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right);$$

ce qui donnera

$$a'M'^{(0)}=\frac{m'}{48}\cdot\alpha\left\{\begin{array}{l}590\left(b^{(1)}_{\frac{3}{2}}+b^{(3)}_{\frac{3}{2}}\right)+255\left(\alpha\frac{db^{(1)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}+\alpha\frac{db^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}\right)\\+30\left(\alpha^2\frac{d^2b^{(1)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}+\alpha^2\frac{d^2b^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}\right)+\left(\alpha^3\frac{d^3b^{(1)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}+\alpha^3\frac{d^3b^{(3)}}{d\alpha^3}\right)\end{array}\right\};$$

$$a'M'^{(1)}=-\frac{m'}{16}\cdot\alpha\left\{\begin{array}{l}595\left(b^{(2)}_{\frac{3}{2}}+b^{(4)}_{\frac{3}{2}}\right)+245\left(\alpha\frac{db^{(2)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}+\alpha\frac{db^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}\right)\\+29\left(\alpha^2\frac{d^2b^{(2)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}+\alpha^2\frac{d^2b^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}\right)+\left(\alpha^3\frac{d^3b^{(2)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}+\alpha^3\frac{d^3b^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right)\end{array}\right\};$$

$$a'M'^{(2)}=\frac{m'}{16}\,\alpha\left\{\begin{array}{l}580\left(b^{(3)}_{\frac{3}{2}}+b^{(5)}_{\frac{3}{2}}\right)+234\left(\alpha\frac{db^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}+\alpha\frac{db^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}\right)\\+28\left(\alpha^2\frac{d^2b^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}+\alpha^2\frac{d^2b^{(5)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}\right)+\left(\alpha^3\frac{d^3b^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}+\alpha^3\frac{d^3b^{(5)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right)\end{array}\right\};$$

$$a'M'^{(3)}=-\frac{m'}{48}\alpha\left\{\begin{array}{l}554\left(b_{\frac{5}{2}}^{(4)}+b_{\frac{5}{2}}^{(6)}\right)+222\left(\alpha\frac{db_{\frac{5}{2}}^{(4)}}{d\alpha}+\alpha\frac{db_{\frac{5}{2}}^{(6)}}{d\alpha}\right)\\+27\left(\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{5}{2}}^{(4)}}{d\alpha^2}+\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{5}{2}}^{(6)}}{d\alpha^2}\right)+\left(\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{5}{2}}^{(4)}}{d\alpha^3}+\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{5}{2}}^{(6)}}{d\alpha^3}\right)\end{array}\right\}.$$

(25) Le second terme $-\frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}\Sigma B^{(i-1)}\cos(ip+2s)$ de la fonction (K) donne

$$-\frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}\Sigma B^{(i-1)}\cos(ip+2s)-\frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}\Sigma B^{(i+1)}\cos(ip-2s)$$

en prenant i positivement et négativement. En appliquant ici les valeurs de P, Q, S pour développer le terme $-\frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}\Sigma B^{(i+1)}\cos(ip-2s)$, on voit qu'il n'en peut résulter aucun de ceux que nous cherchons. En effet, les argumens, que les quantités u_1, u_1^2, $u_1\ u_1'$ etc. renferment parmi les termes du troisième ordre sont $q, q', 2q-q', 2q'-q, 3q, 3q', 2q+q', 2q'+q$: or il est évident que, quelque soit la valeur de i, aucun d'eux ne peut donner $5n't-2nt$, étant ajouté ou retranché de $ip-2s$. Il suit de là que nous aurons à développer seulement le terme $-\frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{m'}{2}\Sigma B^{(i+1)}\cos(ip+2s)$, en y considérant i comme un nombre qui ne peut avoir que des valeurs entières et positives.

Les argumens qui dans le cas actuel renferment $5n't-2nt$, sont

$$ip+2s+q;\quad ip+2s+q';\quad ip+2s+2q-q';\quad ip+2s+2q'-q;$$

ainsi il est nécessaire de calculer les termes du troisième ordre des quantités u_1; u_1^2; $u_1'\ u'$; etc. en tenant compte seulement de ceux multipliés par le sinus ou le cosinus des angles $q, q', 2q-q', 2q'-q$, ce qui donnera les résultats suivans:

$$u_1=\frac{3}{8}e^3\cos q;\quad u_1'=\frac{3}{8}e'^3\cos q';\quad v_1'-v_1=-\frac{1}{4}\cdot e'^3\sin q'+\frac{1}{4}e^3\sin q;$$

$$u_1^2 = -\frac{e^3}{2}\cos q\,; \qquad u_1'^2 = -\frac{e'^3}{2}\cos q'\,;$$

$$(v_1'-v_1)^2 = \frac{5}{2}e^3\cos q + \frac{5}{2}e'^3\cos q' - \frac{5}{2}e^2e'\cos(2q-q') - \frac{5}{2}ee'^2\cos(2q'-q)$$

$$u_1u_1' = -\frac{e'e^2}{8}\cos q' - \frac{ee'^2}{2}\cos q + \frac{e'e^2}{4}\cos(2q-q') + \frac{ee'^2}{4}\cos(2q'-q)\,;$$

$$u_1(v_1'-v_1) = -\frac{7}{8}e^3\sin q + e^2e'\sin q' - \frac{5}{8}ee'^2\sin(2q'-q) + \frac{e^2e'}{2}\sin(2q-q')\,;$$

$$u_1(v_1'-v_1) = \frac{7}{8}e'^3\sin q' - ee'^2\sin q + \frac{5}{8}e^2e'\sin(2q-q') - \frac{ee'^2}{2}\sin(2q'-q)\,;$$

$$u_1^3 = -\frac{3}{4}e^3\cos q\,; \qquad u_1'^3 = -\frac{3}{4}e'^3\cos q'\,;$$

$$(v_1'-v_1)^3 = -(6e^3+12ee'^2)\sin q + (6e'^3+12e'e^2)\sin q'$$
$$-6e'^2e\sin(2q'-q) + 6e'e^2\sin(2q-q')\,;$$

$$u_1^2u_1' = -\frac{e^2e'}{2}\cos q' - \frac{e^2e'}{4}\cos(2q-q')\,;$$

$$u_1'^2u_1 = -\frac{ee'^2}{2}\cos q - \frac{ee'^2}{4}\cos(2q'-q)\,;$$

$$u_1^2(v_1'-v_1) = -\frac{e^3}{2}\sin q + e^2e'\sin q' - \frac{e^2e'}{2}\sin(2q-q')\,;$$

$$u_1'^2(v_1'-v_1) = \frac{e'^3}{2}\sin q' - ee'^2\sin q + \frac{e'^2e}{2}\sin(2q'-q)\,;$$

$$u_1u_1'(v_1'-v_1) = \frac{e'^2e}{2}\sin(2q'-q) - \frac{e^2e'}{2}\sin(2q-q')\,;$$

$$u_1(v_1'-v_1)^2 = -(e^3+2ee'^2)\cos q + ee'^2\cos(2q'-q) + 2e^2e'\cos(2q-q')\,;$$

$$u_1'(v_1'-v_1)^2 = -(e'^3+2e'e^2)\cos q' + e^2e'\cos(2q-q') + 2ee'^2\cos(2q'-q).$$

Cela posé, si l'on désigne par

$$-\frac{\gamma^2}{8}\left(N^{(1)}e^3 + N_1^{(1)}ee'^2\right)\cos(5p+2s+q),$$

le premier terme du développement de la fonction que nous ana-

lysons on trouvera que, dans le cas actuel, les fonctions P, Q, S ont les valeurs suivantes :

$$P = \frac{e^3 m'}{16}\left\{3a\frac{dB^{(4)}}{da} - 10.B^{(4)}\right\};$$

$$Q = -\frac{m'}{16}\left\{\begin{array}{l} e^3\left(2a^2\frac{d^2B^{(4)}}{da^2} + 35.a\frac{dB^{(4)}}{da} + 250.B^{(4)}\right) \\ + ee'^2\left(4.aa'\frac{d^2B^{(4)}}{dada'} + 40.a'\frac{dB^{(3)}}{da'}\right)\end{array}\right\};$$

$$S = \frac{m'}{16}\left\{\begin{array}{l} e^3\left(-a^3\frac{d^3B^{(4)}}{da^3} - 10.a^2\frac{d^2B^{(4)}}{da^2} + 100.a\frac{dB^{(4)}}{da} + 1000.B^{(4)}\right) \\ + ee'^2\left(-2aa'^2\frac{d^3B^{(4)}}{dada'^2} - 20.a'^2\frac{d^2B^{(4)}}{da'^2} + 200.a\frac{dB^{(4)}}{da} + 2000.B^{(4)}\right)\end{array}\right\}.$$

Il suit de ces équations que l'on a

$$N^{(1)} = -\frac{m'}{16}\left\{a^3\frac{d^3B^{(4)}}{da^3} + 12.a^2\frac{d^2B^{(4)}}{da^2} - 68.a\frac{dB^{(4)}}{da} - 740.B^{(4)}\right\};$$

$$N_1^{(1)} = -\frac{m'}{16}\left\{\begin{array}{l} 2aa'^2\frac{d^3B^{(4)}}{dada'^2} + 20.a'^2\frac{d^2B^{(4)}}{da'^2} + 4.aa'\frac{d^2B}{dada'} - 200.a\frac{dB^{(4)}}{da} \\ + 40.a'\frac{dB^{(4)}}{da'} - 2000.B^{(4)}\end{array}\right\};$$

ou bien

$$a'N^{(1)} = -\frac{m'\alpha}{16}\left(-808.b_{\frac{5}{2}}^{(4)} - 44.\alpha\frac{db_{\frac{5}{2}}^{(4)}}{d\alpha} + 15.\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{5}{2}}^{(4)}}{d\alpha^2} + \alpha^3\frac{d^3b_{\frac{5}{2}}^{(4)}}{d\alpha^3}\right);$$

$$a'N_1^{(1)} = -\frac{m'\alpha}{16}\left(-2156.b_{\frac{5}{2}}^{(4)} - 100.\alpha\frac{db_{\frac{5}{2}}^{(4)}}{d\alpha} + 34.\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{5}{2}}^{(4)}}{d\alpha^2} + 2.\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{5}{2}}^{(4)}}{d\alpha^3}\right).$$

Soit

$$-\frac{\gamma^2}{8}\left(N^{(2)}e'^3 + N_1^{(2)}e'e^2\right)\cos(4p + 2s + q')$$

la forme du terme qui suit celui que nous venons de considérer.

Dans ce cas, on aura

$$P = \frac{m'}{16} e'^3 \left\{ 3a' \frac{dB^{(3)}}{da'} - 8.B^{(3)} \right\};$$

$$Q = -\frac{m'}{16} \left\{ e'^3 \left(2a'^2 \frac{d^2B^{(3)}}{da'^2} - 28.a' \frac{dB^{(3)}}{da'} + 160.B^{(3)} \right) + e'e^2 \left(4.aa' \frac{d^2B^{(3)}}{dada'} - 32.a \frac{dB^{(3)}}{da} \right) \right\};$$

$$S = \frac{m'}{16} \left\{ \begin{array}{l} e'^3 \left(-a'^3 \frac{d^3B^{(3)}}{da'^3} + 8.a'^2 \frac{d^2B^{(3)}}{da'^2} + 64.a' \frac{dB^{(3)}}{da'} - 512.B^{(3)} \right) \\ + e^2e' \left(-2.a^2a' \frac{d^3B^{(3)}}{da^2da'} + 16.a^2 \frac{d^2B^{(3)}}{da^2} + 128.a' \frac{dB^{(3)}}{da'} - 1024.B^{(3)} \right) \end{array} \right\};$$

d'où l'on conclut:

$$N^{(2)} = -\frac{m'}{16} \left(a'^3 \frac{d^3B^{(3)}}{da'^3} - 6.a'^2 \frac{d^2B^{(3)}}{da'^2} - 95.a' \frac{dB^{(3)}}{da'} + 680.B^{(3)} \right);$$

$$N_1^{(2)} = -\frac{m'}{16} \left\{ \begin{array}{l} 2.a^2a' \frac{d^3B^{(3)}}{da^2da'} - 16.a^2 \frac{d^2B^{(3)}}{da^2} + 4.aa' \frac{d^2B^{(3)}}{da\,da'} - 32.a \frac{dB^{(3)}}{da} \\ -128.a' \frac{dB^{(3)}}{da'} + 1024.B^{(3)} \end{array} \right\};$$

ou bien

$$a'N^{(2)} = -\frac{m'\alpha}{16} \left(810.b_{\frac{5}{2}}^{(3)} + 23.\alpha \frac{db_{\frac{5}{2}}^{(3)}}{d\alpha} - 18.\alpha^2 \frac{d^2b_{\frac{5}{2}}^{(3)}}{d\alpha^2} - \alpha^3 \frac{d^3b^{(3)}}{d\alpha^3} \right);$$

$$a'N_1^{(2)} = -\frac{m'\alpha}{16} \left(1240.b_{\frac{5}{2}}^{(3)} + 36.\alpha \frac{db_{\frac{5}{2}}^{(3)}}{d\alpha} - 32.\alpha^2 \frac{d^2b_{\frac{5}{2}}^{(3)}}{d\alpha^2} - 2.\alpha^3 \frac{d^3b_{\frac{5}{2}}^{(3)}}{d\alpha^3} \right).$$

Relativement au terme dont la forme est

$$-\frac{\gamma^2}{8}.N^{(3)}e^2e'\cos(6p + 2s + 2q - q');$$

on trouvera

$P=0,$

$$Q=\frac{m'}{16}\,.\,e^2e'\left\{2\,.\,aa'\frac{d^2\overset{(5)}{B}}{dada'}+24\,.\,a\frac{d\overset{(5)}{B}}{da}+30\,.\,a'\frac{d\overset{(5)}{B}}{da'}+360\,.\,\overset{(5)}{B}\right\};$$

$$S=-\frac{m'}{16}\,.\,e^2e'\left\{\begin{array}{l}a^2a'\dfrac{d^3\overset{(5)}{B}}{da^2da'}+12\,.\,a^2\dfrac{d^2\overset{(5)}{B}}{da^2}+24\,.\,aa'\dfrac{d^2\overset{(5)}{B}}{dada'}+144\,.\,a'\dfrac{d\overset{(5)}{B}}{da'}\\+288\,.\,a\dfrac{d\overset{(5)}{B}}{da}+1728\,.\,\overset{(5)}{B}\end{array}\right\};$$

et par conséquent

$$\overset{(3)}{N}=-\frac{m'}{16}\left\{\begin{array}{l}a^2a'\dfrac{d^3\overset{(5)}{B}}{da'^2da}+12\,.\,a^2\dfrac{d^2\overset{(5)}{B}}{da^2}+22\,.\,aa'\dfrac{d^2\overset{(5)}{B}}{dada'}+264\,.\,a\dfrac{d\overset{(5)}{B}}{da}\\+114\,.\,a'\dfrac{d\overset{(5)}{B}}{da'}-1368\,.\,\overset{(5)}{B}\end{array}\right\};$$

ou bien

$$a'\overset{(3)}{N}=-\frac{m'\alpha}{16}\left(-1376\,.\,\overset{(5)}{b}_{\frac{5}{2}}+80\,.\,\alpha\frac{d\overset{(5)}{b}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha}-16\,.\,\alpha^2\frac{d^2\overset{(5)}{b}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha^2}-\alpha^3\frac{d^3\overset{(5)}{b}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha^3}\right).$$

Enfin, relativement au dernier terme dont la forme est

$$-\frac{\gamma^2}{8}\overset{(4)}{N}ee'^2\cos(3p+2s+2q'-q),$$

on trouvera

$P=0;$

$$Q=\frac{m'}{16}ee'^2\left\{2\,.\,aa'\frac{d^2\overset{(2)}{B}}{dada'}-15\,.\,a\frac{d\overset{(2)}{B}}{da}-12\,.\,a'\frac{d\overset{(2)}{B}}{da'}+90\,.\,\overset{(2)}{B}\right\};$$

$$S=\frac{m'}{16}ee'^2\left\{\begin{array}{l}-aa'^2\dfrac{d^3\overset{(2)}{B}}{dada'^2}+12\,.\,aa'\dfrac{d^2\overset{(2)}{B}}{dada'}+6\,.\,a'^2\dfrac{d^2\overset{(2)}{B}}{da'^2}-72\,.\,a'\dfrac{d\overset{(2)}{B}}{da'}\\-36\,.\,a\dfrac{d\overset{(2)}{B}}{da}+216\,.\,\overset{(2)}{B}\end{array}\right\};$$

partant

$$\overset{(4)}{N} = -\frac{m'}{16}\left\{\begin{array}{l} aa'^2\dfrac{d^3\overset{(2)}{B}}{da\,da'^2} - 6.\,a'^2\dfrac{d^2\overset{(2)}{B}}{da'^2} - 14.\,aa'\dfrac{d^2\overset{(2)}{B}}{da\,da'} \\ +51.\,a\dfrac{d\overset{(2)}{B}}{da} + 84.\,a'\dfrac{d\overset{(2)}{B}}{da'} - 306.\overset{(2)}{B} \end{array}\right\};$$

ou bien

$$a'\overset{(4)}{N} = -\frac{m'\alpha}{16}\left\{-425.\,\overset{(2)}{b}_{\frac{3}{2}} + 5.\,\alpha\frac{d\overset{(2)}{b}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha} + 17.\,\alpha^2\frac{d^2\overset{(2)}{b}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2} + \alpha^3\frac{d^3\overset{(2)}{b}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right\}.$$

(26) Occupons nous maintenant du développement de la fonction

$$\frac{\gamma^2}{4}\,.\,\frac{m'}{2}\,.\,2v_1\Sigma\overset{(i-1)}{B}\sin(ip+2s)\;.\;.\;.\;.\;.\;(b),$$

qui forme le troisième terme de celle désignée par (K). En raisonnant, comme dans le cas précédent, on verra qu'il faut prendre pour i les valeurs entières et positives seulement. Cela posé, si l'on substitue à la place de $2v_1$ sa valeur

$$4e\sin q + \frac{5}{2}e^2\sin 2q - \frac{1}{2}e^3\sin q + \frac{13}{6}e^3\sin 3q,$$

on trouvera que la fonction (b) se réduit à

$$\frac{\gamma^2}{8}.\,4e.\,\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s-q) - \frac{\gamma^2}{8}.\,4e.\,\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s+q)$$
$$-\frac{\gamma^2}{8}.\frac{5}{2}e^2\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s+2q) + \frac{\gamma^2}{8}.\frac{e^3}{2}.\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s+q),$$

en omettant les termes qui ne peuvent en produire aucun de ceux que nous cherchons.

Le premier terme $\frac{m'\gamma^2}{4}e\Sigma\overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s-q)$ donne par son développement la fonction

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{e^3\gamma^2m'}{32}\left(a^2\dfrac{d^2\overset{(4)}{B}}{da^2} + 18.\,a\dfrac{d\overset{(4)}{B}}{da} + 75.\overset{(4)}{B}\right)\cos(5p+2s+q) \\ +\dfrac{e'^2e\gamma^2m'}{32}\left(a'^2\dfrac{d^2\overset{(2)}{B}}{da'^2} - 14.\,a'\dfrac{d\overset{(2)}{B}}{da'} + 51.\overset{(2)}{B}\right)\cos(3p+2s+2q'-q) \\ +\dfrac{e^2e'\gamma^2m'}{32}\left(2.\,aa'\dfrac{d^2\overset{(3)}{B}}{da\,da'} - 16.\,a\dfrac{d\overset{(3)}{B}}{da} + 16.\,a'\dfrac{d\overset{(3)}{B}}{da'} - 128.\overset{(3)}{B}\right)\cos(4p+2s+q') \end{array}\right\}.$$

Le second terme $-\frac{\gamma^2 e}{4} m' \Sigma \overset{(i-1)}{B} \cos(ip+2s+q)$ donne la fonction

$$\left\{\begin{aligned}&-\frac{e\gamma^2 m'}{8}\left(e^2.a\frac{d\overset{(4)}{B}}{da}+e'^2 a'\frac{d\overset{(4)}{B}}{da'}\right)\cos(5p+2s+q)\\&-\frac{e^2e'\gamma^2m'}{16}\left(aa'\frac{d^2\overset{(5)}{B}}{dada'}+12.a\frac{d\overset{(5)}{B}}{da}+12.a'\frac{d\overset{(5)}{B}}{da'}+144.\overset{(5)}{B}\right)\cos(6p+2s+2q-q')\\&-\frac{e^2e'\gamma^2m'}{16}\left(aa'\frac{d^2\overset{(3)}{B}}{dada'}-8.a\frac{d\overset{(3)}{B}}{da}-8.a'\frac{d\overset{(3)}{B}}{da'}+64.\overset{(3)}{B}\right)\cos(4p+2s+q')\end{aligned}\right\}.$$

Le troisième terme $-\frac{5}{16}\gamma^2 e^2 \frac{m'}{2} \Sigma \overset{(i-1)}{B} \cos(ip+2s+2q)$ donne le terme

$$\left\{\begin{aligned}&-\frac{5.m'\gamma^2e^3}{64}\left(-a\frac{d\overset{(4)}{B}}{da}+10.\overset{(4)}{B}\right)\cos(ip+2s+q)\\&-\frac{5.\gamma^2e^2e'm'}{64}\left(-a'\frac{d\overset{(5)}{B}}{da'}-12.\overset{(5)}{B}\right)\cos(6p+2s+2q-q')\end{aligned}\right\}.$$

Enfin la fonction $\frac{\gamma^2}{8}.\frac{e^3}{2}.\frac{m'}{2}\Sigma \overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s+q)$ donne le terme

$$\frac{\gamma^2e^3m'}{32}\overset{(4)}{B}\cos(5p+2s+q).$$

La somme des termes que nous avons trouvés dans ce N.° donne un résultat de la forme

$$\frac{m'\gamma^2}{384}\left\{\begin{aligned}&\{\overset{(1)}{C}e^3+\overset{(1)}{C_1}ee'^2\}\cos(5p+2s+q)+\overset{(2)}{C}e^2e'\cos(4p+2s+q')\\&+\overset{(3)}{C}ee'^2\cos(3p+2s+2q'-q)+\overset{(4)}{C}e^2e'\cos(6p+2s+2q-q')\end{aligned}\right\},$$

où l'on a

$$\overset{(1)}{C}=12.a^2\frac{d^2\overset{(4)}{B}}{da^2}+198.a\frac{d\overset{(4)}{B}}{da}+612.\overset{(4)}{B};\qquad \overset{(1)}{C_1}=-48.a'\frac{d\overset{(4)}{B}}{da'};$$

$$C^{(2)} = 384 \,.\, a' \frac{dB^{(3)}}{da'} - 3072 \,.\, B^{(3)} \;;$$

$$C^{(3)} = 12 \,.\, a'^2 \frac{d^2B^{(2)}}{da'^2} - 168 \,.\, a' \frac{dB^{(2)}}{da'} + 612 \,.\, B^{(2)} \;;$$

$$C^{(4)} = -24 \,.\, aa' \frac{d^2B^{(5)}}{da\,da'} - 288 \,.\, a \frac{dB^{(5)}}{da} - 258 \,.\, a' \frac{dB^{(5)}}{da'} - 3096 \,.\, B^{(5)} \;;$$

ou bien

$$a'C^{(1)} = \alpha \left\{ 810 \,.\, b_{\frac{5}{2}}^{(4)} + 222 \,.\, \alpha \frac{db_{\frac{5}{2}}^{(4)}}{d\alpha} + 12 \,.\, \alpha^2 \frac{d^2b_{\frac{5}{2}}^{(4)}}{d\alpha^2} \right\} ;$$

$$a'C_1^{(1)} = 48 \,.\, \alpha \left\{ 2 \,.\, b_{\frac{5}{2}}^{(4)} + \alpha \frac{db_{\frac{5}{2}}^{(4)}}{d\alpha} \right\} ;$$

$$a'C^{(2)} = -\alpha \left\{ 3840 \,.\, b_{\frac{5}{2}}^{(3)} + 384 \,.\, \alpha \frac{db_{\frac{5}{2}}^{(3)}}{d\alpha} \right\} ;$$

$$a'C^{(3)} = \alpha \left\{ 1020 \,.\, b_{\frac{5}{2}}^{(2)} + 240 \,.\, \alpha \frac{db_{\frac{5}{2}}^{(2)}}{d\alpha} + 12 \,.\, \alpha^2 \frac{d^2b_{\frac{3}{2}}^{(2)}}{d\alpha^2} \right\} ;$$

$$a'C^{(4)} = -\alpha \left\{ 2820 \,.\, b_{\frac{3}{2}}^{(5)} - 66 \,.\, \alpha \frac{db_{\frac{5}{2}}^{(5)}}{d\alpha} - 24 \,.\, \alpha^2 \frac{d^2b_{\frac{3}{2}}^{(5)}}{d\alpha^2} \right\} .$$

(27) Pour avoir les termes qui résultent du développement de la fonction

$$\frac{\gamma^2}{4} \,.\, \frac{m'}{2} \,.\, 2v_1^2 \Sigma B^{(i-1)} \cos(ip + 2s)$$

on y fera

$$2v_1^2 = 4e^2 - 4e^2 \cos 2q + 5e^3 \cos q - 5e^3 \cos 3q \,,$$

ce qui, en omettant les termes inutiles, donnera

$$\gamma^2 e^2 \,.\, \frac{m'}{2} \Sigma B^{(i-1)} \cos(ip + 2s) - \frac{\gamma^2 e^2}{2} \,.\, \frac{m'}{2} \Sigma B^{(i-1)} \cos(ip + 2s + 2q)$$

$$+ \frac{5 \,.\, \gamma^2 e^3}{8} \,.\, \frac{m'}{2} \Sigma B^{(i-1)} \cos(ip + 2s + q) .$$

Le développement de cette fonction en donne une de la forme

$$\frac{\gamma^2}{8}\left\{\begin{array}{l} \overset{(1)}{K} e^3 \cos(5p+2s+q) + \overset{(2)}{K} e^2 e' \cos(4p+2s+q') \\ + \overset{(3)}{K} e^2 e' \cos(6p+2s+2q-q') \end{array}\right\},$$

et on trouve aisément

$$\overset{(1)}{K} = -\frac{m'}{2}\left(2a\frac{d\overset{(4)}{B}}{da} + 55\,.\,\overset{(4)}{B}\right);$$

$$\overset{(2)}{K} = -\frac{m'}{2}\left(2a'\frac{d\overset{(3)}{B}}{da'} - 32\,.\,\overset{(3)}{B}\right);$$

$$\overset{(3)}{K} = -\frac{m'}{2}\left(-2a'\frac{d\overset{(5)}{B}}{da} - 24\,.\,\overset{(5)}{B}\right);$$

ou bien,

$$a'\overset{(1)}{K} = -\frac{m'}{2}\,.\,\alpha\left(57\,.\,b_{\frac{5}{2}}^{(4)} + 2\alpha\frac{db_{\frac{5}{2}}^{(4)}}{d\alpha}\right);$$

$$a'\overset{(2)}{K} = m'\,.\,\alpha\left(20\,.\,b_{\frac{5}{2}}^{(3)} + 2\alpha\frac{db_{\frac{5}{2}}^{(3)}}{d\alpha}\right);$$

$$a'\overset{(3)}{K} = -\frac{m'}{2}\,.\,\alpha\left(-20\,.\,b_{\frac{5}{2}}^{(5)} + 2\alpha\frac{db_{\frac{5}{2}}^{(5)}}{d\alpha}\right).$$

(28) Enfin le dernier terme

$$-\frac{\gamma^2}{4}\,.\,\frac{m'}{2}\,.\,\frac{4}{3}v_1^3\,\Sigma\overset{(i-1)}{B}\sin(ip+2s)$$

de la fonction (K), donnera le terme

$$\frac{m'}{2}\gamma^2 e^3\,.\,\frac{\alpha}{a'}b_{\frac{5}{2}}^{(4)}\cos(5p+2s+q)\,.$$

(29) En finissant ce paragraphe, je ferai observer que, d'après la fonction désignée par (K) dans la page 105, la fonction

$$\frac{\gamma^2}{4}m'\frac{\alpha}{a'}(\cos D - \cos p)\left\{1 - (1 - 2\alpha.\cos p + \alpha^2)^{-\frac{3}{2}}\right\}$$

peut être mise sous la forme

$$(K')\ldots\frac{\gamma^2}{8}\cdot\frac{m'}{2}\left\{\begin{array}{l}-2(1-\cos 2s)\frac{2\alpha}{a'}\cos p-2\cdot\frac{2\alpha}{a'}\sin p\cdot\sin 2s\\+\left\{1-(1-2\nu_1^2)\cos 2s+\left(\nu_1-\frac{2}{3}\nu_1^3\right)2\sin 2s\right\}\Sigma(\overset{(i-1)}{B}+\overset{(i+1)}{B})\cos ip\\+\left\{(1-2\nu_1^2)\sin 2s+\left(\nu_1-\frac{2}{3}\nu_1^3\right)2\cos 2s\right\}\Sigma(\overset{(i-1)}{B}-\overset{(i+1)}{B})\sin ip\end{array}\right\}$$

lorsqu'on néglige les termes multipliés par ν_1^4, ν_1^5 etc.

Il ne faut pas perdre de vue, qu'ici, on peut donner à i toutes les valeurs entières positives et négatives, y compris zéro; et que l'on a $s=nt+\varepsilon-\Pi$; $\qquad \overset{(i)}{B}=\frac{\alpha b_{\frac{3}{2}}^{(i)}}{a'}$.

Pour faciliter le développement ultérieur de la formule (K'), j'ajouterai, que l'on a

$$1-(1-2\nu_1^2)\cos 2s+\left(\nu_1-\frac{2}{3}\nu_1^3\right)\cdot 2\sin 2s=$$

$$1-(1-2e^2)\cos 2s+\left(2e-\frac{7}{4}e^3\right)\cos(2s-q)-\left(2e-\frac{27}{4}e^3\right)\cos(2s+q)$$

$$-\frac{3}{4}e^2\cos(2s-2q)-\frac{13}{4}e^2\cos(2s+2q)-\frac{1}{30}e^3\cos(2s-3q)-\frac{59}{12}e^3\cos(2s+3q);$$

$$(1-2\nu_1^2)\sin 2s+\left(\nu_1-\frac{2}{3}\nu_1^3\right)\cdot 2\cos 2s=$$

$$(1-2e^2)\sin 2s-\left(2e-\frac{7}{4}e^3\right)\sin(2s-q)+\left(2e-\frac{27}{4}e^3\right)\sin(2s+q)$$

$$+\frac{3}{4}e^2\sin(2s-2q)+\frac{13}{4}e^2\sin(2s+2q)+\frac{1}{30}e^3\sin(2s-3q)+\frac{59}{12}e^3\sin(2s+3q).$$

Il est presque superflu d'avertir qu'on pourra développer chacun des termes de la fonction (K'), à l'aide des formules qui déterminent les valeurs des fonctions désignées par P, Q, S.

§ VI.

Développement de la fonction

$$\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{16}\cdot m'\cdot\frac{a}{a'^2}\gamma^4\cdot(\cos p-\cos D)\\ -\frac{3}{16}\cdot m'aa'\gamma^4(\cos p-\cos D).(a^2-2aa'\cos p+a'^2)^{-\frac{3}{2}}\\ -\frac{3}{64}.m'a^2a'^2.\gamma^4\frac{\{2+\cos 2p+\cos 2D-2\cos 2(n't+\varepsilon'-\Pi)-2\cos 2(nt+\varepsilon-\Pi)\}}{(a^2-2aa'\cos p+a'^2)^{\frac{5}{2}}}\end{array}\right\}.$$

(30) Ici, comme dans les cas précédens, nous aurons égard aux termes qui peuvent renfermer l'argument $5n't-2nt$. En négligeant en conséquence la partie de cette fonction qui n'en peut donner aucun, elle se réduira à

$$\frac{3}{16}\cdot m'\gamma^4\cos D\cdot(a^2-2aa'\cos p+a'^2)^{-\frac{3}{2}}$$
$$-\frac{3}{64}\cdot m'\gamma^4\cdot a^2a'^2\{\cos 2D-2\cos s'-2\cos s\}(a^2-2aa'\cos p+a'^2)^{-\frac{5}{2}},$$

en posant

$$s'=n't+\varepsilon'-\Pi,\qquad s=nt+\varepsilon-\Pi.$$

Cette fonction se transforme aisément en

$$\frac{3}{16}\cdot\gamma^4\cdot\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s)-\frac{3}{64}\gamma^4\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-2)}{C}\cos(ip+4s),$$

pourvu que l'on ait soin d'omettre les termes inutiles, et que l'on fasse

$$\frac{a}{a'}=\alpha,\qquad \overset{(i)}{B}=\frac{\alpha}{a'}\,b^{(i)}_{\frac{3}{2}};\qquad \overset{(i)}{C}=\frac{\alpha^2}{a'}\,b^{(i)}_{\frac{5}{2}}.$$

Pour développer ces deux termes, commençons par donner à s l'accroissement v_1; en s'arrêtant à la première puissance de cette quantité, on aura

$$\frac{3}{16}\gamma^4\frac{m'}{2}\Sigma \overset{(i-1)}{B}\cos(ip+2s)-\frac{3}{64}\cdot\gamma^4\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-2)}{C}\cos(ip+4s)$$

$$-\frac{3}{8}\gamma^4\nu_1\frac{m'}{2}\Sigma \overset{(i-1)}{B}\sin(ip+2s)+\frac{3}{16}\gamma^4\nu_1\frac{m'}{2}\Sigma\overset{(i-2)}{C}\sin(ip+4s)\ .$$

Cette fonction étant développée suivant les premières puissances des excentricités, en donnera une de la forme

$$m'\gamma^4\left\{\begin{array}{l}\overset{(1)}{P}\cos(5p+2s+q)+\overset{(2)}{P}\cos(4p+2s+q')\\ +\overset{(3)}{P}\cos(5p+4s-q)+\overset{(4)}{P}\cos(6p+4s-q')\end{array}\right\}.$$

et l'on trouvera

$$\overset{(1)}{P}=-\frac{3}{32}\,e\left\{\frac{1}{2}\,a\,\frac{d\overset{(4)}{B}}{da}+3\overset{(4)}{B}\right\};\qquad \overset{(2)}{P}=-\frac{3}{8}\,e'\left\{\frac{1}{8}a'\frac{d\overset{(3)}{B}}{da'}-\overset{(3)}{B}\right\};$$

$$\overset{(3)}{P}=\frac{3}{128}\,e\left\{\frac{1}{2}\,a\,\frac{d\overset{(3)}{C}}{da}-\overset{(3)}{C}\right\};\qquad \overset{(4)}{P}=\frac{3}{64}\,e'\left\{\frac{1}{4}a'\frac{d\overset{(4)}{C}}{da'}+3\overset{(4)}{C}\right\};$$

ou bien

$$a'\overset{(1)}{P}=-\frac{3}{64}e\alpha\left(7\overset{(4)}{b}_{\frac{3}{2}}+\alpha\,\frac{d\overset{(4)}{b}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}\right);\qquad a'\overset{(2)}{P}=\frac{3}{64}\,e'\,\alpha\left(10\,.\,\overset{(3)}{b}_{\frac{3}{2}}+\alpha\,\frac{d\overset{(3)}{b}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}\right);$$

$$a'\overset{(3)}{P}=\frac{3}{256}\,e\alpha^2\,.\,\alpha\,\frac{d\overset{(3)}{b}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha};\qquad a'\overset{(4)}{P}=\frac{3}{256}\,e'\alpha^2\left(9\overset{(4)}{b}_{\frac{5}{2}}-\alpha\,\frac{d\overset{(4)}{b}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha}\right);$$

en vertu des équations $\overset{(i)}{B}=\frac{1}{a'}\,\alpha\overset{(i)}{b}_{\frac{3}{2}}$; $\qquad \overset{(i)}{C}=\frac{1}{a'}\,\alpha^2\overset{(i)}{b}_{\frac{5}{2}}$.

(31) En réunissant maintenant tous les termes du 5.^{e} ordre que nous avons trouvés depuis le N.° 10, on obtient la valeur suivante de $a'R$, savoir :

$$d'R =$$

$$\frac{m'a'}{768}\left\{\begin{array}{ll}
\overset{(0)}{N}.\,ee'^4\cos(\theta-4\varpi'+\varpi)\;\ldots\ldots\ldots\ldots & (\mathrm{I})\\
+\overset{(1)}{N}.\,e'e^4\cos(\theta-4\varpi+\varpi')\;\ldots\ldots\ldots\ldots & (\mathrm{II})\\
+(\overset{(2)}{N}.\,e'^5+\overset{(3)}{N}.\,e^2e'^3+\overset{(4)}{N}.\,e'^3\gamma^2)\cos(\theta-3\varpi')\;\ldots\ldots & (\mathrm{III})\\
+(\overset{(5)}{N}.\,e^5+\overset{(6)}{N}.\,e'^2e^3+\overset{(7)}{N}.\,e^3\gamma^2)\cos(\theta-3\varpi)\;\ldots\ldots & (\mathrm{IV})\\
+(\overset{(8)}{N}.\,ee'^4+\overset{(9)}{N}.\,e^3e'^2+\overset{(10)}{N}.\,ee'^2\gamma^2)\cos(\theta-2\varpi'-\varpi)\,. & (\mathrm{V})\\
+(\overset{(11)}{N}.\,e'e^4+\overset{(12)}{N}.\,e'^3e^2+\overset{(13)}{N}.\,e'e^2\gamma^2)\cos(\theta-2\varpi-\varpi')\,. & (\mathrm{VI})\\
+(\overset{(14)}{N}.\,e'^3\gamma^2+\overset{(15)}{N}.\,e'e^2\gamma^2)\cos(\theta-\varpi'-2\Pi)\;\ldots\ldots & (\mathrm{VII})\\
+(\overset{(16)}{N}.\,e^3\gamma^2+\overset{(17)}{N}.\,ee'^2\gamma^2)\cos(\theta-\varpi-2\Pi)\;\ldots\ldots & (\mathrm{VIII})\\
+\overset{(18)}{N}.\,ee'^2\gamma^2\cos(\theta-2\varpi'-\varpi-2\Pi)\;\ldots\ldots\ldots & (\mathrm{IX})\\
+\overset{(19)}{N}.\,e'e^2\gamma^2\cos(\theta-2\varpi+\varpi'-2\Pi)\;\ldots\ldots\ldots & (\mathrm{X})\\
+\overset{(20)}{N}.\,e'\gamma^4\cos(\theta-\varpi'-2\Pi)\;\ldots\ldots\ldots\ldots & (\mathrm{XI})\\
+\overset{(21)}{N}.\,e\gamma^4\cos(\theta-\varpi-2\Pi)\;\ldots\ldots\ldots\ldots & (\mathrm{XII})
\end{array}\right\};$$

où l'on a fait $\theta=5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon$, et

$$(*)\,a'\overset{(0)}{N}=5^5.\,\alpha-3138\,\overset{(1)}{b}_{\frac{1}{2}}+13\,\overset{\cdot}{\alpha}_1+1556\,\overset{\cdot 2}{\alpha}_1+438\,\overset{\cdot 3}{\alpha}_1+38\,\overset{\cdot 4}{\alpha}_1+\overset{\cdot 5}{\alpha}_1\,;$$

$$a'\overset{(1)}{N}=41448\,\overset{(6)}{b}_{\frac{1}{2}}+18392\,\overset{\cdot}{\alpha}_6+1780\,\overset{\cdot 2}{\alpha}_6-156\,\overset{\cdot 3}{\alpha}_6-29\,\overset{\cdot 4}{\alpha}_6-\overset{\cdot 5}{\alpha}_6\,;$$

$$a'\overset{(2)}{N}=20267\,\overset{(2)}{b}_{\frac{1}{2}}+7223\,\overset{\cdot}{\alpha}_2-1094\,\overset{\cdot 2}{\alpha}_2-482\,\overset{\cdot 3}{\alpha}_2-41\,\overset{\cdot 4}{\alpha}_2-\overset{\cdot 5}{\alpha}_2\,;$$

(*) Pour simplifier l'écriture de ces coefficiens, je suppose, que les signes $\overset{\cdot n}{\alpha}_k$, $\overset{\cdot\cdot n}{\alpha}_k$ représentent, respectivement, les quantités $\alpha^n\dfrac{d^n\overset{(k)}{b}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^n}$, $\alpha^n\dfrac{d^n\overset{(k)}{b}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^n}$.

$$a'\overset{(3)}{N} = 24896\, b_{\frac{1}{2}}^{(2)} + 8144\, \dot{\alpha}_2 - 3692\, \dot{\alpha}_2^2 - 1436\, \dot{\alpha}_2^3 - 140\, \dot{\alpha}_2^4 - 4\dot{\alpha}_2^5\,;$$

$$a'\overset{(4)}{N} = \alpha\left\{1180\left(b_{\frac{3}{2}}^{(1)} + b_{\frac{3}{2}}^{(3)}\right) + 510\left(\ddot{\alpha}_1 + \ddot{\alpha}_3\right) + 60\left(\ddot{\alpha}_1^2 + \ddot{\alpha}_3^2\right) + 2\left(\ddot{\alpha}_1^3 + \ddot{\alpha}_3^3\right)\right\};$$

$$a'\overset{(5)}{N} = -11840\, b_{\frac{1}{2}}^{(5)} - 6560\, \dot{\alpha}_5 - 592\, \dot{\alpha}_5^2 + 152\, \dot{\alpha}_5^3 + 26\, \dot{\alpha}_5^4 + \dot{\alpha}_5^5\,;$$

$$a'\overset{(6)}{N} = -152000\, b_{\frac{1}{2}}^{(5)} - 65168\, \dot{\alpha}_5 - 4720\, \dot{\alpha}_5^2 + 920\, \dot{\alpha}_5^3 + 128\, \dot{\alpha}_5^4 + 4\dot{\alpha}_5^5\,;$$

$$a'\overset{(7)}{N} = -\alpha\left\{1108\left(b_{\frac{3}{2}}^{(4)} + b_{\frac{3}{2}}^{(6)}\right) + 444\left(\ddot{\alpha}_4 + \ddot{\alpha}_6\right) + 54\left(\ddot{\alpha}_4^2 + \ddot{\alpha}_6^2\right) + 2\left(\ddot{\alpha}_4^3 + \ddot{\alpha}_6^3\right)\right\};$$

$$a'\overset{(8)}{N} = -109392\, b_{\frac{1}{2}}^{(3)} - 42368\, \dot{\alpha}_3 + 1064\, \dot{\alpha}_3^2 + 1572\, \dot{\alpha}_3^3 + 152\, \dot{\alpha}_3^4 + 4\dot{\alpha}_3^5\,;$$

$$a'\overset{(9)}{N} = -53064\, b_{\frac{1}{2}}^{(3)} - 23436\, \dot{\alpha}_3 + 2088\, \dot{\alpha}_3^2 + 1710\, \dot{\alpha}_3^3 + 192\, \dot{\alpha}_3^4 + 6\dot{\alpha}_3^5\,;$$

$$a'\overset{(10)}{N} = -\alpha\left\{3570\left(b_{\frac{3}{2}}^{(2)} + b_{\frac{3}{2}}^{(4)}\right) + 1470\left(\ddot{\alpha}_2 + \ddot{\alpha}_4\right) + 174\left(\ddot{\alpha}_2^2 + \ddot{\alpha}_4^2\right) + 6\left(\ddot{\alpha}_2^3 + \ddot{\alpha}_4^3\right)\right\};$$

$$a'\overset{(11)}{N} = 42912\, b_{\frac{1}{2}}^{(4)} + 21728\, \dot{\alpha}_4 + 640\, \dot{\alpha}_4^2 - 864\, \dot{\alpha}_4^3 - 116\, \dot{\alpha}_4^4 - 4\dot{\alpha}_4^5\,;$$

$$a'\overset{(12)}{N} = 199848\, b_{\frac{1}{2}}^{(4)} + 82032\, \dot{\alpha}_4 + 2970\, \dot{\alpha}_4^2 - 1854\, \dot{\alpha}_4^3 - 210\, \dot{\alpha}_4^4 - 6\dot{\alpha}_4^5\,;$$

$$a'\overset{(13)}{N} = \alpha\left\{3480\left(b_{\frac{3}{2}}^{(3)} + b_{\frac{3}{2}}^{(5)}\right) + 1404\left(\ddot{\alpha}_3 + \ddot{\alpha}_5\right) + 168\left(\ddot{\alpha}_3^2 + \ddot{\alpha}_5^2\right) + 6\left(\ddot{\alpha}_3^3 + \ddot{\alpha}_5^3\right)\right\};$$

$$a'\overset{(14)}{N} = \alpha\left\{4860\, b_{\frac{3}{2}}^{(3)} + 138\, \ddot{\alpha}_3 - 108\, \ddot{\alpha}_3^2 - 6\ddot{\alpha}_3^3\right\};$$

$$a'\overset{(15)}{N} = \alpha\left\{1680\, b_{\frac{3}{2}}^{(3)} - 360\, \ddot{\alpha}_3 - 192\, \ddot{\alpha}_3^2 - 12\, \ddot{\alpha}_3^3\right\};$$

$$a'\overset{(16)}{N} = -\alpha\left\{5580\, b_{\frac{3}{2}}^{(4)} - 84\, \ddot{\alpha}_4 - 114\, \ddot{\alpha}_4^2 - 6\ddot{\alpha}_4^3\right\};$$

$$a'\overset{(17)}{N} = -\alpha\left\{12744\, b_{\frac{3}{2}}^{(4)} + 504\, \ddot{\alpha}_4 - 204\, \ddot{\alpha}_4^2 - 12\, \ddot{\alpha}_4^3\right\};$$

$$a'\overset{(18)}{N} = \alpha\left\{-510\, b_{\frac{3}{2}}^{(2)} + 510\, \ddot{\alpha}_2 + 126\, \ddot{\alpha}_2^2 + 6\ddot{\alpha}_2^3\right\};$$

$$a'\overset{(19)}{N} = -\alpha \left\{ 12936\, b^{(5)}_{\frac{3}{2}} - 516\, \ddot{\alpha}_5 + 48\, \ddot{\alpha}_5^{2} + 6\, \ddot{\alpha}_5^{3} \right\};$$

$$a'\overset{(20)}{N} = \alpha \left\{ 360\, b^{(3)}_{\frac{5}{2}} + 36\, \ddot{\alpha} \right\} + \alpha^2 \left\{ 81\, b^{(4)}_{\frac{5}{2}} - 9\alpha \frac{db^{(4)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha} \right\};$$

$$a'\overset{(21)}{N} = -\alpha \left\{ 252\, b^{(4)}_{\frac{5}{2}} + 36\, \ddot{\alpha} \right\} + 9\alpha^2 . \alpha \frac{db^{(3)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha}.$$

Maintenant, si l'on met chaque terme de cette expression de $a'R$ sous la forme

$$\frac{m'}{768} \left\{ P \sin\theta + P' \cos\theta \right\};$$

on aura dans la perturbation ζ du moyen mouvement de *Jupiter* autant de termes correspondans, exprimés par $F(P.\cos\theta - P'.\sin\theta)$, dans lesquels, le facteur

$$F = \frac{6\, an^2 . m'}{768(5n' - 2n)^2 . \sin 1''}$$

est commun à tous les termes.

§ VII.

Calcul numérique de la perturbation du cinquième ordre qui affecte les moyens mouvemens de Jupiter *et* Saturne.

(32) Pour réduire en nombres les formules précédentes, nous prendrons

$$\text{Log. } e = 8{,}6819347; \quad \text{Log. } e' = 8{,}7499264; \quad \text{Log. } \gamma = 8{,}3417429;$$

$$\varpi = 10^\circ.\ 21'.\ 4''; \quad \varpi' = 88^\circ.\ 9'.\ 7''; \quad \Pi = 125^\circ\ 44'.\ 34'';$$

$$\text{Log. } F = 3{,}1422289;$$

où l'on a fait $m' =$ masse de *Saturne* $= \frac{1}{3512}$;

Cela posé, on obtient les logarithmes suivans :

	sin	cos
$\text{Log.} F . ee'^4 \sin(4\varpi'-\varpi)$	$=6,3078245(-)$	$\text{Log.} F . ee'^4 \cos = 6,8027021(+)$
$F . e'^5 \sin 3\varpi'$	$=6,8898243(-)$	$5,8769183(-)$
$F . e^2 e'^3 \sin 3\varpi'$	$=6,7538409(-)$	$5,7409349(-)$
$F . e'^3 \gamma^2 \sin 3\varpi'$	$=6,0734573(-)$	$5,0605513(-)$
$F . ee'^4 \sin(2\varpi'+\varpi)$	$=5,8879178(-)$	$6,8209330(-)$
$F . e'^2 e^3 \sin(2\varpi'+\varpi)$	$=5,7519344(-)$	$6,6849496(-)$
$F . ee'^2 \gamma^2 \sin(2\varpi'+\varpi)$	$=5,0715508(-)$	$6,0045660(-)$
$F . e'e^4 \sin(2\varpi+\varpi')$	$=6,5959432(+)$	$6,1293124(-)$
$F . e'^3 e^2 \sin(2\varpi+\varpi')$	$=6,7319266(+)$	$6,2652958(-)$
$F . e'e^2 \gamma^2 \sin(2\varpi+\varpi')$	$=5,9155596(+)$	$5,4489288(-)$
$F . e^5 \sin 3\varpi$	$=6,2644068(+)$	$6,4847274(+)$
$F . e'^2 e^3 \sin 3\varpi$	$=6,4003902(+)$	$6,6207108(+)$
$F . e^3 \gamma^2 \sin 3\varpi$	$=5,5840232(+)$	$5,8043438(+)$
$F . e'e^4 \sin(4\varpi-\varpi')$	$=6,4822328(-)$	$6,4557164(+)$
$F . e'e^2 \gamma^2 \sin(2\varpi-\varpi'+2\Pi)$	$=4,7869618(-)$	$5,9384322(-)$
$F . ee'^2 \gamma^2 \sin(2\varpi'-\varpi+2\Pi)$	$=5,9332346(+)$	$5,7384483(+)$
$F . e'e^2 \gamma^2 \sin(\varpi'+2\Pi)$	$=5,4810384(-)$	$5,9114863(+)$
$F . e'^3 \gamma^2 \sin(\varpi'+2\Pi)$	$=5,6170218(-)$	$6,0474697(+)$
$F . e^3 \gamma^2 \sin(\varpi+2\Pi)$	$=5,8670958(-)$	$5,0237923(-)$
$F . ee'^2 \gamma^2 \sin(\varpi+2\Pi)$	$=6,0030792(-)$	$5,1597757(-)$
$F . e'\gamma^4 \sin(\varpi'+2\Pi)$	$=4,8006548(-)$	$5,2311027(+)$
$F . e\gamma^4 \sin(\varpi+2\Pi)$	$=5,1867112(-)$	$4,3434087(-)$

Les valeurs numériques posées dans les pages 81, 82, 85 du 3.e Vol. de la M.e C.e fournissent les logarithmes suivans :

$\text{Log.}\ b^{(1)}_{\frac{1}{2}} = 9{,}7928402\,;$

$\alpha_1 = 9{,}9078355\,;$

$\dot{\alpha}_1^{2} = 9{,}8803134\,;$

$\dot{\alpha}_1^{3} = 0{,}3198234\,;$

$\dot{\alpha}_1^{4} = 0{,}8706086\,;$

$\dot{\alpha}_1^{5} = 1{,}5602820\,.$

$\text{Log.}\ b^{(2)}_{\frac{1}{2}} = 9{,}4110097\,;$

$\alpha_2 = 9{,}7800746\,;$

$\dot{\alpha}_2^{2} = 0{,}0199726\,;$

$\dot{\alpha}_2^{3} = 0{,}3182440\,;$

$\dot{\alpha}_2^{4} = 0{,}8876249\,;$

$\dot{\alpha}_2^{5} = 1{,}5651120\,.$

$\text{Log.}\ b^{(3)}_{\frac{1}{2}} = 9{,}0717900\,;$

$\alpha_3 = 9{,}5979148\,;$

$\dot{\alpha}_3^{2} = 0{,}0215186\,;$

$\dot{\alpha}_3^{3} = 0{,}3990119\,;$

$\dot{\alpha}_3^{4} = 0{,}9001709\,;$

$\dot{\alpha}_3^{5} = 1{,}5786049\,.$

$\text{Log.}\ b^{(4)}_{\frac{1}{2}} = 8{,}7524495\,;$

$\alpha_4 = 9{,}3930207\,;$

$\dot{\alpha}_4^{2} = 9{,}9497892\,;$

$\dot{\alpha}_4^{3} = 0{,}4418798\,;$

$\dot{\alpha}_4^{4} = 0{,}9525537\,;$

$\dot{\alpha}_4^{5} = 1{,}5966258\,.$

$\text{Log.}\ b^{(5)}_{\frac{1}{2}} = 8{,}4446068\,;$

$\alpha_5 = 9{,}1755349\,;$

$\dot{\alpha}_5^{2} = 9{,}8354847\,;$

$\dot{\alpha}_5^{3} = 0{,}4315039\,;$

$\dot{\alpha}_5^{4} = 1{,}0016458\,;$

$\dot{\alpha}_5^{5} = 1{,}6299468\,.$

$\text{Log.}\ b^{(6)}_{\frac{1}{2}} = 8{,}1440914\,;$

$\alpha_6 = 8{,}9501831\,;$

$\dot{\alpha}_6^{2} = 9{,}6946049\,;$

$\dot{\alpha}_6^{3} = 0{,}3848436\,;$

$\dot{\alpha}_6^{4} = 1{,}0209015\,;$

$\dot{\alpha}_6^{5} = 1{,}6433847\,.$

$$\text{Log}.\ \alpha\left(b^{(1)}_{\frac{3}{2}}+b^{(3)}_{\frac{3}{2}}\right)=0,3880402\ ;\qquad \text{Log}.\ \alpha\left(b^{(2)}_{\frac{3}{2}}+b^{(4)}_{\frac{3}{2}}\right)=0,4939573\ ;$$

$$\alpha\left(\ddot{\alpha}_1+\ddot{\alpha}_3\right)=0,8855620\ ;\qquad \alpha\left(\ddot{\alpha}_2+\ddot{\alpha}_4\right)=0,8000086\ ;$$

$$\alpha\left(\ddot{\alpha}_1^2+\ddot{\alpha}_3^2\right)=1,4695874\ ;\qquad \alpha\left(\ddot{\alpha}_2^2+\ddot{\alpha}_4^2\right)=1,4359639\ ;$$

$$\alpha\left(\ddot{\alpha}_1^3+\ddot{\alpha}_3^3\right)=2,1549696\ .\qquad \alpha\left(\ddot{\alpha}_2^3+\ddot{\alpha}_4^3\right)=2,1371480\ .$$

$$\text{Log}.\ \alpha\left(b^{(3)}_{\frac{3}{2}}+b^{(5)}_{\frac{3}{2}}\right)=9,9825862\ ;\qquad \text{Log}.\ \alpha\left(b^{(4)}_{\frac{3}{2}}+b^{(6)}_{\frac{3}{2}}\right)=9,7610167\ ;$$

$$\alpha\left(\ddot{\alpha}_3+\ddot{\alpha}_5\right)=0,6792875\ ;\qquad \alpha\left(\ddot{\alpha}_4+\ddot{\alpha}_6\right)=0,5344835\ ;$$

$$\alpha\left(\ddot{\alpha}_3^2+\ddot{\alpha}_5^2\right)=1,3802196\ ;\qquad \alpha\left(\ddot{\alpha}_4^2+\ddot{\alpha}_6^2\right)=1,2983074\ ;$$

$$\alpha\left(\ddot{\alpha}_3^3+\ddot{\alpha}_5^3\right)=2,1085568\ .\qquad \alpha\left(\ddot{\alpha}_4^3+\ddot{\alpha}_6^3\right)=2,0657174\ .$$

$$\text{Log}.\ \alpha.\ b^{(2)}_{\frac{3}{2}}=0,0551572\ ;\qquad \text{Log}.\ \alpha.\ b^{(3)}_{\frac{3}{2}}=9,8491444\ ;$$

$$\alpha.\ \ddot{\alpha}_2=0,6009216\ ;\qquad \alpha.\ \ddot{\alpha}_3=0,4985475\ ;$$

$$\alpha.\ \ddot{\alpha}_2^2=1,1793303\ ;\qquad \alpha.\ \ddot{\alpha}_3^2=1,1489784\ ;$$

$$\alpha.\ \ddot{\alpha}_2^3=1,8551383\ .\qquad \alpha.\ \ddot{\alpha}_3^3=1,8417906\ .$$

$$\text{Log}.\ \alpha.\ b^{(4)}_{\frac{3}{2}}=9,6310119\ ;\qquad \text{Log}.\ \alpha.\ b^{(5)}_{\frac{3}{2}}=9,4050793\ ;$$

$$\alpha.\ \ddot{\alpha}_4=0,3655181\ ;\qquad \alpha.\ \ddot{\alpha}_5=0,2113177\ ;$$

$$\alpha.\ \ddot{\alpha}_4^2=1,0854786\ ;\qquad \alpha.\ \ddot{\alpha}_5^2=0,9959997\ ;$$

$$\alpha.\ \ddot{\alpha}_4^3=1,8162272\ .\qquad \alpha.\ \ddot{\alpha}_5^3=1,7703375\ .$$

Les équations

$$(1-\alpha^2)^2 b^{(3)}_{\frac{5}{2}} = \frac{14}{3}\,.\,\alpha b^{(2)}_{\frac{3}{2}} - (1+\alpha^2) b^{(3)}_{\frac{3}{2}}\ ;$$

$$(1-\alpha^2)^2 b^{(4)}_{\frac{5}{2}} = 6\,.\,\alpha b^{(3)}_{\frac{3}{2}} - \frac{5}{3}(1+\alpha^2) b^{(4)}_{\frac{5}{2}}\ ;$$

$$(1-\alpha^2)^2 b^{(5)}_{\frac{5}{2}} = \frac{22}{3}\,.\,\alpha b^{(4)}_{\frac{5}{2}} - \frac{7}{3}(1+\alpha^2) b^{(5)}_{\frac{5}{2}}\ ;$$

$$(1-\alpha^2)\alpha^3 \frac{db^{(4)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha} = (4+9\alpha^2)\alpha^2 b^{(4)}_{\frac{5}{2}} - 5\,.\,\alpha^3 b^{(5)}_{\frac{5}{2}}\ ;$$

$$(1-\alpha^2)\alpha^3 \frac{db^{(3)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha} = (3+8\alpha^2)\alpha^2 b^{(3)}_{\frac{5}{2}} - 3\,.\,\alpha^3 b^{(4)}_{\frac{5}{2}}\ ;$$

donnent

$$\text{Log. } \alpha b^{(3)}_{\frac{5}{2}} = 0{,}6016243\ ;\quad \text{Log. } \alpha b^{(4)}_{\frac{5}{2}} = 0{,}5636501\ ;\quad \text{Log. } \alpha b^{(5)}_{\frac{5}{2}} = 0{,}3196084\ ;$$

$$\text{Log. } \alpha^3 \frac{db^{(3)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha} = 1{,}0803772\ ;\quad \text{Log. } \alpha^3 \frac{db^{(4)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha} = 1{,}1630009.$$

D'après cela il est facile de trouver les résultats que voici :

$$5^5.\ \alpha = 1704{,}12\ ;$$

		Log.			Log.
$d'N^{(0)}=$	2181,75	3,3388050 ;	$d'N^{(11)}=$	4779,71	3,6794015 ;
$d'N^{(1)}=$	2371,84	3,3750854 ;	$d'N^{(12)}=$	26976,47	4,4309852 ;
$d'N^{(2)}=$	7072,84	3,8495940 ;	$d'N^{(13)}=$	14854,63	4,1718618 ;
$d'N^{(3)}=$	3240,60	3,5106254 ;	$d'N^{(14)}=$	1930,07	3,2855725 ;
$d'N^{(4)}=$	8856,86	3,9472797 ;	$d'N^{(15)}=$	− 3489,94	3,5428180 (—) ;
$d'N^{(5)}=$	− 1003,47	3,0015044 (—) ;	$d'N^{(16)}=$	− 410,02	2,6128050 (—) ;
$d'N^{(6)}=$	− 13285,15	4,1233665 (—) ;	$d'N^{(17)}=$	− 3348,66	3,5248711 (—) ;
$d'N^{(7)}=$	− 3465,15	3,5397221 (—) ;	$d'N^{(18)}=$	3789,58	3,5785911 ;
$d'N^{(8)}=$	− 23274, 5	4,3668807 (—) ;	$d'N^{(19)}=$	− 3277,38	3,5155268 (—) ;
$d'N^{(9)}=$	− 7312,86	3,8640873 (—) ;	$d'N^{(20)}=$	398,56	2,6004937 ;
$d'N^{(10)}=$	− 20425,99	4,3101833 (—) ;	$d'N^{(21)}=$	− 82,98	1,9189734 (—).

Donc les différens termes de l'expression de $a'R$, posée dans la page 120, introduiront dans celle de ζ les parties suivantes, savoir :

(I)	$-1'',385 \cdot \sin\theta - 0'',443 \cdot \cos\theta$;
(II)	$-0'',677 \cdot \sin\theta - 0'',720 \cdot \cos\theta$;
(III)	$(0'',533+0'',178+0'',102=0'',813)\sin\theta-(5'',489+1'',838+1'',049=8'',376)\cos\theta$;
(IV)	$(0'',306+5'',547+0'',221=6'',074)\sin\theta-(0'',184+3'',340+0'',133)=3'',657)\cos\theta$;
(V)	$-(15'',410+3'',540+2'',064=21'',014)\sin\theta+(1'',798+0'',413+0'',241=2'',452)\cos\theta$;
(VI)	$(0'',644+4'',969+0'',418=6'',031)\sin\theta+(1'',885+14'',552+1'',223=17'',660)\cos\theta$;
(VII)	$-(0'',215-0'',284=-0'',069)\sin\theta+(-0'',080+0'',105=0'',025)\cos\theta$;
(VIII)	$-(0'',004+0'',048=0'',052)\sin\theta+(0'',030+0'',337=0'',367)\cos\theta$;
(IX)	$-0'',207 \cdot \sin\theta + 0'',325 \cdot \cos\theta$;
(X)	$-0'',284 \cdot \sin\theta + 0'',020 \cdot \cos\theta$;
(XI)	$-0'',007 \cdot \sin\theta - 0'',002 \cdot \cos\theta$;
(XII)	$-0'',000 \cdot \sin\theta + 0'',001 \cdot \cos\theta$;

La réunion de ces parties donne

$$\zeta = -10'',639 \cdot \sin\theta + 7'',552 \cdot \cos\theta$$

pour la perturbation du moyen mouvement de *Jupiter* due à l'action de *Saturne*.

En multipliant cette valeur de ζ par $-\frac{m}{m'}\sqrt{\alpha}$, il viendra

$$\zeta' = +25'',787 \cdot \sin\theta - 18'',305 \cdot \cos\theta \quad (*)$$

pour la perturbation réciproque du moyen mouvement de *Saturne*.

(*) A la rigueur, il faudrait ici avoir égard au changement qui a lieu dans la valeur de $a'N^{(0)}$, lorsqu'on considère l'action de m sur m'. Mais, la remarque faite à ce sujet dans la page 78 rend ce changement nul, en observant que, en général $n^2\alpha^3 = n'^2$, et que dans ce cas particulier on peut faire, sans erreur sensible, $\frac{n'}{n} = \frac{2}{5}$: de sorte que, on a

$$\frac{500}{768} \cdot \frac{1}{\alpha^2} = \alpha \cdot \frac{500}{768}\left(\frac{n}{n'}\right)^2 = \alpha \cdot \frac{500}{768} \cdot \frac{25}{4} = \alpha \cdot \frac{5^5}{768} \cdot$$

(33) Feu *Burckhardt* est, comme je l'ai déjà dit au commencement de ce Mémoire, l'auteur des résultats publiés en 1802 dans les pages 27 et 28 du 3.e Vol.e de la M.e C.e Plusieurs années après, vers 1810, le même Astronome a publié dans le Tome 9 des Mémoires de l'Institut de France un système de formules générales qui naissent du développement de la même fonction R. En faisant $i=5$ dans les formules posées dans les pages 59, 60, 61 de la seconde partie de ce Volume, je m'attendais à trouver *Burckhardt* d'accord avec lui-même. Mais, le résultat qui convient à cette valeur particulière de i est presque tout-à-fait différent de celui que le même auteur avait communiqué à *Laplace* pour être inséré dans son Ouvrage. Je ne puis concevoir la cause du silence complet que *Burckhardt* a gardé sur ce point; persuadé qu'il avait lui-même remarqué cette discordance frappante. Si *Burckhardt* avait publié ses calculs intermédiaires, on verrait le point où commence la divergence, et on saurait les causes qui ont exigé un changement dans les résultats publiés antérieurement. C'est pour suppléer à cette lacune laissée par *Burckhardt;* c'est afin de faciliter une vérification réclamée plutôt par la dignité de la science, que par la petite correction sur le résultat numérique définitif, que j'ai pris le parti de publier le détail de l'analyse par laquelle j'ai trouvé les termes du développement de la fonction $a'R$, que j'ai donnés réunis vers la fin du paragraphe précédent.

Le résultat qu'on vient de trouver a été calculé sans avoir égard à la petite variation séculaire des élémens: mais si l'on voulait en tenir compte, il faudrait employer la formule suivante.

Soit $\frac{a'm'M^{(i)}}{768}\cos(\theta-\beta)$ un terme quelconque de $a'R$ et $\zeta^{(i)}$ le terme correspondant qu'il introduit dans l'expression de ζ: on a d'abord

$$\zeta^{(i)}=\frac{6m'\alpha n^2}{768}\iint M^{(i)}\sin(\theta-\beta).dt^2;$$

et de là on tire, en intégrant par parties,

$$\zeta^{(i)}=F\cos\theta\left\{M^{(i)}\sin\beta-\frac{2d.M^{(i)}\cos\beta}{(5n'-2n)dt}-\frac{3d^2.M^{(i)}\sin\beta}{(5n'-2n)^2dt^2}+\frac{4d^3.M^{(i)}\cos\beta}{(5n'-2n)^3dt^3}-\text{etc.}\right\}$$

$$-F\sin\theta\left\{M^{(i)}\cos\beta+\frac{2d.M^{(i)}\sin\beta}{(5n'-2n)dt}-\frac{3d^2.M^{(i)}\cos\beta}{(5n'-2n)^2dt^2}-\frac{4d^3.M^{(i)}\sin\beta}{(5n'-2n)^3dt^3}+\text{etc.}\right\}.$$

Actuellement, si l'on néglige les termes multipliés par $\frac{d^2M^{(i)}}{dt^2}$, ou par $\frac{d^2\beta}{dt^2}$, cette expression de $\zeta^{(i)}$ se réduit à celle-ci:

$$\zeta^{(i)} = F\cos\theta \left\{ \frac{M^{(i)}\sin\beta}{\left\{1-\frac{d\beta}{(5n'-2n)dt}\right\}^2} - \frac{2\cos\beta}{(5n'-2n)}\cdot\frac{dM^{(i)}}{dt} - \frac{6\cos\beta}{(5n'-2n)^2}\cdot\frac{d\beta}{dt}\cdot\frac{dM^{(i)}}{dt} \right\}$$

$$- F\sin\theta \left\{ \frac{M^{(i)}\cos\beta}{\left\{1-\frac{d\beta}{(5n'-2n)dt}\right\}^2} + \frac{2\sin\beta}{(5n'-2n)}\cdot\frac{dM^{(i)}}{dt} + \frac{6\sin\beta}{(5n'-2n)^2}\cdot\frac{d\beta}{dt}\cdot\frac{dM^{(i)}}{dt} \right\}.$$

La petitesse des termes multipliés par γ^2 permet aussi de négliger la partie produite par la variation de γ; ce qui donne pour $\frac{dM^{(i)}}{dt}$ une expression de la forme

$$\frac{dM^{(i)}}{dt} = M^{(i)} \left\{ K^{(i)}\frac{de}{edt} + K'^{(i)}\frac{de'}{e'dt} \right\},$$

$K^{(i)}$ et $K'^{(i)}$ désignant des nombres entiers.

On peut supprimer, sans erreur sensible, les termes multipliés par $\frac{d\beta}{dt}\cdot\frac{dM^{(i)}}{dt}$; et même tous ceux multipliés par $\frac{dM^{(i)}}{dt}$, qui seraient donnés par le 7.e, 8.e ... et 12.e terme de la valeur de $a'R$.

Alors, en nommant $\beta^{(0)}$, $\beta^{(1)}$, $\beta^{(2)}$, $\beta^{(3)}$, $\beta^{(4)}$, $\beta^{(5)}$ les valeurs de β qui répondent, respectivement, aux six premiers termes de $a'R$, on aura, en faisant la somme des valeurs de $\zeta^{(i)}$;

$$\begin{aligned}\zeta = {} & \Sigma\{F\cos\theta\,.\,M^{(i)}\sin\beta - F\sin\theta\,.\,M^{(i)}\cos\beta\} \\ & + \Sigma\{F\cos\theta\,.\,M^{(i)}\sin\beta - F\sin\theta\,.\,M^{(i)}\cos\beta\}B^{(i)} \\ & + (U\cos\theta + V\sin\theta)\frac{2de}{e(5n'-2n)dt} + (U'\cos\theta + V'\sin\theta)\frac{2de'}{e'(5n'-2n)dt};\end{aligned}$$

où l'on fait, pour plus de simplicité:

$$B^{(i)} = \frac{1}{\left\{1-\frac{d\beta}{(5n'-2n)dt}\right\}^2} - 1;$$

$$U = -F\left\{\begin{array}{l} \overset{(0)}{N}.ee'^4\cos\overset{(0)}{\beta} + 4\overset{(1)}{N}.e'e^4\cos\overset{(1)}{\beta} + 2\overset{(3)}{N}.e^2e'^3\cos\overset{(2)}{\beta} \\ +(5\overset{(5)}{N}.e^5 + 3\overset{(6)}{N}.e^3e'^2 + 3\overset{(7)}{N}.e^3\gamma^2)\cos\overset{(3)}{\beta} \\ +(\overset{(8)}{N}.ee'^4 + 3\overset{(9)}{N}.e^3e'^2 + \overset{(10)}{N}.ee'^2\gamma^2)\cos\overset{(4)}{\beta} \\ +(4\overset{(11)}{N}.e'e^4 + 2\overset{(12)}{N}.e^2e'^3 + 2\overset{(13)}{N}.e'e^2\gamma^2)\cos\overset{[5]}{\beta} \end{array}\right\};$$

$$U' = -F\left\{\begin{array}{l} 4\overset{(0)}{N}.ee'^4\cos\overset{(0)}{\beta} + \overset{(1)}{N}.e'e^4\cos\overset{(1)}{\beta} \\ +(5\overset{(2)}{N}.e'^5 + 3\overset{(3)}{N}.e^2e'^3 + 3\overset{(4)}{N}.e'^3\gamma^2)\cos\overset{(2)}{\beta} + 2\overset{(6)}{N}.e'^2e^3\cos\overset{(3)}{\beta} \\ +(4\overset{(8)}{N}.ee'^4 + 2\overset{(9)}{N}.e^3e'^2 + 2\overset{(10)}{N}.ee'^2\gamma^2)\cos\overset{(4)}{\beta} \\ +(\overset{(11)}{N}.e'e^4 + 3\overset{(12)}{N}.e^2e'^3 + \overset{(13)}{N}.e'e^2\gamma^2)\cos\overset{(5)}{\beta} \end{array}\right\}.$$

$V =$ ce que devient U en y changeant les cosinus en sinus.

$V' =$ ce que devient U' en y changeant les cosinus en sinus.

D'après les résultats numériques trouvés dans la page 127, nous avons:

$$U = (0'',356 + 1'',530 + 16'',641 + 0'',663 + 2'',576 + 9'',938 + 0'',836)$$
$$-(1'',385 + 2'',708 + 15'',410 + 10'',620 + 2'',064) = +0'',363;$$
$$U' = (2'',665 + 0'',534 + 0'',306 + 11'',094 + 0'',644 + 14'',907 + 0'',418)$$
$$-(5'',540 + 0'',677 + 61'',640 + 7'',080 + 4'',128) = -48'',497;$$
$$V = (0'',443 + 2'',880 + 3'',676 + 0'',920 + 10'',020 + 0'',399)$$
$$-(1'',798 + 1'',239 + 0'',241 + 7'',540 + 29'',104 + 2'',446) = -24'',030;$$
$$V' = (1'',772 + 0'',720 + 27'',445 + 5'',514 + 3'',147 + 6'',680);$$
$$-(7'',192 + 0'',826 + 0'',482 + 1'',885 + 43'',656 + 1'',223) = -9'',996.$$

Maintenant, si l'on prend $5n' - 2n = 4528,287$, et

$$\frac{de}{dt} = 1,016936; \qquad \frac{de'}{dt} = -1,984469;$$

$$\frac{d\varpi}{dt} = 21,459284; \qquad \frac{d\varpi'}{dt} = 59,739038;$$

(V. pages 64 et 125 du 3.^{e} Volume de la M.^{e} C.^{e})

on aura :

$$\text{Log.}\frac{2de}{(5n'-2n)dt}=7{,}9704549\,;\quad \text{Log.}\frac{2de'}{(5n'-2n)dt}=8{,}1928142(-)\,;$$

d'où l'on tire :

$$(U\cos\theta+V\sin\theta)\frac{2de}{(5n'-2n)dt}=+0'',0034\,.\cos\theta-0'',2245\,.\sin\theta\,;$$

$$(U'\cos\theta+V'\sin\theta)\frac{2de'}{(5n'-2n)dt}=+0'',7560\,.\cos\theta+0'',1554\,.\sin\theta\,.$$

Pour calculer la partie de ζ dépendante des angles β, je remarque que, d'après les valeurs précédentes de $\frac{d\varpi}{dt}$, $\frac{d\varpi'}{dt}$, on a ;

$$\frac{d\beta^{(0)}}{dt}=217{,}4969\,;\quad \frac{d\beta^{(1)}}{dt}=26{,}0981\,;\quad \frac{d\beta^{(2)}}{dt}=179{,}2171\,;$$

$$\frac{d\beta^{(3)}}{dt}=64{,}3778\,;\quad \frac{d\beta^{(4)}}{dt}=140{,}9373\,;\quad \frac{d\beta^{(5)}}{dt}=102{,}6576\,;$$

$$\text{Log.}\frac{d\beta^{(0)}}{(5n'-2n)dt}=8{,}6815193\,;\quad \text{Nombre } 0{,}04803085\,;$$

$$\frac{d\beta^{(1)}}{(5n'-2n)dt}=7{,}7606750\,;\;\ldots\ldots\;0{,}0057633\,;$$

$$\frac{d\beta^{(2)}}{(5n'-2n)dt}=8{,}5974452\,;\;\ldots\ldots\;0{,}0395770\,;$$

$$\frac{d\beta^{(3)}}{(5n'-2n)dt}=8{,}1528030\,;\;\ldots\ldots\;0{,}0142170\,;$$

$$\frac{d\beta^{(4)}}{(5n'-2n)dt}=8{,}4930895\,;\;\ldots\ldots\;0{,}031123\,;$$

$$\frac{d\beta^{(5)}}{(5n'-2n)dt}=8{,}3554550\,;\;\ldots\ldots\;0{,}022670\,;$$

et par conséquent

$$B^{(0)}=0{,}0660\,;\quad B^{(1)}=0{,}01163\,;\quad B^{(2)}=0{,}0839\,;$$

$$B^{(3)}=0{,}02905\,;\quad B^{(4)}=0{,}0653\,;\quad B^{(5)}=0{,}0469.$$

Cela posé il est clair, que les termes (I), (II) ... (VI) trouvés dans la page 127 introduisent dans la valeur de ζ les parties suivantes ;

(I) . . . . . $-0'',09141 \,.\, \sin\theta - 0'',02924 \,.\, \cos\theta$;

(II) . . . . . $-0'',00787 \,.\, \sin\theta - 0'',00837 \,.\, \cos\theta$;

(III) . . . . . $+0'',06821 \,.\, \sin\theta - 0'',70274 \,.\, \cos\theta$;

(IV) . . . . . $+0'',17615 \,.\, \sin\theta - 0'',10605 \,.\, \cos\theta$;

(V) . . . . . $-1'',37221 \,.\, \sin\theta + 0'',16021 \,.\, \cos\theta$;

(VI) . . . . . $+0'',28285 \,.\, \sin\theta + 0'',82820 \,.\, \cos\theta$.

La réunion de ces parties et des deux autres trouvées plus haut, donne

$$-1'',0134 \,.\, \sin\theta + 0'',9014 \,.\, \cos\theta.$$

Parmi les termes que nous avons négligés dans l'expression de ζ, voici ceux qu'on peut regarder comme les plus considérables ;

$$\left\{-\frac{15'',410 \,.\, 6d\beta^{(4)} de}{edt^2(5n'-2n)^2} - \frac{15'',410 \,.\, 6d\beta^{(4)} 4de'}{e'dt^2(5n'-2n)^2}\right\}\cos\theta$$

$$+\frac{3\times 15'',410}{(5n'-2n)^2}\left\{8\frac{de}{edt}\cdot\frac{de'}{e'dt} + 12\left(\frac{de'}{e'dt}\right)^2\right\}\sin\theta$$

$$+\left\{\begin{array}{l} +\dfrac{4'',969 \,.\, 6d\beta^{(5)} 2de}{edt^2(5n'-2n)^2} + \dfrac{4'',969 \,.\, 6d\beta^{(5)} 3de'}{e'dt^2(5n'-2n)^2} \\ -\dfrac{3\times 14'',552}{(5n'-2n)^2}\left\{2\left(\dfrac{de}{edt}\right)^2 + 6\left(\dfrac{de'}{e'dt}\right)^2 + 12\left(\dfrac{de}{edt}\right)\cdot\left(\dfrac{de'}{e'dt}\right)\right\} \end{array}\right\}\cos\theta$$

$$+\left\{-\frac{14'',552 \,.\, 6d\beta^{(5)} 2de}{edt^2(5n'-2n)^2} - \frac{14'',552 \,.\, 6d\beta^{(5)} 3de'}{e'dt^2(5n'-2n)^2}\right\}\sin\theta$$

$$= (-0'',01344 + 0'',08972)\cos\theta + (0'',013466 + 0'',033704)\sin\theta$$

$$+(0'',00631 - 0'',01580 - 0'',001905 - 0'',015913 - 0'',019073)\cos\theta$$

$$+(-0'',01849 + 0'',04628)\sin\theta$$

$$= +0'',07496 \,.\, \sin\theta + 0'',02991 \,.\, \cos\theta.$$

En ajoutant cette partie et la précédente avec la valeur de ζ trouvée dans la page 127, il viendra

$$\zeta = -11'',577 \,.\, \sin\theta + 8'',483 \,.\, \cos\theta.$$

Pour avoir la partie proportionnelle au temps qui affecte les coefficiens dans la valeur de ζ, il suffira de réduire en nombres cette formule,

$$t\left\{\begin{array}{l}\Sigma(F\cos\theta\,.\,M^{(i)}\cos\beta+F\sin\theta\,.\,M^{(i)}\sin\beta)\dfrac{d\beta}{dt}\\ +(U\sin\theta-V\cos\theta)\dfrac{de}{edt}+(U'\sin\theta-V'\cos\theta)\dfrac{de'}{e'dt}\end{array}\right\}$$

Or en exprimant en parties du rayon les valeurs de $\frac{d\beta}{dt}$, $\frac{de}{dt}$, $\frac{de'}{dt}$, on trouve d'abord

$$\text{Log.}\ \frac{de}{edt}=5{,}5214788\,; \qquad \text{Log.}\ \frac{de'}{e'dt}=5{,}7438382\,(-)\,;$$

$$(U\sin\theta-V\cos\theta)\frac{de}{edt}=+0'',00001206\text{1}\,.\,\sin\theta+0'',00079842\,.\,\cos\theta\,;$$

$$(U'\sin\theta-V'\cos\theta)\frac{de'}{e'dt}=+0'',0026887\,.\,\sin\theta-0'',00055420\,.\,\cos\theta\,.$$

Ensuite on obtient les valeurs suivantes pour les termes multipliés par $\frac{d\beta}{dt}$, savoir :

$\text{Log.}\ \frac{d\beta^{(0)}}{dt}=6{,}5335732$	(I) ...$-0'',00015135.\sin\theta+0'',00047318.\cos\theta$
$\frac{d\beta^{(1)}}{dt}=5{,}6127289$	(II) ...$-0'',00002952.\sin\theta+0'',00002775.\cos\theta$
$\frac{d\beta^{(2)}}{dt}=6{,}4494971$	(III)...$-0'',00235795.\sin\theta-0'',00022887.\cos\theta$
$\frac{d\beta^{(3)}}{dt}=6{,}0048569$	(IV)...$-0'',00036981.\sin\theta-0'',00061423.\cos\theta$
$\frac{d\beta^{(4)}}{dt}=6{,}3451434$	(V) ...$+0'',00054283.\sin\theta+0'',0046522.\cos\theta$
$\frac{d\beta^{(5)}}{dt}=6{,}2075089$	(VI) ...$+0'',0028477.\sin\theta-0'',00097252.\cos\theta$.

La réunion de ces parties et des deux précédentes donne

$$t\ \{+0'',0031827 \,.\, \sin\theta + 0'',0035817 \,.\, \cos\theta\},$$

pour la partie de ζ proportionnelle au temps.

Ainsi nous avons en dernière analyse

$$\zeta = (-11'',652 + t\,.\,0'',0031827.)\sin\theta + (8'',453 + t.0'',0035817)\cos\theta\,;$$

$$\zeta' = (28'',242 - t\,.\,0'',0077142.)\sin\theta - (20'',488 + t.0'',0086813)\cos\theta\,;$$

où l'origine du temps t est fixée au commencement de l'année 1750.

§ VIII.

Développement de la fonction R jusqu'aux quantités du quatrième ordre inclusivement.

(35) En exécutant le calcul précédent, j'ai rejeté toutes les quantités du quatrième ordre et plusieurs du cinquième, qui étaient étrangères à l'objet spécial que j'avais en vue. Mais, dans le fond, les termes ainsi rejetés ont été effectivement calculés, et il est utile de les conserver pour les appliquer à d'autres cas de la théorie des perturbations des planètes. En conséquence, je vais d'abord présenter ici réunis les termes du quatrième et cinquième ordre, qui servent de *complément* aux valeurs de $u_{\scriptscriptstyle\prime}^{2}$, $u_{\scriptscriptstyle\prime}'^{2}$ etc. posées dans les pages 56-62 et 109. Ensuite je donnerai le développement complet de la fonction R, jusqu'aux quantités du quatrième ordre inclusivement. Après cela nous reviendrons sur les termes du *cinquième* ordre, qui ont été exclus de la théorie de *Jupiter* et *Saturne*, pour montrer leur utilité dans la théorie des perturbations de la *Terre.*

Termes de $u_{\scriptscriptstyle\prime}^{2}$, $u_{\scriptscriptstyle\prime}'^{2}$ etc. qui servent de complément à ceux posés dans les pages 56-62 et 109 jusqu'aux quantités du cinquième ordre inclusivement.

$$u_{\scriptscriptstyle\prime}^{2} = e^{4}\left(-\frac{1}{2}\cos 2q + \frac{1}{2}\cos 4q\right) + e^{5}\left(\frac{1}{24}\cos q + \frac{25}{48}\cos 5q\right);$$

$$u_{\scriptscriptstyle\prime}'^{2} = e'^{4}\left(-\frac{1}{2}\cos 2q' + \frac{1}{2}\cos 4q'\right) + e'^{5}\left(\frac{1}{24}\cos q' + \frac{25}{48}\cos 5q'\right);$$

$$(v_i'-v_i)^2 = e'^4\left(\frac{9}{32}+\frac{8}{3}\cos 2q'-\frac{283}{96}\cos 4q'\right)+e'^5\left(\frac{1}{8}\cos q'-\frac{7}{2}\cos 5q'\right)$$

$$+e^4\left(\frac{9}{32}+\frac{8}{3}\cos 2q-\frac{283}{96}\cos 4q\right)+e^5\left(\frac{1}{8}\cos q-\frac{7}{2}\cos 5q\right)$$

$$+ee'^3\left\{\frac{1}{2}\cos(q'-q)-\frac{1}{2}\cos(q'+q)-\frac{13}{6}\cos(3q'-q)+\frac{13}{6}\cos(3q'+q)\right\}$$

$$+ee'^4\left\{\frac{11}{12}\cos(2q'-q)+\frac{103}{48}\cos(4q'+q)\right\}$$

$$+e'e^3\left\{\frac{1}{2}\cos(q'-q)-\frac{1}{2}\cos(q'+q)-\frac{13}{6}\cos(q'-3q)+\frac{13}{6}\cos(q'+3q)\right\}$$

$$+e'e^4\left\{\frac{11}{12}\cos(q'-2q)+\frac{103}{48}\cos(q'+4q)\right\}$$

$$+e^2e'^3\left\{\frac{5}{16}\cos(q'-2q)+\frac{65}{48}\cos(3q'+2q)-\frac{65}{48}\cos(3q'-2q)\right\}$$

$$+e'^2e^3\left\{\frac{5}{16}\cos(2q'-q)+\frac{65}{48}\cos(2q'+3q)-\frac{65}{48}\cos(2q'-3q)\right\};$$

$$u_iu_i' = ee'^3\left\{-\frac{3}{16}\cos(q'-q)-\frac{3}{16}\cos(q'+q)+\frac{3}{16}\cos(3q'+q)+\frac{3}{16}\cos(3q'-q)\right\}$$

$$+ee'^4\left\{\frac{1}{6}\cos(4q'+q)-\frac{1}{6}\cos(2q'-q)-\frac{1}{6}\cos(2q'+q)\right\}$$

$$+e'e^3\left\{-\frac{3}{16}\cos(q'-q)-\frac{3}{16}\cos(q'+q)+\frac{3}{16}\cos(q'+3q)+\frac{3}{16}\cos(q'-3q)\right\}$$

$$+e'e^4\left\{\frac{1}{6}\cos(q'+4q)-\frac{1}{6}\cos(q'-2q)-\frac{1}{6}\cos(q'+2q)\right\}$$

$$+e^2e'^2\left\{\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\cos 2q'-\frac{1}{4}\cos 2q+\frac{1}{8}\cos(2q'+2q)+\frac{1}{8}\cos(2q'-2q)\right\}$$

$$+e^2e'^3\left\{\frac{3}{16}\cos q'-\frac{3}{32}\cos(q'-2q)+\frac{3}{32}\cos(3q'-2q)+\frac{3}{32}\cos(3q'+2q)\right\}$$

$$+e'^2e^3\left\{\frac{3}{16}\cos q-\frac{3}{32}\cos(2q'-q)+\frac{3}{32}\cos(3q-2q')+\frac{3}{32}\cos(3q+2q')\right\};$$

$$u_1(v_1'-v_1)= e^4\left(-\frac{23}{24}\sin 2q+\frac{59}{48}\sin 4q\right)+e^5\left(\frac{3}{32}\sin q+\frac{11}{8}\sin 5q\right)$$

$$+e'e^3\left\{\frac{3}{8}\sin(q'+q)+\frac{3}{8}\sin(q'-q)-\frac{3}{8}\sin(q'+3q)-\frac{3}{8}\sin(q'-3q)\right\}$$

$$+e'e^4\left\{\frac{1}{3}\sin(q'-2q)-\frac{1}{3}\sin(q'+4q)\right\}$$

$$+ee'^4\left\{\frac{11}{48}\sin(2q'-q)-\frac{103}{192}\sin(4q'+q)\right\}$$

$$+ee'^3\left\{\frac{1}{8}\sin(q'+q)+\frac{1}{8}\sin(q'-q)-\frac{13}{24}\sin(3q'+q)-\frac{13}{24}\sin(3q'-q)\right\}$$

$$+e^2e'^2\left\{\frac{5}{8}\sin 2q'-\frac{5}{16}\sin(2q'+2q)-\frac{5}{16}\sin(2q'-2q\right\}$$

$$+e^2e'^3\left\{-\frac{1}{8}\sin q'+\frac{1}{16}\sin(q'-2q)-\frac{13}{48}\sin(3q'-2q)-\frac{13}{48}\sin(3q'+2q)\right\}$$

$$+e^3e'^2\left\{\frac{15}{64}\sin(2q'-q)-\frac{15}{64}\sin(2q'-3q)-\frac{15}{64}\sin(2q'+3q)\right\};$$

$$u_1'(v'-v_1)= e'^4\left(\frac{23}{24}\sin 2q'-\frac{59}{48}\sin 4q'\right)+e'^5\left(-\frac{3}{32}\sin q'-\frac{11}{8}\sin 5q'\right)$$

$$+ee'^3\left\{-\frac{3}{8}\sin(q'+q)+\frac{3}{8}\sin(q'-q)+\frac{3}{8}\sin(3q'+q)-\frac{3}{8}\sin(3q'-q)\right\}$$

$$+ee'^4\left\{\frac{1}{3}\sin(2q'-q)+\frac{1}{3}\sin(4q'+q)\right\}+e'e^4\left\{\frac{103}{192}\sin(q'+4q)+\frac{11}{48}\sin(q'-2\right.$$

$$+e'e^3\left\{-\frac{1}{8}\sin(q'+q)+\frac{1}{8}\sin(q'-q)+\frac{13}{24}\sin(q'+3q)-\frac{13}{24}\sin(q'-3q)\right\}$$

$$+e^2e'^2\left\{-5\sin 2q+\frac{5}{16}\sin(2q'+2q)-\frac{5}{16}\sin(2q'-2q)\right\}$$

$$+e^2e'^3\left(\frac{15}{64}\sin(q'-2q)-\frac{15}{64}\sin(3q'-2q)+\frac{15}{64}\sin(3q'+2q)\right)$$

$$+e^3e'^2\left(\frac{1}{8}\sin q+\frac{1}{16}\sin(2q'-q)-\frac{13}{48}\sin(2q'-3q)+\frac{13}{48}\sin(2q'+3q)\right);$$

$$u_1^3= e^4\left(\frac{3}{8}-\frac{3}{8}\cos 4q\right)+e^5\left(\frac{3}{16}\cos q-\frac{15}{32}\cos 5q\right);$$

$$u_1'^3 = e'^4\left(\frac{3}{8}-\frac{3}{8}\cos 4q'\right)+e'^5\left(\frac{3}{16}\cos q'-\frac{15}{32}\cos 5q'\right);$$

$$\begin{aligned}(v_1'-v_1)^3 = {} & e'^4\left(\frac{15}{2}\sin 2q'-\frac{15}{4}\sin 4q'\right)+e'^5\left(-\frac{13}{16}\sin q'-\frac{179}{32}\sin 5q'\right)\\
&+e^4\left(-\frac{15}{2}\sin 2q+\frac{15}{4}\sin 4q\right)+e^5\left(\frac{13}{16}\sin q+\frac{179}{32}\sin 5q\right)\\
&+ee'^3\left(\frac{15}{2}\sin(q'-q)-\frac{15}{2}\sin(q'+q)-\frac{15}{2}\sin(3q'-q)+\frac{15}{2}\sin(3q'+q)\right)\\
&-ee'^4\left(\frac{27}{16}\sin q-8\sin(2q'-q)-\frac{283}{32}\sin(4q'+q)\right)\\
&+e'e^3\left(\frac{15}{2}\sin(q'-q)+\frac{15}{2}\sin(q'+q)-\frac{15}{2}\sin(q'-3q)-\frac{15}{2}\sin(q'+3q)\right)\\
&+e'e^4\left(\frac{27}{16}\sin q'+8\sin(q'-2q)-\frac{283}{32}\sin(q'+4q)\right)\\
&+e^2e'^2\left(\frac{15}{2}\sin 2q'-\frac{15}{2}\sin 2q-\frac{15}{2}\sin(2q'-2q)\right)\\
&+e^2e'^3\left(-\frac{3}{2}\sin q'+\frac{87}{16}\sin(q'-2q)-\frac{127}{16}\sin(3q'-2q)+\frac{23}{16}\sin(3q'+2q)\right)\\
&+e^3e'^2\left(\frac{3}{2}\sin q+\frac{87}{16}\sin(2q'-q)-\frac{127}{16}\sin(2q'-3q)-\frac{23}{16}\sin(2q'+3q)\right);\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u_1^2u_1' = {} & e^2e'\left(\frac{1}{4}\cos(q'+q)+\frac{1}{4}\cos(q'-q)-\frac{1}{4}\cos(q'+3q)-\frac{1}{4}\cos(q'-3q)\right)\\
&-e^3e'^2\left(\frac{1}{4}\cos q-\frac{1}{8}\cos(2q'-q)+\frac{1}{8}\cos(2q'-3q)+\frac{1}{8}\cos(2q'+3q)\right)\\
&+e^2e'^2\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cos 2q-\frac{1}{4}\cos 2q'-\frac{1}{8}\cos(2q'+2q)-\frac{1}{8}\cos(2q'-2q)\right)\\
&+e^2e'^3\left(\frac{3}{16}\cos q'+\frac{3}{32}\cos(q'-2q)-\frac{3}{32}\cos(3q'-2q)-\frac{3}{16}\cos(3q'+2q)\right)\\
&+e^4e'\left(\frac{1}{4}\cos(q'-2q)-\frac{1}{4}\cos(q'+4q)\right);\end{aligned}$$

$$u_1'^2 u_1 = ee'^3\left(\frac{1}{4}\cos(q'+q)+\frac{1}{4}\cos(q'-q)-\frac{1}{4}\cos(3q'+q)-\frac{1}{4}\cos(3q'-q)\right)$$

$$-e^2e'^3\left(\frac{1}{4}\cos q'-\frac{1}{8}\cos(q'-2q)+\frac{1}{8}\cos(3q'-2q)+\frac{1}{8}\cos(3q'+2q)\right)$$

$$+e^2e'^2\left(\frac{1}{4}+\cos 2q'-\frac{1}{4}\cos 2q-\frac{1}{8}\cos(2q'+2q)-\frac{1}{8}\cos(2q'-2q)\right)$$

$$+e^3e'^2\left(\frac{3}{16}\cos q+\frac{3}{32}\cos(2q'-q)-\frac{3}{32}\cos(2q'-3q)-\frac{3}{32}\cos(2q'+3q)\right)$$

$$+ee'^4\left(\frac{1}{4}\cos(2q'-q)-\frac{1}{4}\cos(4q'\pm q)\right);$$

$$u_1^2(v_1'-v_1) = e^4\left\{\frac{3}{8}\sin 2q-\frac{13}{16}\sin 4q\right\}-e^5\left\{\frac{1}{12}\sin q+\frac{13}{12}\sin 5q\right\}$$

$$+e^3e'\left(-\frac{1}{2}\sin(q'+q)-\frac{1}{2}\sin(q'-q)+\frac{1}{2}\sin(q'+3q)+\frac{1}{2}\sin(q'-3q)\right)$$

$$-e^3e'^2\left(\frac{5}{16}\sin(2q'-q)-\frac{5}{16}\sin(2q'-3q)-\frac{5}{16}\sin(2q'+3q)\right)$$

$$+e^2e'^2\left(\frac{5}{8}\sin 2q'+\frac{5}{16}\sin(2q'+2q)+\frac{5}{16}\sin(2q'-2q)\right)$$

$$-e^2e'^3\left(\frac{1}{8}\sin q'+\frac{1}{16}\sin(q'-2q)-\frac{13}{48}\sin(3q'-2q)-\frac{13}{48}\sin(3q'+2q)\right)$$

$$-e^4e'\left(\frac{1}{2}\sin(q'-2q)-\frac{1}{2}\sin(q'+4q)\right);$$

$$u_1'^2(v_1'-v_1) = e'^4\left(-\frac{3}{8}\sin 2q'+\frac{13}{16}\sin 4q'\right)+e'^5\left(\frac{1}{12}\sin q'+\frac{13}{12}\sin 5q'\right)$$

$$+ee'^3\left(\frac{1}{2}\sin(q'+q)-\frac{1}{2}\sin(q'-q)-\frac{1}{2}\sin(3q'+q)+\frac{1}{2}\sin(3q'-q)\right)$$

$$-e^2e'^3\left(\frac{5}{16}\sin(q'-2q)-\frac{5}{16}\sin(3q'-2q)+\frac{5}{16}\sin(3q'+2q)\right)$$

$$-e^2e'^2\left(\frac{5}{8}\sin 2q+\frac{5}{16}\sin(2q'+2q)-\frac{5}{16}\sin(2q'-2q)\right)$$

$$+e^3e'^2\left(\frac{1}{8}\sin q-\frac{1}{16}\sin(2q'-q)+\frac{13}{48}\sin(2q'-3q)-\frac{13}{48}\sin(2q'+3q)\right)$$

$$-ee'^4\left(\frac{1}{2}\sin(2q'-q)+\frac{1}{2}\sin(4q'+q)\right);$$

$$\iota_1 u'_1 (v'_1 - v) = ee'^3 \left(-\frac{7}{16}\sin(q'+q) - \frac{7}{16}\sin(q'-q) + \frac{9}{16}\sin(3q'+q) + \frac{9}{16}\sin(3q'-q) \right)$$

$$+ e^2 e'^3 \left(\frac{7}{16}\sin q' - \frac{1}{32}\sin(q'-2q) + \frac{15}{32}\sin(3q'-2q) + \frac{3}{32}\sin(3q'+2q) \right)$$

$$+ e^3 e' \left(\frac{7}{16}\sin(q'+q) - \frac{7}{16}\sin(q'-q) - \frac{9}{16}\sin(q'+3q) + \frac{9}{16}\sin(q'-3q) \right)$$

$$- e^3 e'^2 \left(\frac{7}{16}\sin q - \frac{1}{32}\sin(2q'-q) - \frac{3}{32}\sin(3q'+2q) + \frac{15}{32}\sin(3q'-2q) \right)$$

$$+ e^2 e'^2 \left(\frac{1}{2}\sin 2q - \frac{1}{2}\sin 2q' + \frac{1}{2}\sin(2q'-2q) \right)$$

$$- ee'^4 \left(\frac{23}{48}\sin(2q'-q) - \frac{59}{96}\sin(4q'+q) \right)$$

$$- e'e^4 \left(\frac{23}{48}\sin(q'-2q) + \frac{59}{96}\sin(q'+4q) \right);$$

$$\iota_2 (v_1' - v_1)^2 = e^4 \left(\frac{1}{4} - 2\cos 2q + \frac{7}{4}\cos 4q \right) + e^5 \left(\frac{37}{96}\cos q + \frac{475}{192}\cos 5q \right)$$

$$+ e^3 e' \left(\frac{7}{4}\cos(q'+q) - \frac{7}{4}\cos(q'-q) - \frac{9}{4}\cos(q'+3q) + \frac{9}{4}\cos(q'-3q) \right)$$

$$+ e^3 e'^2 \left(\frac{3}{4}\cos q - \frac{47}{32}\cos(2q'-q) + \frac{57}{32}\cos(2q'-3q) - \frac{33}{32}\cos(2q'+3q) \right)$$

$$+ ee'^3 \left(-\frac{5}{4}\cos(q'+q) - \frac{5}{4}\cos(q'-q) + \frac{5}{4}\cos(3q'+q) + \frac{5}{4}\cos(3q'-q) \right)$$

$$+ e^2 e'^3 \left(\frac{5}{4}\cos q' - \frac{7}{8}\cos(q'-2q) - \frac{11}{24}\cos(3q'+2q) + \frac{41}{24}\cos(3q'-2q) \right)$$

$$+ e^2 e'^2 \left(1 - \cos 2q - \cos 2q' - \frac{3}{4}\cos(2q'+2q) + \frac{7}{4}\cos(2q'-2q) \right)$$

$$+ ee'^4 \left(-\frac{9}{32}\cos q - \frac{4}{3}\cos(2q'-q) + \frac{283}{192}\cos(4q'+q) \right)$$

$$+ e'e^4 \left(-\frac{23}{12}\cos(q'-2q) - \frac{59}{24}\cos(q'+4q) \right);$$

$$u_1'(v_1'-v_1)^2 = e'^4\left(\frac{1}{4}-2.\cos 2q'+\frac{7}{4}\cos 4q'\right)+e'^5\left(\frac{37}{96}\cos q'+\frac{475}{192}\cos 5q'\right)$$

$$+ee'^3\left(\frac{7}{4}\cos(q'+q)-\frac{7}{4}\cos(q'-q)-\frac{9}{4}\cos(3q'+q)+\frac{9}{4}\cos(3q'-q)\right)$$

$$+e^2e'^3\left(\frac{3}{4}\cos q'-\frac{47}{32}\cos(q'-2q)-\frac{33}{32}\cos(3q'+2q)+\frac{57}{32}\cos(3q'-2q)\right)$$

$$+e^3e'\left(-\frac{5}{4}\cos(q'+q)-\frac{5}{4}\cos(q'-q)+\frac{5}{4}\cos(q'+3q)+\frac{5}{4}\cos(q'-3q)\right)$$

$$+e^3e'^2\left(\frac{5}{4}\cos q-\frac{7}{8}\cos(2q'-q)-\frac{11}{24}\cos(2q'+3q)+\frac{41}{24}\cos(2q'-3q)\right)$$

$$+e^2e'^2\left(1-\cos 2q'-\cos 2q-\frac{3}{4}\cos(2q'+2q)+\frac{7}{4}\cos(2q'-2q)\right)$$

$$+ee'^4\left(-\frac{23}{12}\cos(2q'-q)-\frac{59}{24}\cos(4q'+q)\right)$$

$$+e'e^4\left(-\frac{9}{32}\cos q'-\frac{4}{3}\cos(q'-2q)+\frac{283}{192}\cos(q'+4q)\right);$$

$$u_1^4 = e^4\left\{\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\cos 2q+\frac{1}{8}\cos 4q\right\}-e^5\left\{\frac{1}{2}\cos q-\frac{1}{4}\cos 5q\right\};$$

$$u_1'^4 = e'^4\left\{\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\cos 2q'+\frac{1}{8}\cos 4q'\right\}-e'^5\left\{\frac{1}{2}\cos q'-\frac{1}{4}\cos 5q'\right\};$$

$$u_1^3u_1' = e^3e'\left(\frac{3}{8}\cos(q'+q)+\frac{3}{8}\cos(q'-q)+\frac{1}{8}\cos(q'+3q)+\frac{1}{8}\cos(q'-3q)\right)$$

$$-e^3e'^2\left(\frac{3}{8}\cos q-\frac{3}{16}\cos(2q'-q)-\frac{1}{16}\cos(2q'+3q)-\frac{1}{16}\cos(2q'-3q)\right)$$

$$-e^4e'\left(\frac{3}{8}\cos q'-\frac{3}{16}\cos(q'+4q)\right);$$

$$u_1'^3u_1 = ee'^3\left(\frac{3}{8}\cos(q'+q)+\frac{3}{8}\cos(q'-q)+\frac{1}{8}\cos(3q'+q)+\frac{1}{8}\cos(3q'-q)\right)$$

$$-e^2e'^3\left(\frac{3}{8}\cos q'-\frac{3}{16}\cos(q'-2q)-\frac{1}{16}\cos(3q'+2q)-\frac{1}{16}\cos(3q'-2q)\right)$$

$$-ee'^4\left(\frac{3}{8}\cos q-\frac{3}{16}(4q'+q)\right);$$

$$u_{,}^{2}u_{,}'^{2} = e^{2}e'^{2}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cos 2q'+\frac{1}{4}\cos 2q+\frac{1}{8}\cos(2q'+2q)+\frac{1}{8}\cos(2q'-2q)\right)$$

$$-e^{2}e'^{3}\left\{\frac{1}{4}\cos q'+\frac{1}{8}\cos(q'-2q)-\frac{1}{8}\cos(3q'+2q)-\frac{1}{8}\cos(3q'-2q)\right\}$$

$$-e^{3}e'^{2}\left\{\frac{1}{4}\cos q+\frac{1}{8}\cos(2q'-q)-\frac{1}{8}\cos(2q'+3q)-\frac{1}{8}\cos(2q'-3q)\right\};$$

$$(v_{,}'-v_{,})^{4} = e'^{4}\left(6-8\cos 2q'+2\cos 4q'\right)+e'^{5}\left(10\cos q'+5\cos 5q'\right)$$

$$+e^{4}\left\{6-8\cos 2q+2\cos 4q\right\}+e^{5}\left\{10\cos q+5\cos 5q\right\}$$

$$+ee'^{3}\left\{24.\cos(q'+q)-24.\cos(q'-q)-8.\cos(3q'+q)+8.\cos(3q'-q)\right\}$$

$$+e^{2}e'^{3}\left\{36.\cos q'-30.\cos(q'-2q)+10.\cos(3q'+2q)+20.\cos(3q'-2q)\right\}$$

$$+e'e^{3}\left\{24.\cos(q'+q)-24.\cos(q'-q)-8.\cos(q'+3q)+8.\cos(q'-3q)\right\}$$

$$+e'^{2}e^{3}\left\{30.\cos q-30.\cos(2q'-q)+10.\cos(2q'+3q)+20.\cos(2q'-3q)\right\}$$

$$+e^{2}e'^{2}\left\{24-24.\cos 2q'-24.\cos 2q+12.\cos(2q'+2q)+12.\cos(2q'-2q)\right\}$$

$$-ee'^{4}\left\{30.\cos(2q'-q)+15.\cos(4q'+q)\right\}$$

$$-e'e^{4}\left\{30.\cos(q'-2q)+15.\cos(q'+4q)\right\};$$

$$u_{,}(v_{,}'-v_{,})^{3} = e^{4}\left(2\sin 2q-\sin 4q\right)+e^{5}\left(\frac{5}{4}\sin q-\frac{19}{8}\sin 5q\right)$$

$$+e^{3}e'\left\{-3\sin(q'+q)-3\sin(q'-q)+3\sin(q'+3q)+3\sin(q'-3q)\right\}$$

$$-e^{3}e'^{2}\left\{\frac{21}{4}\sin q+\frac{9}{2}\sin(2q'-q)+\frac{3}{2}\sin(2q'+3q)-\frac{21}{4}\sin(2q'-3q)\right\}$$

$$+ee'^{3}\left\{-3\sin(q'+q)-3\sin(q'-q)+\sin(3q'+q)+\sin(3q'-q)\right\}$$

$$+e^2e'^3\left\{3\sin q' - \frac{21}{4}\sin(q'-2q) - \frac{13}{4}\sin(3q'+2q) + \frac{17}{4}\sin(3q'-2q)\right\}$$

$$+e^3e'^2\left\{6\sin 2q - 3\sin(2q'+2q) + 3\sin(2q'-2q)\right\}$$

$$-ee'^4\left\{\frac{15}{4}\sin(2q'-q) - \frac{15}{8}\sin(4q'+q)\right\}$$

$$+e^4e'\left\{\frac{3}{2}\sin q' - 6\sin(q'-2q) + \frac{21}{4}\sin(q'+4q)\right\};$$

$$u_1'^{\,2}(v_1'-v_1)^3 = e'^4\left(-2\sin 2q' + \sin 4q'\right) - e'^5\left(\frac{5}{4}\sin q' - \frac{19}{8}\sin 5q'\right)$$

$$+ee'^3\left\{3\sin(q'+q) - 3\sin(q'-q) - 3\sin(3q'+q) + 3\sin(3q'-q)\right\}$$

$$+e^2e'^3\left\{\frac{21}{4}\sin q' - \frac{9}{2}\sin(q'-2q) + \frac{3}{2}\sin(3q'+2q) + \frac{21}{4}\sin(3q'-2q)\right\}$$

$$+e'e^3\left\{3\sin(q'+q) - 3\sin(q'-q) - \sin(q'+3q) + \sin(q'-3q)\right\}$$

$$-e'^2e^3\left\{3\sin q + \frac{21}{4}\sin(2q'-q) - \frac{13}{4}\sin(2q'+3q) - \frac{17}{4}\sin(2q'-3q)\right\}$$

$$+e^2e'^2\left\{-6\sin 2q' + 3\sin(2q'+2q) + 3\sin(2q'-2q)\right\}$$

$$-ee'^4\left\{\frac{3}{2}\sin q + 6\sin(2q'-q) + \frac{21}{4}\sin(4q'+q)\right\}$$

$$-e'e^4\left\{\frac{15}{4}\sin(q'-2q) + \frac{15}{8}\sin(q'+4q)\right\};$$

$$u_1'^{\,3}(v_1'-v_1)^2 = e^4\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 4q\right) + e^5\left(\frac{1}{4}\cos q - \frac{9}{8}\cos 5q\right)$$

$$+e^3e'\left\{\cos(q'+q) - \cos(q'-q) + \cos(q'+3q) - \cos(q'-3q)\right\}$$

$$-e^3e'^2\left\{\cos q + \frac{1}{8}\cos(2q'-q) - \frac{1}{8}\cos(2q'+3q) + \frac{9}{8}\cos(2q'-3q)\right\}$$

$$+e^2e'^2\left\{1 + \cos 2q - \cos 2q' - \frac{1}{2}\cos(2q'+2q) - \frac{1}{2}\cos(2q'-2q)\right\}$$

$$+e^2e'^3\left\{\frac{5}{4}\cos q'+\frac{5}{8}\cos(q'-2q)-\frac{5}{8}\cos(3q'+2q)-\frac{5}{8}\cos(3q'-2q)\right\}$$

$$+e^4e'\left(\frac{3}{4}\cos(q'-2q)+\frac{13}{8}\cos(q'+4q)\right);$$

$$u'^2_1(v'_1-v_1)^2=e'^4\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 4q'\right)+e'^5\left(\frac{1}{4}\cos q'-\frac{9}{8}\cos 5q'\right)$$

$$+ee'^3\Big(\cos(q'+q)-\cos(q'-q)+\cos(3q'+q)-\cos(3q'-q)\Big)$$

$$-e^2e'^3\left(\cos q'+\frac{1}{8}\cos(q'-2q)-\frac{1}{8}\cos(3q'+2q)+\frac{9}{8}\cos(3q'-2q)\right)$$

$$+e^2e'^2\left(1+\cos 2q'-\cos 2q-\frac{1}{2}\cos(2q'+2q)-\frac{1}{2}\cos(2q'-2q)\right)$$

$$+e'^2e^3\left(\frac{5}{4}\cos q+\frac{5}{8}\cos(2q'-q)-\frac{5}{8}\cos(2q'+3q)-\frac{5}{8}\cos(2q'-3q)\right)$$

$$+ee'^4\left(\frac{3}{4}\cos(2q'-q)+\frac{13}{8}\cos(4q'+q)\right);$$

$$u_1u'_1(v'_1-v)^2=e^3e'\left\{\frac{1}{2}\cos(q'+q)+\frac{1}{2}\cos(q'-q)-\frac{1}{2}\cos(q'+3q)-\frac{1}{2}\cos(q'-3q)\right\}$$

$$-e^3e'^2\left(\frac{1}{2}\cos q-\frac{9}{8}\cos(2q'-q)-\frac{7}{8}\cos(2q'+3q)+\frac{11}{8}\cos(2q'-3q)\right)$$

$$+ee'^3\left(\frac{1}{2}\cos(q'+q)+\frac{1}{2}\cos(q'-q)-\frac{1}{2}\cos(2q'+q)-\frac{1}{2}\cos(3q'-q)\right)$$

$$-e^2e'^3\left(\frac{1}{2}\cos q'-\frac{9}{8}\cos(q'-2q)-\frac{7}{8}\cos(3q'+2q)+\frac{11}{8}\cos(3q'-2q)\right)$$

$$+e^2e'^2\Big(\cos(2q'+2q)-\cos(2q'-2q)\Big)$$

$$-ee'^4\left(\frac{1}{4}\cos q-\cos(2q'-q)+\frac{7}{8}\cos(4q'+q)\right)$$

$$-e'e^4\left(\frac{1}{4}\cos q'-\cos(q'-2q)+\frac{7}{8}\cos(q'+4q)\right);$$

$$u_1^3(v_1'-v_1) = e^4\left(\frac{1}{2}\sin 2q + \frac{1}{4}\sin 4q\right) + e^5\left(\frac{7}{16}\sin q + \frac{9}{32}\sin 5q\right)$$
$$+e^3e'\left(-\frac{3}{4}\sin(q'+q) - \frac{3}{4}\sin(q'-q) - \frac{1}{4}\sin(q'+3q) - \frac{1}{4}\sin(q'-3q)\right)$$
$$-e^3e'^2\left(\frac{15}{32}\sin(2q'-q) + \frac{5}{32}\sin(2q'+3q) + \frac{5}{32}\sin(2q'-3q)\right)$$
$$+e'e^4\left(\frac{3}{4}\sin q' - \frac{3}{8}\sin(q'+4q)\right);$$

$$u_1'^3(v_1'-v_1) = e'^4\left(-\frac{1}{2}\sin 2q' - \frac{1}{4}\sin 4q'\right) - e'^5\left(\frac{7}{16}\sin q' + \frac{9}{32}\sin 5q'\right)$$
$$+ee'^3\left(\frac{3}{4}\sin(q'+q) - \frac{3}{4}\sin(q'-q) + \frac{1}{4}\sin(3q'+q) - \frac{1}{4}\sin(3q'-q)\right)$$
$$+e^2e'^3\left(-\frac{15}{32}\sin(q'-2q) + \frac{5}{32}\sin(3q'+2q) - \frac{5}{32}\sin(3q'-2q)\right)$$
$$-ee'^4\left(\frac{3}{4}\sin q - \frac{3}{8}\sin(4q'+q)\right);$$

$$u_1u_1'^2(v_1'-v_1) = -e'^3e\left(\frac{1}{4}\sin(q'+q) + \frac{1}{4}\sin(q'-q) + \frac{1}{4}\sin(3q'+q) + \frac{1}{4}\sin(3q'-q)\right)$$
$$+e^2e'^3\left(\frac{1}{4}\sin q' + \frac{1}{8}\sin(q'-2q) + \frac{1}{8}\sin(3q'+2q) - \frac{3}{8}\sin(3q'-2q)\right)$$
$$+e^2e'^2\left(\frac{1}{2}\sin 2q + \frac{1}{4}\sin(2q'+2q) + \frac{1}{4}\sin(2q'-2q)\right)$$
$$-e^3e'^2\left(\frac{7}{16}\sin q - \frac{7}{32}\sin(2q'-q) - \frac{9}{32}\sin(2q'+3q) + \frac{9}{32}\sin(2q'-3q)\right)$$
$$+ee'^4\left(\frac{3}{16}\sin(2q'-q) - \frac{13}{32}\sin(4q'+q)\right);$$

$$u_1'u_1^2(v_1'-v_1) = e^3e'\left(\frac{1}{4}\sin(q'+q) - \frac{1}{4}\sin(q'-q) + \frac{1}{4}\sin(q'+3q) - \frac{1}{4}\sin(q'-3q)\right)$$
$$+e^2e'^3\left(\frac{7}{16}\sin q' + \frac{7}{32}\sin(q'-2q) - \frac{9}{32}\sin(3q'+2q) - \frac{9}{32}\sin(3q'-2q)\right)$$
$$-e^2e'^2\left(\frac{1}{2}\sin 2q' + \frac{1}{4}\sin(2q'+2q) + \frac{1}{4}\sin(2q'-2q)\right)$$
$$-e^3e'^2\left(\frac{1}{4}\sin q - \frac{1}{8}\sin(2q'-q) + \frac{1}{8}\sin(2q'+3q) + \frac{3}{8}\sin(2q'-3q)\right)$$
$$+e^4e'\left(\frac{3}{16}\sin(q'-2q) + \frac{13}{32}\sin(q'+4q)\right);$$

$$u_1^5 = -e^5 \left\{ \frac{5}{8} \cos q + \frac{1}{16} \cos 5q \right\};$$

$$u_1'^5 = -e'^5 \left\{ \frac{5}{8} \cos q' + \frac{1}{16} \cos 5q' \right\};$$

$$(v_1' - v_1)^5 = -e^5 \left\{ 20 . \sin q + 2 . \sin 5q \right\} + e'^5 \left\{ 20 . \sin q' + 2 . \sin 5q' \right\}$$

$$-e^3 e'^2 \Big(120 . \sin q + 60 . \sin(2q' - q) + 20 . \sin(2q' + 3q) - 20 . \sin(2q' - 3q) \Big)$$

$$+e^2 e'^3 \Big(120 . \sin q' - 60 . \sin(q' - 2q) + 20 . \sin(3q' + 2q) + 20 . \sin(3q' - 2q) \Big)$$

$$-ee'^4 \Big(60 . \sin q + 40 . \sin(2q' - q) + 10 . \sin(4q' + q) \Big)$$

$$+e' e^4 \Big(60 . \sin q' - 40 . \sin(q' - 2q) + 10 . \sin(q' + 4q) \Big);$$

$$u_1^4 u_1' = -e' e^4 \left\{ \frac{3}{8} \cos q' + \frac{1}{4} \cos(q' - 2q) + \frac{1}{16} \cos(q' + 4q) \right\};$$

$$u_1'^4 u_1 = -ee'^4 \left\{ \frac{3}{8} \cos q + \frac{1}{4} \cos(2q' - q) + \frac{1}{16} \cos(4q' + q) \right\};$$

$$u_1^3 u_1'^2 = -e^3 e'^2 \left\{ \frac{3}{8} \cos q + \frac{3}{16} \cos(2q' - q) + \frac{1}{16} \cos(2q' - 3q) + \frac{1}{16} \cos(2q' + 3q) \right\};$$

$$u_1'^3 u_1^2 = -e^2 e'^3 \left\{ \frac{3}{8} \cos q' + \frac{3}{16} \cos(q' - 2q) + \frac{1}{16} \cos(3q' - 2q) + \frac{1}{16} \cos(3q' + 2q) \right\};$$

$$u_1 (v_1' - v_1)^4 = -e^5 \left\{ 2 \cos q + 5 \cos 5q \right\}$$

$$+e^2 e'^3 \left\{ 12 . \cos(q' - 2q) - 4 . \cos(3q' - 2q) + 4 . \cos(3q' + 2q \right\}$$

$$-e^3 e'^2 \left\{ 12 . \cos q - 6 . \cos(2q' - q) + 6 . \cos(2q' - 3q) + 6 . \cos(2q' + 3q) \right\}$$

$$-ee'^4 \left\{ 6 . \cos q - 4 . \cos(2q' - q) + \cos(4q' + q) \right\}$$

$$+e' e^4 \left\{ 8 . \cos(q' - 2q) + 4 . \cos(q' + 4q) \right\};$$

$$u_1'(v_1'-v_1)^4 = -\ e'^5 \left\{ 2.\cos q' + 5.\cos 5q' \right\};$$

$$-e^2e'^3 \Big(12.\cos q' - 6.\cos(q'-2q) + 6.\cos(3q'-2q) + 6.\cos(3q'+2q) \Big)$$

$$+e'^2e^3 \Big(12.\cos(2q'-q) - 4.\cos(2q'-3q) + 4.\cos(2q'+3q) \Big)$$

$$+ee'^4 \Big(8.\cos(2q'-q) + 4.\cos(4q'+q) \Big)$$

$$-e'e^4 \Big(6.\cos q' - 4.\cos(q'-2q) + \cos(q'+4q) \Big);$$

$$u_1^4(v_1'-v_1) = -\ e^5 \left\{ \frac{1}{4}\sin q + \frac{1}{8}\sin 5q \right\}$$

$$+e'e^4 \left\{ \frac{3}{4}\sin q' + \frac{1}{2}\sin(q'-2q) + \frac{1}{8}\sin(q'+4q) \right\};$$

$$u_1'^4(v_1'-v_1) = \ e'^5 \left\{ \frac{1}{4}\sin q' + \frac{1}{8}\sin 5q' \right\}$$

$$-e'^4e \left\{ \frac{3}{4}\sin q - \frac{1}{2}\sin(2q'-q) + \frac{1}{8}\sin(4q'+q) \right\};$$

$$u_1^2(v_1'-v_1)^3 = -\ e^5 \left\{ \sin q - \frac{1}{2}\sin 5q \right\} + e^4e' \left\{ 3\sin q' - \frac{3}{2}\sin(q'+4q) \right\}$$

$$+e^2e'^3 \left\{ 3.\sin q' + \frac{3}{2}\sin(q'-2q) - \frac{1}{2}\sin(3q'+2q) - \frac{1}{2}\sin(3q'-2q) \right\}$$

$$-e^3e'^2 \left\{ 3.\sin q + \frac{3}{2}\sin(2q'-q) - \frac{3}{2}\sin(2q'+3q) + \frac{3}{2}\sin(2q'-3q) \right\};$$

$$u_1'^2(v_1'-v_1)^3 = \ e'^5 \left\{ \sin q' - \frac{1}{2}\sin 5q' \right\} - ee'^4 \left\{ 3.\sin q - \frac{3}{2}\sin(4q'+q) \right\}$$

$$+e^2e'^3 \left\{ 3.\sin q' - \frac{3}{2}\sin(q'-2q) - \frac{3}{2}\sin(3q'+2q) - \frac{3}{2}\sin(3q'-2q) \right\}$$

$$-e^3e'^2 \left\{ 3.\sin q - \frac{3}{2}\sin(2q'-q) - \frac{1}{2}\sin(2q'+3q) + \frac{1}{2}\sin(2q'-3q) \right\};$$

$$u_1^5(v_1'-v_1)^2 = -\ e^5\left\{\frac{1}{2}\cos q - \frac{1}{4}\cos 5q\right\} + e^4e'\left\{\cos(q'-2q) - \frac{1}{2}\cos(q'+4q)\right\}$$

$$-e^3e'^2\left\{\frac{3}{2}\cos q - \frac{3}{4}\cos(2q'-q) - \frac{1}{4}\cos(2q'+3q) - \frac{1}{4}\cos(2q'-3q)\right\};$$

$$u_1'^5(v_1'-v_1)^2 = -\ e'^5\left\{\frac{1}{2}\cos q' - \frac{1}{4}\cos 5q'\right\} + e'^4e\left\{\cos(2q'-q) - \frac{1}{2}\cos(4q'+q)\right\}$$

$$-e^2e'^3\left\{\frac{3}{2}\cos q' - \frac{3}{4}\cos(q'-2q) - \frac{1}{4}\cos(3q'+2q) - \frac{1}{4}\cos(3q'-2q)\right\};$$

$$u_1u_1'(v_1'-v_1)^3 = ee'^4\left(\sin(2q'-q) - \frac{1}{2}\sin(4q'+q)\right)$$

$$+e^4e'\left(\sin(q'-2q) + \frac{1}{2}\sin(q'+4q)\right)$$

$$+e^2e'^3\left(\frac{3}{2}\sin(q'-2q) + \frac{3}{2}\sin(3q'+2q) - \frac{3}{2}\sin(3q'-2q)\right)$$

$$+e^3e'^2\left(\frac{3}{2}\sin(2q'-q) - \frac{3}{2}\sin(2q'+3q) - \frac{3}{2}\sin(2q'-3q)\right);$$

$$u_1^3u_1'(v_1'-v_1) = e^3e'^2\left(\frac{3}{8}\sin(2q'-q) + \frac{1}{8}\sin(2q'+3q) + \frac{1}{8}\sin(2q'-3q)\right)$$

$$+e^4e'\left(\frac{1}{4}\sin(q'-2q) - \frac{1}{8}\sin(q'+4q)\right);$$

$$u_1'^3u_1(v_1'-v_1) = e^2e'^3\left(\frac{3}{8}\sin(q'-2q) - \frac{1}{8}\sin(3q'+2q) + \frac{1}{8}\sin(3q'-2q)\right)$$

$$+ee'^4\left(\frac{1}{4}\sin(2q'-q) + \frac{1}{8}\sin(4q'+q)\right);$$

$$u_1u_1'^2(v_1'-v_1)^2 = -ee'^4\left(\frac{1}{2}\cos q - \frac{1}{4}\cos(4q'+q)\right)$$

$$+e^2e'^3\left(\frac{1}{2}\cos(q'-2q) - \frac{1}{2}\cos(3q'+2q) + \frac{1}{2}\cos(3q'-2q)\right)$$

$$-e^3e'^2\left(\frac{1}{2}\cos q + \frac{1}{4}\cos(2q'-q) - \frac{1}{4}\cos(2q'+3q) + \frac{1}{4}\cos(2q'-3q)\right);$$

$$u_1'u_1^2(v_1'-v_1)^2 = -e'e^4\left(\frac{1}{2}\cos q' - \frac{1}{4}\cos(q'+4q)\right)$$

$$-e^2e'^3\left(\frac{1}{2}\cos q' + \frac{1}{4}\cos(q'-2q) - \frac{1}{4}\cos(3q'+2q) - \frac{1}{4}\cos(3q'-2q)\right)$$

$$+e^3e'^2\left(\frac{1}{2}\cos(2q'-q) - \frac{1}{2}\cos(2q'+3q) + \frac{1}{2}\cos(2q'-3q)\right);$$

$$u_1^3u_1'^2(v_1'-v_1) = e^2e'^3\left(\frac{1}{4}\sin q' + \frac{1}{8}\sin(q'-2q) + \frac{1}{8}\sin(3q'+2q) + \frac{1}{8}\sin(3q'-2q)\right)$$

$$-e^3e'^2\left(\frac{1}{4}\sin q - \frac{1}{8}\sin(2q'-q) + \frac{1}{8}\sin(2q'+3q) - \frac{1}{8}\sin(2q'-3q)\right);$$

(36) Cela posé, si l'on fait

$$m'.\frac{a}{a'^2}\cos p - m'\left(a^2 - 2aa'.\cos p + a'^2\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{m'}{2}\Sigma A^{(\lambda)}\cos\lambda p,$$

et si l'on convient de représenter la fonction $a^k a'^\mu \dfrac{d^{k+\mu}A^{(\lambda)}}{da^k da'^\mu}$ par $\dot{a}^k \dot{a}'^\mu$, on aura jusqu'aux quantités du quatrième ordre inclusivement :

$$\frac{r}{r'^2}\cos(v'-v) - \left\{r^2 - 2rr'\cos(v'-v) + r'^2\right\}^{-\frac{1}{2}} =$$

$$\left\{\begin{aligned}
&\Sigma\frac{1}{2}A^{(\lambda)} + e^2\Sigma\left(-\frac{\lambda^2}{2}A^{(\lambda)} + \frac{\dot{a}}{4} + \frac{1}{8}\dot{a}^2\right) + e'^2\Sigma\left(-\frac{\lambda^2}{2}A^{(\lambda)} + \frac{\dot{a}'}{4} + \frac{\dot{a}'^2}{8}\right)\\
&+e^4\Sigma\left[A^{(\lambda)}\left(-\frac{9}{128}\lambda^2 + \frac{\lambda^4}{8}\right) - \frac{\lambda^2}{16}\dot{a} - \frac{\lambda^2}{16}\dot{a}^2 + \frac{\dot{a}^3}{32} + \frac{\dot{a}^4}{128}\right]\\
&+e'^4\Sigma\left[A^{(\lambda)}\left(-\frac{9}{128}\lambda^2 + \frac{\lambda^4}{8}\right) - \frac{\lambda^2}{16}\dot{a}' - \frac{\lambda^2}{16}\dot{a}'^2 + \frac{\dot{a}'^3}{32} + \frac{\dot{a}'^4}{128}\right]\\
&+e^2e'^2\Sigma\left[\frac{\lambda^4}{2}A^{(\lambda)} - \frac{\lambda^2}{4}\dot{a} - \frac{\lambda^2}{4}\dot{a}' - \frac{\lambda^2}{8}\dot{a}^2 - \frac{\lambda^2}{8}\dot{a}'^2 + \frac{\dot{a}\dot{a}'}{8} + \frac{\dot{a}^2\dot{a}'}{16} + \frac{\dot{a}'^2\dot{a}}{16} + \frac{\dot{a}^2\dot{a}'^2}{32}\right]
\end{aligned}\right\}\cos\lambda p$$

$$+\left\{\begin{aligned}
&e\Sigma\left[-\lambda A^{(\lambda)} - \frac{\dot{a}}{2}\right] + ee'^2\Sigma\left[\lambda^3 A^{(\lambda)} - \frac{\lambda\dot{a}'}{2} + \frac{\lambda^2\dot{a}}{2} - \frac{\lambda\dot{a}'^2}{4} - \frac{\dot{a}\dot{a}'}{4} - \frac{\dot{a}\dot{a}'^2}{8}\right]\\
&+e^3\Sigma\left[A^{(\lambda)}\left(\frac{\lambda}{8} - \frac{5}{8}\lambda^2 + \frac{\lambda^3}{2}\right) + \dot{a}\left(\frac{3}{16} - \frac{7}{16}\lambda + \frac{\lambda^2}{4}\right) + \dot{a}^2\left(\frac{1}{8} + \frac{\lambda}{8}\right) - \frac{\dot{a}^3}{16}\right]
\end{aligned}\right\}\cos(\lambda p + q)$$

$$-\left\{\begin{array}{l} e'\Sigma\left\{\lambda A^{(\lambda)}-\frac{\dot a'}{2}\right\}+e'e^2\Sigma\left\{-\lambda^3 A^{(\lambda)}+\frac{\lambda\dot a}{2}+\frac{\lambda^2\dot a'}{2}+\frac{\lambda\dot a^2}{4}-\frac{\dot a\dot a'}{4}-\frac{\dot a'\dot a^2}{8}\right\} \\ +e'^3\Sigma\left\{-A^{(\lambda)}\left(\frac{\lambda}{8}+\frac{5}{8}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{2}\right)+\dot a'\left(\frac{3}{16}+\frac{7}{16}\lambda+\frac{\lambda^2}{4}\right)+\dot a'^2\left(-\frac{1}{8}+\frac{\lambda}{8}\right)-\frac{\dot a'^3}{16}\right\}\end{array}\right\}\cos(\lambda p+q')$$

$$-\left\{\begin{array}{l} e^2\Sigma\left\{A^{(\lambda)}\left(-\frac{5}{8}\lambda+\frac{\lambda^2}{2}\right)-\left(\frac{1}{4}-\frac{\lambda}{2}\right)\dot a+\frac{\dot a^2}{8}\right\} \\ +e^4\Sigma\left\{\begin{array}{l} A^{(\lambda)}\left(\frac{11}{48}\lambda-\frac{2}{3}\lambda^2+\frac{5}{8}\lambda^3-\frac{\lambda^4}{6}\right)+\dot a\left(\frac{1}{6}-\frac{23}{48}\lambda+\frac{\lambda^2}{2}-\frac{\lambda^3}{6}\right) \\ +\dot a^2\left(-\frac{1}{8}+\frac{3}{32}\lambda\right)+\frac{\lambda}{24}\dot a^3+\frac{\dot a^4}{96}\end{array}\right\} \\ +e^2e'^2\left\{\begin{array}{l} A^{(\lambda)}\left(\frac{5}{8}\lambda^3-\frac{\lambda^4}{2}\right)+\dot a\left(\frac{\lambda^2}{4}-\frac{\lambda^3}{2}\right)+\dot a'\left(-\frac{5}{16}\lambda+\frac{\lambda^2}{4}\right)+\dot a\dot a'\left(-\frac{1}{8}+\frac{\lambda}{4}\right) \\ -\frac{\lambda^2\dot a^2}{8}+\dot a'^2\left(-\frac{5}{32}\lambda+\frac{\lambda^2}{8}\right)+\frac{\dot a^2\dot a'}{16}-\dot a\dot a'^2\left(\frac{1}{16}-\frac{\lambda}{8}\right)+\frac{\dot a^2\dot a'^2}{32}\end{array}\right\}\end{array}\right\}\cos(\lambda p+2q)$$

$$-\left\{\begin{array}{l} e'^2\Sigma\left\{A^{(\lambda)}\left(\frac{5}{8}\lambda+\frac{\lambda^2}{2}\right)-\dot a'\left(\frac{1}{4}+\frac{\lambda}{2}\right)+\frac{\dot a'^2}{8}\right\} \\ +e'^4\Sigma\left\{\begin{array}{l} -A^{(\lambda)}\left(\frac{11}{48}\lambda+\frac{2}{3}\lambda^2+\frac{5}{8}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{6}\right)+\dot a'\left(\frac{1}{6}+\frac{23}{48}\lambda+\frac{\lambda^2}{2}+\frac{\lambda^3}{6}\right) \\ -\dot a'^2\left(\frac{1}{8}+\frac{3}{32}\lambda\right)-\frac{\lambda}{24}\dot a'^3+\frac{\dot a'^4}{96}\end{array}\right\} \\ +e^2e'^2\Sigma\left\{\begin{array}{l} -A^{(\lambda)}\left(\frac{5}{8}\lambda^3+\frac{\lambda}{2}\right)+\dot a\left(\frac{5}{16}\lambda+\frac{\lambda^2}{4}\right)+\dot a'\left(\frac{\lambda^2}{4}+\frac{\lambda^3}{2}\right)-\dot a\dot a'\left(\frac{1}{8}+\frac{\lambda}{4}\right) \\ +\dot a^2\left(\frac{5}{32}\lambda+\frac{\lambda^2}{8}\right)-\frac{\lambda^2}{8}\dot a'^2+\frac{\dot a'^2\dot a}{16}-\dot a'\dot a^2\left(\frac{1}{16}+\frac{\lambda}{8}\right)+\frac{\dot a^2\dot a'^2}{32}\end{array}\right\}\end{array}\right\}\cos(\lambda p+2q')$$

$$
+\left\{
\begin{array}{l}
ee'\Sigma\left\{ A^{(\lambda)}\lambda^2 - \frac{\lambda\dot{a}}{2} - \frac{\lambda\dot{a}'}{2} + \frac{\dot{a}\dot{a}'}{4} \right\} \\
+ee'^3\Sigma\left\{
\begin{array}{l}
-A^{(\lambda)}\left(\frac{\lambda^2}{8}+\frac{5}{8}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{2}\right)+\dot{a}\left(\frac{\lambda}{16}+\frac{5}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{4}\right)+\dot{a}'\left(\frac{3}{16}\lambda+\frac{7}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{4}\right) \\
-\dot{a}\dot{a}'\left(\frac{3}{32}+\frac{7}{32}\lambda+\frac{\lambda^2}{8}\right)-\dot{a}'^2\left(\frac{\lambda}{8}-\frac{\lambda^2}{8}\right)-\frac{\lambda}{16}\dot{a}'^3+\dot{a}\dot{a}'^2\left(\frac{1}{16}-\frac{\lambda}{16}\right)+\frac{\dot{a}\dot{a}'^3}{32}
\end{array}\right\} \\
+ee'^3\Sigma\left\{
\begin{array}{l}
-A^{(\lambda)}\left(\frac{\lambda^2}{8}+\frac{5}{8}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{2}\right)+\dot{a}\left(\frac{3}{16}\lambda+\frac{7}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{4}\right)+\dot{a}'\left(\frac{\lambda}{16}+\frac{5}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{4}\right) \\
-\dot{a}\dot{a}'\left(\frac{3}{32}+\frac{7}{32}\lambda+\frac{\lambda^2}{8}\right)-\dot{a}^2\left(\frac{\lambda}{8}-\frac{\lambda^2}{8}\right)-\frac{\lambda\dot{a}^3}{16}+\dot{a}^2\dot{a}'\left(\frac{1}{16}-\frac{\lambda}{16}\right)+\frac{\dot{a}'\dot{a}^3}{32}
\end{array}\right\}
\end{array}\right\}\cos(\lambda p+q'-q)
$$

$$
+\left\{
\begin{array}{l}
ee'\Sigma\left\{ -A^{(\lambda)}\lambda^2 + \frac{\lambda\dot{a}'}{2} - \frac{\lambda\dot{a}}{2} + \frac{\dot{a}\dot{a}'}{4} \right\} \\
+ee'^3\Sigma\left\{
\begin{array}{l}
A^{(\lambda)}\left(\frac{\lambda^2}{8}+\frac{5}{8}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{2}\right)+\dot{a}\left(\frac{\lambda}{16}+\frac{5}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{4}\right)+\dot{a}'\left(-\frac{3}{16}\lambda-\frac{7}{16}\lambda^2-\frac{\lambda^3}{4}\right) \\
-\dot{a}\dot{a}'\left(\frac{3}{32}+\frac{7}{32}\lambda+\frac{\lambda^2}{8}\right)+\dot{a}'^2\left(\frac{\lambda}{8}-\frac{\lambda^2}{8}\right)+\frac{\lambda\dot{a}'^3}{16}+\dot{a}\dot{a}'^2\left(\frac{1}{16}-\frac{\lambda}{16}\right)+\frac{\dot{a}\dot{a}'^3}{32}
\end{array}\right\} \\
+e'e^3\Sigma\left\{
\begin{array}{l}
A^{(\lambda)}\left(\frac{\lambda^2}{8}-\frac{5}{8}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{2}\right)+\dot{a}\left(\frac{3}{16}\lambda-\frac{7}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{4}\right)+\dot{a}'\left(-\frac{\lambda}{16}+\frac{5}{16}\lambda^2-\frac{\lambda^3}{4}\right) \\
+\dot{a}\dot{a}'\left(-\frac{3}{32}+\frac{7}{32}\lambda-\frac{\lambda^2}{8}\right)-\dot{a}^2\left(\frac{\lambda}{8}+\frac{\lambda^2}{8}\right)-\frac{\lambda\dot{a}^3}{16}+\dot{a}^2\dot{a}'\left(\frac{1}{16}+\frac{\lambda}{16}\right)+\frac{\dot{a}^3\dot{a}'}{32}
\end{array}\right\}
\end{array}\right\}\cos(\lambda p+q'+q)
$$

$$
+ee'^2\Sigma\left\{
\begin{array}{l}
-A^{(\lambda)}\left(\frac{5}{8}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{2}\right)-\dot{a}\left(\frac{5}{16}\lambda+\frac{\lambda^2}{4}\right)+\dot{a}'\left(\frac{\lambda}{4}+\frac{\lambda^2}{2}\right) \\
+\dot{a}\dot{a}'\left(\frac{1}{8}+\frac{\lambda}{4}\right)-\lambda\frac{\dot{a}'^2}{8}-\frac{\dot{a}\dot{a}'^2}{16}
\end{array}\right\}\cos(\lambda p+2q'+q)
$$

$$
+ee'^2\Sigma\left\{
\begin{array}{l}
A^{(\lambda)}\left(\frac{5}{8}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{2}\right)-\dot{a}\left(\frac{5}{16}\lambda+\frac{\lambda^2}{4}\right)-\dot{a}'\left(\frac{\lambda}{4}+\frac{\lambda^2}{2}\right) \\
+\dot{a}\dot{a}'\left(\frac{1}{8}+\frac{\lambda}{4}\right)+\lambda\frac{\dot{a}'^2}{8}-\frac{\dot{a}\dot{a}'^2}{16}
\end{array}\right\}\cos(\lambda p+2q'-q)
$$

$$
+e'e^2\Sigma\left\{
\begin{array}{l}
-A^{(\lambda)}\left(\frac{5}{8}\lambda^2-\frac{\lambda^3}{2}\right)-\dot{a}\left(\frac{\lambda}{4}-\frac{\lambda^2}{2}\right)+\dot{a}'\left(\frac{5}{16}\lambda-\frac{\lambda^2}{4}\right) \\
+\dot{a}\dot{a}'\left(\frac{1}{8}-\frac{\lambda}{4}\right)+\frac{\lambda\dot{a}^2}{8}-\frac{\dot{a}'\dot{a}'^2}{16}
\end{array}\right\}\cos(\lambda p+q'+2q)
$$

$$+e'e^2\Sigma\left\{\begin{array}{l} A^{(\lambda)}\left(\frac{5}{8}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{2}\right)-a\left(\frac{\lambda}{4}+\frac{\lambda^2}{2}\right)-a'\left(\frac{5}{16}\lambda+\frac{\lambda^2}{4}\right) \\ +aa'\left(\frac{1}{8}+\frac{\lambda}{4}\right)+\frac{\lambda a^2}{8}-\frac{a^2a'}{16} \end{array}\right\}\cos(\lambda p+q'-2q)$$

$$+e^3\Sigma\left\{-A^{(\lambda)}\left(\frac{13}{24}\lambda-\frac{5}{8}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{6}\right)+a\left(\frac{3}{16}+\frac{9}{16}\lambda-\frac{\lambda^2}{4}\right)+a^2\left(\frac{1}{8}-\frac{\lambda}{8}\right)-\frac{a^3}{48}\right\}\cos(\lambda p+3q)$$

$$+e'^3\Sigma\left\{A^{(\lambda)}\left(\frac{13}{24}\lambda+\frac{5}{8}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{6}\right)-a'\left(\frac{3}{16}+\frac{9}{16}\lambda+\frac{\lambda^2}{4}\right)+a'^2\left(\frac{1}{8}+\frac{\lambda}{8}\right)-\frac{a'^3}{48}\right\}\cos(\lambda p+3q')$$

$$+e^2e'^2\Sigma\left\{\begin{array}{l} A^{(\lambda)}\left(\frac{25}{64}\lambda^2+\frac{5}{8}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{4}\right)-a\left(\frac{5}{32}\lambda+\frac{7}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{4}\right)-a'\left(\frac{5}{32}\lambda+\frac{7}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{4}\right) \\ +aa'\left(\frac{1}{16}+\frac{\lambda}{4}+\frac{\lambda^2}{4}\right)+a^2\left(\frac{5}{64}\lambda+\frac{\lambda^2}{16}\right)+a'^2\left(\frac{5}{64}\lambda+\frac{\lambda^2}{16}\right)-a^2a'\left(\frac{1}{32}+\frac{\lambda}{16}\right) \\ -aa'^2\left(\frac{1}{32}+\frac{\lambda}{16}\right)+\frac{a^2a'^2}{64} \end{array}\right\}\cos(\lambda p+2q'-2q)$$

$$+e^2e'^2\Sigma\left\{\begin{array}{l} -A^{(\lambda)}\left(\frac{25}{64}\lambda^2-\frac{5}{8}\lambda^3-\frac{\lambda^4}{4}\right)-a\left(\frac{5}{32}\lambda-\frac{3}{16}\lambda^2-\frac{\lambda^3}{4}\right)+a'\left(\frac{5}{32}\lambda+\frac{3}{16}\lambda^2-\frac{\lambda^3}{4}\right) \\ +aa'\left(\frac{1}{16}-\frac{\lambda^2}{4}\right)+a^2\left(\frac{5}{64}\lambda+\frac{\lambda^2}{16}\right)+a'^2\left(-\frac{5}{64}\lambda+\frac{\lambda^2}{16}\right) \\ -a^2a'\left(\frac{1}{32}+\frac{\lambda}{16}\right)-a'^2a\left(\frac{1}{32}-\frac{\lambda}{16}\right)+\frac{a^2a'^2}{64} \end{array}\right\}\cos(\lambda p+2q'+2q)$$

$$+e^4\Sigma\left\{\begin{array}{l} -A^{(\lambda)}\left(\frac{103}{192}\lambda-\frac{283}{384}\lambda^2+\frac{5}{16}\lambda^3-\frac{\lambda^4}{24}\right)+a\left(-\frac{1}{6}+\frac{59}{96}\lambda-\frac{7}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{12}\right) \\ +a^2\left(\frac{1}{8}-\frac{13}{64}\lambda+\frac{\lambda^2}{16}\right)+a^3\left(-\frac{1}{32}+\frac{\lambda}{48}\right)+\frac{1}{384}a^4 \end{array}\right\}\cos(\lambda p+4q)$$

$$+e'^4\Sigma\left\{\begin{array}{l} A^{(\lambda)}\left(\frac{103}{192}\lambda+\frac{283}{384}\lambda^2+\frac{5}{16}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{4}\right)-a'\left(\frac{1}{6}+\frac{59}{96}\lambda+\frac{7}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{12}\right) \\ +a'^2\left(\frac{1}{8}+\frac{13}{64}\lambda+\frac{\lambda^2}{15}\right)-a'^3\left(\frac{1}{32}+\frac{\lambda}{48}\right)+\frac{1}{384}a'^4 \end{array}\right\}\cos(\lambda p+4q')$$

$$+ee'^3\Sigma\left\{\begin{array}{l} -A^{(\lambda)}\left(\frac{13}{24}\lambda^2+\frac{5}{8}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{6}\right)-\dot{a}\left(\frac{13}{48}\lambda+\frac{5}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{12}\right) \\ +\dot{a}'\left(\frac{3}{16}\lambda+\frac{9}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{4}\right)+\dot{a}\dot{a}'\left(\frac{3}{32}+\frac{9}{32}\lambda+\frac{\lambda^2}{8}\right) \\ -\dot{a}'^2\left(\frac{\lambda}{8}+\frac{\lambda^2}{8}\right)+\frac{\lambda\dot{a}'^3}{48}-\dot{a}\dot{a}'^2\left(\frac{1}{16}+\frac{\lambda}{16}\right)+\frac{\dot{a}\dot{a}'^3}{96} \end{array}\right\}\cos(\lambda p+3q'+q)$$

$$+e'e^3\Sigma\left\{\begin{array}{l} -A^{(\lambda)}\left(\frac{13}{24}\lambda^2-\frac{5}{8}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{6}\right)+\dot{a}\left(-\frac{3}{16}\lambda+\frac{9}{16}\lambda^2-\frac{\lambda^3}{4}\right) \\ +\dot{a}'\left(\frac{13}{48}\lambda-\frac{5}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{12}\right)+\dot{a}\dot{a}'\left(\frac{3}{32}-\frac{9}{32}\lambda+\frac{\lambda^2}{8}\right) \\ +\dot{a}^2\left(\frac{\lambda}{8}-\frac{\lambda^2}{8}\right)-\frac{\lambda}{48}\dot{a}^3+\dot{a}^2\dot{a}'\left(-\frac{1}{16}+\frac{\lambda}{16}\right)+\frac{\dot{a}'\dot{a}^3}{96} \end{array}\right\}\cos(\lambda p+3q+q')$$

$$+ee'^3\Sigma\left\{\begin{array}{l} A^{(\lambda)}\left(\frac{13}{24}\lambda^2+\frac{5}{8}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{6}\right)-\dot{a}'\left(\frac{3}{16}\lambda+\frac{9}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{4}\right)-\dot{a}\left(\frac{13}{48}\lambda+\frac{5}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{12}\right) \\ +\dot{a}\dot{a}'\left(\frac{3}{32}+\frac{9}{32}\lambda+\frac{\lambda^2}{8}\right)+\dot{a}'^2\left(\frac{\lambda}{8}+\frac{\lambda^2}{8}\right)-\frac{\lambda\dot{a}'^3}{48}-\dot{a}\dot{a}'^2\left(\frac{1}{16}+\frac{\lambda}{16}\right)+\frac{\dot{a}\dot{a}'^3}{96} \end{array}\right\}\cos(\lambda p+3q'-q)$$

$$+e'e^3\Sigma\left\{\begin{array}{l} A^{(\lambda)}\left(\frac{13}{24}\lambda^2+\frac{5}{8}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{6}\right)-\dot{a}'\left(\frac{13}{48}\lambda+\frac{5}{16}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{12}\right)-\dot{a}\left(\frac{3}{16}\lambda+\frac{9}{16}\lambda^2+\frac{\lambda_3}{4}\right) \\ \dot{a}\dot{a}'\left(\frac{3}{32}+\frac{9}{32}\lambda+\frac{\lambda^2}{8}\right)+\dot{a}^2\left(\frac{\lambda}{8}+\frac{\lambda^2}{8}\right)-\frac{\lambda\dot{a}^3}{48}-\dot{a}^2\dot{a}'\left(\frac{1}{16}+\frac{\lambda}{16}\right)+\frac{\dot{a}'\dot{a}^3}{96} \end{array}\right\}\cos(\lambda p-3q+q').$$

Il ne faut pas perdre de vue, que, dans cette formule, le signe Σ s'étend à toutes les valeurs de λ entières positives et négatives, y compris zéro.

(37) Pour développer la partie de la fonction R qui se trouve multipliée par γ^2 (voyez page 49), je remarque que d'après la formule posée dans la page 117, on obtiendra cette partie en posant, pour plus de simplicité;

$$B^{(\lambda-1)}+B^{(\lambda+1)}=C^{(\lambda)}; \qquad \lambda B^{(\lambda-1)}-\lambda B^{(\lambda+1)}=D^{(\lambda)};$$

$$Y = -\frac{\gamma^2}{4}(1-\cos 2s).\frac{m'a}{a'^2}\cos p - \frac{\gamma^2}{4}\sin 2s.\int dp.\frac{m'a}{a'^2}\cos p\,;$$

$$Y' = \frac{\gamma^2}{8}(1-\cos 2s).\frac{m'}{2}\Sigma C^{(\lambda)}\cos\lambda p + \frac{\gamma^2}{8}\sin 2s.\int dp.\frac{m'}{2}\Sigma D^{(\lambda)}\cos\lambda p\,;$$

$$Y'' = \frac{e\gamma^2}{4}\left\{\cos(2s-q)-\cos(2s+q)\right\}\frac{m'}{2}\Sigma C^{(\lambda)}\cos\lambda p$$

$$-\frac{e\gamma^2}{4}\left\{\sin(2s-q)-\sin(2s+q)\right\}\int dp.\frac{m'}{2}\Sigma D^{(\lambda)}\cos\lambda p\,;$$

$$Y''' = \frac{e^2\gamma^2}{8}\left\{2\cos 2s-\frac{3}{4}\cos(2s-2q)-\frac{13}{4}\cos(2s+2q)\right\}\frac{m'}{2}\Sigma C^{(\lambda)}\cos\lambda p$$

$$-\frac{e^2\gamma^2}{8}\left\{2\sin 2s-\frac{3}{4}\sin(2s-2q)-\frac{13}{4}\sin(2s+2q)\right\}\int dp.\frac{m'}{2}\Sigma D^{(\lambda)}\cos\lambda p\,;$$

et en cherchant, à l'aide de la formule précédente, les termes multipliés par γ^2, $e\gamma^2$, $e'\gamma^2$, $e^2\gamma^2$, $e'^2\gamma^2$, $ee'\gamma^2$, qui se trouvent dans le développement de la fonction $Y+Y'+Y''+Y'''$. Suivant ce principe on trouvera:

Développement de $\frac{a}{a'^2}\cos p =$

$$\frac{a}{a'^2}\left\{\begin{array}{l}(1-\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{2}e'^2)\cos p-\frac{3}{2}e\cos(p+q)+\frac{e}{2}\cos(p-q)+2e'\cos(p+q') \\ +\frac{e^2}{8}\cos(p+2q)+\frac{3}{8}e^2\cos(p-2q)+\frac{27}{8}e'^2\cos(p+2q')+\frac{1}{8}e'^2\cos(p-2q') \\ +ee'\cos(p+q'-q)-3ee'\cos(p+q'+q)\end{array}\right\};$$

Développement de $\frac{m'}{2}\Sigma C^{(\lambda)}\cos\lambda p =$

$$\left\{\frac{1}{2}\Sigma C^{(\lambda)}-e^2\Sigma\left(\frac{\lambda^2}{2}C^{(\lambda)}-\frac{\dot{a}_1}{4}-\frac{\dot{a}_1^2}{8}\right)-e'^2\Sigma\left(\frac{\lambda^2}{2}C^{(\lambda)}-\frac{\dot{a}_1'}{4}-\frac{\dot{a}_1'^2}{8}\right)\right\}\cos\lambda p$$

$$[illegible]\,\Sigma\left\{\lambda C^{(\lambda)}+\frac{\dot{a}_1}{2}\right\}\cos(\lambda p+q)+e'\Sigma\left\{\lambda C^{(\lambda)}-\frac{\dot{a}_1'}{2}\right\}\cos(\lambda p+q')$$

$$- e^2 \Sigma \left\{ C^{(\lambda)} \left(\frac{5}{8}\lambda - \frac{\lambda^2}{2} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{\lambda}{2} \right) \dot{a}_1 - \frac{\dot{a}_1^2}{8} \right\} \cos(\lambda p + 2q)$$

$$+ e'^2 \Sigma \left\{ C^{(\lambda)} \left(\frac{5}{8}\lambda + \frac{\lambda^2}{2} \right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{\lambda}{2} \right) \dot{a}_1' + \frac{\dot{a}_1'^2}{8} \right\} \cos(\lambda p + 2q')$$

$$+ ee' \Sigma \left\{ C^{(\lambda)} \lambda^2 - \frac{\lambda}{2} \dot{a}_1 - \lambda \frac{\dot{a}_1'}{2} + \frac{\dot{a}_1 \dot{a}_1'}{4} \right\} \cos(\lambda p + q' - q)$$

$$- ee' \Sigma \left\{ C^{(\lambda)} \lambda^2 - \frac{\lambda}{2} \dot{a}_1' + \frac{\lambda \dot{a}_1}{2} - \frac{\dot{a}_1 \dot{a}_1'}{4} \right\} \cos(\lambda p + q' + q);$$

en observant, que, pour abréger, on a écrit

$$\dot{a}_1^{\,k}\, \dot{a}_1'^{\,\mu} \quad \text{au lieu de} \quad a^k a'^{\mu} \frac{d^{k+\mu} C^{(\lambda)}}{da^k\, da'^{\mu}}.$$

Il est clair qu'on aura le développement de $\frac{m'}{2} \Sigma . D^{(\lambda)} \cos \lambda p$ en changeant en $D^{(\lambda)}$ dans celui de $\frac{m'}{2} \Sigma\, C^{(\lambda)} \cos \lambda p$.

Conformément aux formules posées dans les pages 106, 107, et la notation dé dans la page 120, nous avons ici;

$$C^{(\lambda)} = \frac{\alpha}{a'} \left\{ b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)} + b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda+1)} \right\};$$

$$\dot{a}_1 = \frac{\alpha}{a'} \left\{ b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)} + \ddot{\alpha}_{(\lambda-1)} \right\} + \frac{\alpha}{a'} \left\{ b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda+1)} + \ddot{\alpha}_{(\lambda+1)} \right\};$$

$$\dot{a}_1^2 = \frac{\alpha}{a'} \left\{ 2\ddot{\alpha}_{(\lambda-1)} + \ddot{\alpha}^2_{(\lambda-1)} \right\} + \frac{\alpha}{a'} \left\{ 2\ddot{\alpha}_{(\lambda+1)} + \ddot{\alpha}^2_{(\lambda+1)} \right\};$$

$$\dot{a}_1' = -\frac{\alpha}{a'} \left\{ 2b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)} + \ddot{\alpha}_{(\lambda-1)} \right\} - \frac{\alpha}{a'} \left\{ 2b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda+1)} + \ddot{\alpha}_{(\lambda+1)} \right\};$$

$$d'^{\,2}_{\,1} = \frac{\alpha}{a'}\left\{6.b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)} + 6\ddot{\alpha}_{(\lambda-1)} + \ddot{\alpha}^2_{(\lambda-1)}\right\} + \frac{\alpha}{a'}\left\{6.b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda+1)} + 6\ddot{\alpha}_{(\lambda+1)} + \ddot{\alpha}^2_{(\lambda+1)}\right\};$$

$$d_1 d'_1 = -\frac{\alpha}{a'}\left\{2b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)} + 4\ddot{\alpha}_{(\lambda-1)} + \ddot{\alpha}^2_{(\lambda-1)}\right\} - \frac{\alpha}{a'}\left\{2b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda+1)} + 4\alpha_{(\lambda+1)} + \ddot{\alpha}^2_{(\lambda+1)}\right\}.$$

Si l'on observe maintenant, qu'en général on a,

$$\Sigma F(\lambda)\cos(\lambda p+\beta).\cos\varphi = \frac{1}{2}\Sigma F(\lambda)\left\{\cos(\lambda p+\beta+\varphi)+\cos(\lambda p+\beta-\varphi)\right\};$$

$$-\int dp\,\Sigma f(\lambda).\cos(\lambda p+\beta)\sin\varphi = \frac{1}{2}\Sigma\frac{f(\lambda)}{\lambda}\left\{\cos(\lambda p+\beta+\varphi)-\cos(\lambda p+\beta-\varphi)\right\};$$

on en conclura, que, dans le cas particulier, où les fonctions $F(\lambda)$, $\frac{f(\lambda)}{\lambda}$ sont de la forme; $F(\lambda)=\Psi(\lambda)+\Gamma(\lambda)$; $\frac{f(\lambda)}{\lambda}=\Psi(\lambda)-\Gamma(\lambda)$, on a l'équation

$$\Sigma F(\lambda)\cos(\lambda p+\beta).\cos\varphi - \int dp\,\Sigma f(\lambda)\cos(\lambda p+\beta).\sin\varphi$$
$$= \Sigma\Psi(\lambda)\cos(\lambda p+\beta+\varphi)+\Sigma\Gamma(\lambda)\cos(\lambda p+\beta-\varphi).$$

Cela posé on trouvera aisément les résultats suivants:

Développement de la fonction $Y=$

$$-\frac{\gamma^2}{4}.\frac{\alpha}{a'}\left(\begin{array}{l}
\left(1-\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{2}e'^2\right)\left\{\cos p-\cos(p+2s)\right\}-\frac{3}{2}e\left\{\cos(p+q)-\cos(p+q+2s)\right\}\\
+\frac{e}{2}\left\{\cos(p-q)-\cos(p-q+2s)\right\}+2e'\left\{\cos(p+q')-\cos(p+q'+2s)\right\}\\
+\frac{e^2}{8}\left\{\cos(p+2q)-\cos(p+2q+2s)\right\}+\frac{3}{8}e^2\left\{\cos(p-2q)-\cos(p-2q+2s)\right\}\\
+\frac{27}{8}e'^2\left\{\cos(p+2q')-\cos(p+2q'+2s)\right\}+\frac{1}{8}e'^2\left\{\cos(p-2q')-\cos(p-2q'+2s)\right\}\\
+ee'\left\{\cos(p+q'-q)-\cos(p+q'-q+2s)\right\}\\
-3ee'\left\{\cos(p+q'+q)-\cos(p+q'+q+2s)\right\}
\end{array}\right);$$

Développement de la fonction $Y' =$

$$\frac{\gamma^2}{8}\cdot\frac{\alpha}{a'}\left\{\begin{array}{l}
\Sigma\left(G_1^{(\lambda-1)}+G_1^{(\lambda+1)}\right)\cos\lambda p \\
+\ e\Sigma\left(G_2^{(\lambda-1)}+G_2^{(\lambda+1)}\right)\cos(\lambda p+q) \\
+\ e'\Sigma\left(G_3^{(\lambda-1)}+G_3^{(\lambda+1)}\right)\cos(\lambda p+q') \\
+\ e^2\Sigma\left(G_4^{(\lambda-1)}+G_4^{(\lambda+1)}\right)\cos(\lambda p+2q) \\
+\ e'^2\Sigma\left(G_5^{(\lambda-1)}+G_5^{(\lambda+1)}\right)\cos(\lambda p+2q') \\
+\ ee'\Sigma\left(G_6^{(\lambda-1)}+G_6^{(\lambda+1)}\right)\cos(\lambda p+q'-q) \\
+\ ee'\Sigma\left(G_7^{(\lambda-1)}+G_7^{(\lambda+1)}\right)\cos(\lambda p+q'+q)
\end{array}\right\}$$

$$-\frac{\gamma^2}{8}\cdot\frac{\alpha}{a'}\left\{\begin{array}{l}
\Sigma G_1^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p+2s)+\Sigma G_1^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p-2s) \\
+\ e\Sigma G_2^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p+q+2s)+e\Sigma G_2^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p+q-2s) \\
+\ e'\Sigma G_3^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p+q'+2s)+e'\Sigma G_3^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p+q'-2s) \\
+\ e^2\Sigma G_4^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p+2q+2s)+e^2\Sigma G_4^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p+2q-2s) \\
+\ e'^2\Sigma G_5^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p+2q'+2s)+e'^2\Sigma G_5^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p+2q'-2s) \\
+\ ee'\Sigma G_6^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p+q'-q+2s)+ee'\Sigma G_6^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p+q'-q-2s) \\
+\ ee'\Sigma G_7^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p+q'+q+2s)+ee'\Sigma G_7^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p+q'+q-2s)
\end{array}\right\}$$

Développement de la fonction $V''=$

$$\frac{e\gamma^2}{4}\frac{\alpha}{a'}\left\{\begin{array}{l} \Sigma G_1^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p+2s-q)+\Sigma G_1^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p-2s+q) \\ +e\Sigma G_2^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p+2s)+e\Sigma G_2^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p+2q-2s) \\ +e'\Sigma G_3^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p+q'+2s-q)+e'\Sigma G_3^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p+q'-2s+q) \end{array}\right\}$$

$$-\frac{e\gamma^2}{4}\frac{\alpha}{a'}\left\{\begin{array}{l} \Sigma G_1^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p+2s+q)+\Sigma G_1^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p-2s-q) \\ +e\Sigma G_2^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p+2s+2q)+e\Sigma G_2^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p-2s) \\ +e'\Sigma G_3^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p+q'+2s+q)+e'\Sigma G_3^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p+q'-2s-q) \end{array}\right\};$$

Développement de la fonction $V'''=$

$$\frac{e^2\gamma^2}{8}\frac{\alpha}{a'}\left\{\begin{array}{l} \Sigma b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}\left\{\cos(\lambda p+2s)-\frac{3}{8}\cos(\lambda p-2q+2s)-\frac{13}{8}\cos(\lambda p+2q+2s)\right\} \\ +\Sigma b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda+1)}\left\{\cos(\lambda p-2s)-\frac{3}{8}\cos(\lambda p+2q-2s)-\frac{13}{8}\cos(\lambda p-2q-2s)\right\} \end{array}\right\};$$

où l'on a fait pour plus de simplicité

$$G_1^{(\lambda-1)}=\frac{1}{2}b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}+(e^2+e'^2)\left\{\left(\frac{1}{4}-\frac{\lambda^2}{2}\right)b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}+\frac{1}{2}\alpha\frac{db_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}}{d\alpha}+\frac{1}{8}\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}}{d\alpha^2}\right\};$$

$$G_2^{(\lambda-1)}=-\left(\lambda+\frac{1}{2}\right)b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}-\frac{1}{2}\alpha\frac{db_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}}{d\alpha};$$

$$G_3^{(\lambda-1)}=(\lambda+1)b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}+\frac{1}{2}\alpha\frac{db_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}}{d\alpha};$$

$$G_4^{(\lambda-1)} = -\left(\frac{1}{4}+\frac{\lambda}{8}-\frac{\lambda^2}{2}\right) b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)} + \frac{\lambda}{2}\alpha \frac{db_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}}{d\alpha} + \frac{1}{8}\alpha^2 \frac{d^2 b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}}{d\alpha^2};$$

$$G_5^{(\lambda-1)} = \left(\frac{5}{4}+\frac{13}{8}\lambda+\frac{\lambda^2}{2}\right) b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)} + \left(1+\frac{\lambda}{2}\right)\alpha \frac{db_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}}{d\alpha} + \frac{1}{8}\alpha^2 \frac{d^2 b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}}{d\alpha^2};$$

$$G_6^{(\lambda-1)} = -\left(\frac{1}{2}-\frac{\lambda}{2}-\lambda^2\right) b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)} - \alpha \frac{db_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}}{d\alpha} - \frac{1}{4}\alpha^2 \frac{d^2 b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}}{d\alpha^2};$$

$$G_7^{(\lambda-1)} = -\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\lambda+\lambda^2\right) b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)} - (1+\lambda)\alpha \frac{db_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}}{d\alpha} - \frac{1}{4}\alpha^2 \frac{d^2 b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}}{d\alpha^2}.$$

On aura les valeurs de $G_1^{(\lambda+1)}$, $G_2^{(\lambda+1)}$, ... $G_7^{(\lambda+1)}$ par le seul changement de $b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda+1)}$ au lieu de $b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}$.

Maintenant, si l'on fait la réunion de ces parties, on aura

$$-\frac{\gamma^2}{4}\cdot\frac{r}{r'^2}\left\{\cos(v'-v)-\cos(v'+v)\right\}\left\{1-\left(1-\frac{2r}{r'}\cos(v'-v)+\frac{r^2}{r'^2}\right)^{-\frac{3}{2}}\right\} =$$

$$\frac{\gamma^2}{8}\cdot\frac{\alpha}{a'}\left\{\begin{aligned}
&(2-e^2-e'^2)\left\{\cos(p+2s)-\cos p\right\}-3e\left\{\cos(p+q+2s)-\cos(p+q)\right\}\\
&+e\left\{\cos(p-q+2s)-\cos(p-q)\right\}+4e'\left\{\cos(p+q'+2s)-\cos(p+q')\right\}\\
&+\frac{e^2}{4}\left\{\cos(p+2q+2s)-\cos(p+2q)\right\}+\frac{3}{4}e^2\left\{\cos(p-2q+2s)-\cos(p-2q)\right\}\\
&+\frac{27}{4}e'^2\left\{\cos(p+2q'+2s)-\cos(p+2q')\right\}+\frac{1}{4}e'^2\left\{\cos(p-2q'+2s)-\cos(p-2q')\right\}\\
&+2ee'\left\{\cos(p+q'-q+2s)-\cos(p+q'-q)\right\}-6ee'\left\{\cos(p+q'+q+2s)-\cos(p+q'+q)\right\}
\end{aligned}\right.$$

$$\frac{\alpha}{a'}\left\{\begin{array}{l}\Sigma\left(G_1^{(\lambda-1)}+G_1^{(\lambda+1)}\right)\cos\lambda p+e\Sigma\left(G_2^{(\lambda-1)}+G_2^{(\lambda+1)}\right)\cos(\lambda p+q)\\+\;e'\Sigma\left(G_3^{(\lambda-1)}+G_3^{(\lambda+1)}\right)\cos(\lambda p+q')+e^2\Sigma\left(G_4^{(\lambda-1)}+G_4^{(\lambda+1)}\right)\cos(\lambda p+2q)\\+e'^2\Sigma\left(G_5^{(\lambda-1)}+G_5^{(\lambda+1)}\right)\cos(\lambda p+2q')\\+ee'\Sigma\left(G_6^{(\lambda-1)}+G_6^{(\lambda+1)}\right)\cos(\lambda p+q'-q)\\+ee'\Sigma\left(G_7^{(\lambda-1)}+G_7^{(\lambda-1)}\right)\cos(\lambda p+q'+q)\end{array}\right\}$$

$$\frac{\alpha}{a'}\left\{\begin{array}{l}\Sigma\left\{G_1^{(\lambda-1)}-2e^2G_2^{(\lambda-1)}-b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}\right\}\cos(\lambda p+2s)\\+\;\Sigma\left\{G_1^{(\lambda+1)}+2e^2G_2^{(\lambda+1)}-b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda+1)}\right\}\cos(\lambda p-2s)\\+\;e\Sigma\left(G_2^{(\lambda-1)}+2G_1^{(\lambda-1)}\right)\cos(\lambda p+q+2s)\\+\;e\Sigma\left(G_2^{(\lambda+1)}-2G_1^{(\lambda+1)}\right)\cos(\lambda p+q-2s)\\+\;e'\Sigma G_3^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p+q'+2s)+e'\Sigma G_3^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p+q'-2s)\\-\;2e\Sigma G_1^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p-q+2s)+2e\Sigma G_1^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p-q-2s)\\+\;e^2\Sigma\left(G_4^{(\lambda-1)}+2G_2^{(\lambda-1)}+\frac{13}{8}b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}\right)\cos(\lambda p+2q+2s)\\+\;e^2\Sigma\left(G_4^{(\lambda+1)}-2G_2^{(\lambda+1)}+\frac{3}{8}b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda+1)}\right)\cos(\lambda p+2q-2s)\\+\frac{3}{8}e^2\Sigma b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p-2q+2s)+\frac{13}{8}e^2\Sigma b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p-2q-2s)\\+e'^2\Sigma G_5^{(\lambda-1)}\cos(\lambda p+2q'+2s)+e'^2\Sigma G_5^{(\lambda+1)}\cos(\lambda p+2q'-2s)\end{array}\right\}$$

$$-\frac{\gamma^2}{8}\,\frac{\alpha}{a'}\left\{\begin{array}{l}+ee'\Sigma\left(G_6^{(\lambda-1)}-2G_3^{(\lambda-1)}\right)\cos(\lambda p+q'-q+2s)\\ +ee'\Sigma\left(G_6^{(\lambda+1)}+2G_3^{(\lambda+1)}\right)\cos(\lambda p+q'-q-2s)\\ +ee'\Sigma\left(G_7^{(\lambda-1)}+2G_3^{(\lambda-1)}\right)\cos(\lambda p+q'+q+2s)\\ +ee'\Sigma\left(G_7^{(\lambda+1)}-2G_3^{(\lambda+1)}\right)\cos(\lambda p+q'+q-2s)\end{array}\right\}.$$

Pour compléter les termes du quatrième ordre qui appartiennent au développement de la fonction R, il faudra aussi avoir égard à ceux multipliés par γ^4, lesquels sont tous compris dans la fonction

$$+\frac{3}{16}\cdot m'\frac{\alpha}{a'}\gamma^4(\cos p-\cos D)\left\{1-\frac{1}{2}\Sigma b_{\frac{3}{2}}^{(\lambda)}\cos\lambda p\right\}$$

$$-\frac{3}{128}\cdot m'\frac{\alpha^2}{a'}\gamma^4\{2+\cos 2p+\cos 2D-2\cos.2s'-2\cos.2s\}\Sigma b_{\frac{5}{2}}^{(\lambda)}\cos\lambda p,$$

comme il est aisé de le conclure des formules posées dans la page 118.

(38) Les résultats qu'on vient de trouver fournissent aisément la valeur particulière de R, indépendante des moyens mouvemens, qui sert au calcul des inégalités séculaires. Pour cela on fera: $\lambda=0$, dans les coefficiens de $\cos\lambda p$, $\cos(\lambda p+2q-2s)$; $\lambda=-1$, dans les coefficiens de $\cos(\lambda p+q'-q)$, $\cos(\lambda p+q'+q-2s)$; $\lambda=-2$, dans les coefficiens de $\cos(\lambda p+2q'-2q)$, $\cos(\lambda p+2q'-2s)$; ce qui donnera, en désignant par $\bar{R}$ cette valeur particulière de R;

$$\bar{R} =$$

$$\text{s.o}\left\{\begin{aligned}
&\frac{1}{2}A^{(0)} + \frac{e^2}{4}\left(a\frac{dA^{(0)}}{da} + \frac{1}{2}a^2\frac{d^2A^{(0)}}{da^2}\right) + \frac{e'^2}{4}\left(a'\frac{dA^{(0)}}{da'} + \frac{1}{2}a'^2\frac{d^2A^{(0)}}{da'^2}\right)\\
&+\frac{e^4}{32}\left(a^3\frac{d^3A^{(0)}}{da^3} + \frac{1}{4}a^4\frac{d^4A^{(0)}}{da^4}\right) + \frac{e'^4}{32}\left(a'^3\frac{d^3A^{(0)}}{da'^3} + \frac{1}{4}a'^4\frac{d^4A^{(0)}}{da'^4}\right)\\
&+\frac{e^2e'^2}{8}\left(aa'\frac{d^2A^{(0)}}{dada'} + \frac{1}{2}a^2a'\frac{d^3A^{(0)}}{da^2da'} + \frac{1}{2}aa'^2\frac{d^3A^{(0)}}{dada'^2} + \frac{1}{4}a^2a'^2\frac{d^4A^{(0)}}{da^2da'^2}\right)\\
&+\frac{\gamma^2}{8}\frac{\alpha}{a'}b^{(1)}_{\frac{3}{2}} + \frac{\alpha}{a'}\frac{\gamma^2}{16}(e^2+e'^2)\left(b^{(1)}_{\frac{3}{2}} + 2\alpha\frac{db^{(1)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha} + \frac{1}{2}\alpha^2\frac{d^2b^{(1)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}\right)\\
&-\frac{3}{32}\cdot\gamma^4\frac{\alpha}{a'}\left(b^{(1)}_{\frac{5}{2}} + \frac{1}{2}\alpha\, b^{(0)}_{\frac{5}{2}} + \frac{1}{4}\alpha\, b^{(2)}_{\frac{5}{2}}\right)
\end{aligned}\right\}$$

$$'ee'\cos(\varpi-\varpi')\left\{\begin{aligned}
&A^{(1)} + \frac{1}{2}a\frac{dA^{(1)}}{da} + \frac{1}{2}a'\frac{dA^{(1)}}{da'} + \frac{1}{4}aa'\frac{d^2A^{(1)}}{dada'}\\
&+\frac{e^2}{4}\left(a^2\frac{d^2A^{(1)}}{da^2} + \frac{1}{4}a^3\frac{d^3A^{(1)}}{da^3} + \frac{1}{2}a^2a'\frac{d^3A^{(1)}}{da^2da'} + \frac{1}{8}a'a^3\frac{d^4A^{(1)}}{da'da^3}\right)\\
&+\frac{e'^2}{4}\left(a'^2\frac{d^2A^{(1)}}{da'^2} + \frac{1}{4}a'^3\frac{d^3A^{(1)}}{da'^3} + \frac{1}{2}aa'^2\frac{d^3A^{(1)}}{dada'^2} + \frac{1}{8}aa'^3\frac{d^4A^{(1)}}{dada'^3}\right)\\
&-\frac{\gamma^2}{8}\frac{\alpha}{a'}\left(\alpha\frac{db^{(0)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha} + \alpha\frac{db^{(2)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha} + \frac{1}{4}\alpha^2\frac{d^2b^{(0)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2} + \frac{1}{4}\alpha^2\frac{d^2b^{(2)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}\right)
\end{aligned}\right\}$$

$$e^2e'^2\cos(2\varpi-2\varpi')\left\{\begin{aligned}
&\frac{9}{16}\left(A^{(2)} + a\frac{dA^{(2)}}{da} + a'\frac{dA^{(2)}}{da'} + aa'\frac{d^2A^{(2)}}{dada'}\right)\\
&+\frac{3}{32}\left(a^2\frac{d^2A^{(2)}}{da^2} + a'^2\frac{d^2A^{(2)}}{da'^2} + a^2a'\frac{d^3A^{(2)}}{da^2da'} + aa'^2\frac{d^3A^{(2)}}{dada'^2}\right)\\
&+\frac{1}{64}a^2a'^2\frac{d^4A^{(2)}}{da^2da'^2}
\end{aligned}\right\}$$

$$\frac{e^2\gamma^2}{8}\cdot\frac{\alpha}{a'}\cos(2\Pi-2\varpi)\left\{\frac{3}{2}b^{(1)}_{\frac{3}{2}} + \alpha\frac{db^{(1)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha} + \frac{1}{8}\alpha^2\frac{d^2b^{(1)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}\right\}$$

$$-m'\frac{e'^2\gamma^2}{8}\frac{\alpha}{a'}\cos(2\Pi-2\varpi')\left\{\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{3}{2}}^{(1)}}{d\alpha^2}\right\}$$

$$+m'\frac{ee'\gamma^2}{8}\cdot\frac{\alpha}{a'}\cos(2\Pi-\varpi-\varpi')\left\{\alpha\frac{db_{\frac{3}{2}}^{(0)}}{d\alpha}+\frac{1}{4}\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{3}{2}}^{(0)}}{d\alpha^2}\right\}.$$

Les termes de cette formule, dépendans du coefficient $A^{(1)}$, donnent un résultat *nul*, soit en y faisant $A^{(1)}=\frac{a}{a'^2}$, soit en posant $A^{(1)}=\frac{a'}{a^2}$; ce qui confirme un théorème facile à démontrer *a priori*; savoir, que le coefficient de m', appartenant au développement de la fonction $\overline{R}$, doit demeurer le même lorsqu'on considère l'action réciproque de la planète m sur la planète m'. En conséquence il suffit de faire $a'A^{(0)}=-b_{\frac{1}{2}}^{(0)}$, $a'A^{(1)}=-b_{\frac{1}{2}}^{(1)}$, $a'A^{(2)}=-b_{\frac{1}{2}}^{(2)}$, pour obtenir une valeur de $\overline{R}$ applicable aux deux planètes par le seul changement de m, au lieu de m'.

Maintenant, à l'aide des formules posées dans les pages 68 et 69, on aura aisément l'expression suivante de $a'\overline{R}$, en fonction des coefficiens $b_{\frac{1}{2}}^{(0)}$, $b_{\frac{1}{2}}^{(1)}$, $b_{\frac{1}{2}}^{(2)}$, $b_{\frac{3}{2}}^{(0)}$, $b_{\frac{3}{2}}^{(1)}$, $b_{\frac{3}{2}}^{(2)}$, $b_{\frac{5}{2}}^{(0)}$, $b_{\frac{5}{2}}^{(2)}$.

$$a'\overline{R}=$$

$$m'\cos.0\left\{\begin{aligned}&-\frac{1}{2}b_{\frac{1}{2}}^{(0)}-\frac{1}{4}(e^2+e'^2)\left(\alpha\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{d\alpha}+\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{d\alpha^2}\right)-\frac{e^4}{32}\left(\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{d\alpha^3}+\frac{1}{4}\alpha^4\frac{d^4b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{d\alpha^4}\right)\\&-\frac{e'^4}{32}\left(6\alpha\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{d\alpha}+9\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{d\alpha^2}+3\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{d\alpha^3}+\frac{1}{4}\alpha^4\frac{d^4b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{d\alpha^4}\right)\\&-\frac{e^2e'^2}{8}\left(\alpha\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{d\alpha}+\frac{7}{2}\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{d\alpha^2}+2\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{d\alpha^3}+\frac{1}{4}\alpha^4\frac{d^4b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{d\alpha^4}\right)\\&+\frac{\gamma^2}{8}\alpha b_{\frac{3}{2}}^{(1)}+\frac{\gamma^2}{16}(e^2+e'^2)\alpha\left(b_{\frac{3}{2}}^{(1)}+2\alpha\frac{db_{\frac{3}{2}}^{(1)}}{d\alpha}+\frac{1}{2}\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{3}{2}}^{(1)}}{d\alpha^2}\right)\end{aligned}\right.$$

$$\frac{r}{r'^2}\cos(v'-v)-\left\{r^2-2rr'\cos(v'-v)+r'^2\right\}^{-\frac{1}{2}}=$$

$$e^5\Sigma\left\{\begin{array}{l}
A^{(\lambda)}\left(-\frac{1097}{1920}\lambda+\frac{7}{8}\lambda^2-\frac{179}{384}\lambda^3+\frac{5}{48}\lambda^4-\frac{\lambda^5}{120}\right)\\
+\left(-\frac{125}{768}+\frac{11}{16}\lambda-\frac{475}{768}\lambda^2+\frac{19}{96}\lambda^3-\frac{1}{48}\lambda^4\right)\alpha\\
+\left(\frac{25}{192}-\frac{13}{48}\lambda+\frac{9}{64}\lambda^2-\frac{\lambda^3}{48}\right)\alpha^2\\
+\left(-\frac{5}{128}+\frac{17}{384}\lambda-\frac{\lambda^2}{96}\right)\alpha^3+\left(\frac{1}{192}-\frac{\lambda}{384}\right)\alpha^4-\frac{\alpha^5}{3840}
\end{array}\right\}\cos(\lambda p+5q)$$

$$e'^5\Sigma\left\{\begin{array}{l}
A^{(\lambda)}\left(\frac{1097}{1920}\lambda+\frac{7}{8}\lambda^2+\frac{179}{384}\lambda^3+\frac{5}{48}\lambda^4+\frac{\lambda^5}{120}\right)\\
-\left(\frac{125}{768}+\frac{11}{16}\lambda+\frac{475}{768}\lambda^2+\frac{19}{96}\lambda^3+\frac{1}{48}\lambda^4\right)\alpha'\\
+\left(\frac{25}{192}+\frac{13}{48}\lambda+\frac{9}{64}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{48}\right)\alpha'^2-\left(\frac{5}{128}+\frac{17}{384}\lambda+\frac{\lambda^2}{96}\right)\alpha'^3\\
+\left(\frac{1}{192}+\frac{\lambda}{384}\right)\alpha'^4-\frac{\alpha'^5}{3840}
\end{array}\right\}\cos(\lambda p+5q')$$

$$ee'^4\Sigma\left\{\begin{array}{l}
-A^{(\lambda)}\left(\frac{103}{192}\lambda^2+\frac{283}{384}\lambda^3+\frac{5}{16}\lambda^4+\frac{\lambda^5}{24}\right)\\
-\left(\frac{103}{384}\lambda+\frac{283}{768}\lambda^2+\frac{5}{32}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{48}\right)\alpha\\
+\left(\frac{\lambda}{6}+\frac{59}{96}\lambda^2+\frac{7}{16}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{12}\right)\alpha'\\
+\left(\frac{1}{12}+\frac{59}{192}\lambda+\frac{7}{32}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{24}\right)\alpha\alpha'\\
-\left(\frac{\lambda}{8}+\frac{13}{64}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{16}\right)\alpha'^2+\left(\frac{\lambda}{32}+\frac{\lambda^2}{48}\right)\alpha'^3\\
-\left(\frac{1}{16}+\frac{13}{128}\lambda+\frac{\lambda^2}{32}\right)\alpha\alpha'^2+\left(\frac{1}{64}+\frac{\lambda}{96}\right)\alpha\alpha'^3-\frac{\lambda}{384}\alpha'^4-\frac{\alpha\alpha'^4}{768}
\end{array}\right\}\cos(\lambda p+4q'+q)$$

$$+\frac{e^2}{32}\left\{6A^{(1)}+10.a\frac{dA^{(1)}}{da}-24.a^2\frac{d^2A^{(1)}}{da^2}-4a^3\frac{d^3A^{(1)}}{da^3}-a^4\frac{d^4A^{(1)}}{da^4}\right\}$$

$$+\frac{e'^2}{32}\left\{-16A^{(1)}-58.a\frac{dA^{(1)}}{da}-42.a^2\frac{d^2A^{(1)}}{da^2}-12.a^3\frac{d^3A^{(1)}}{da^3}-a^4\frac{d^4A^{(1)}}{da^4}\right\},$$

qui résulte de cette formule de *Burckhardt*, est fautif, puisqu'il n'a pas la propriété de devenir nul, lorsqu'on y fait $A^{(1)}=\frac{a}{a'^2}$, ou $A^{(1)}=\frac{a'}{a^2}$, comme cela doit être.

§ IX.

Termes du cinquième ordre de la fonction

$$\frac{m'r}{r'^2}\cos(v'-v)-m'\{r^2-2rr'\cos(v'-v)+r'^2\}^{-\frac{1}{2}},$$

réductibles à la forme $M\cos(ip+5.nt+\beta)$.

(39) Il est aisé de voir que ces termes sont ceux de la forme

$$M^{(0)}e^5\cos(\lambda p+5q)+M^{(1)}e'^5\cos(\lambda p+5q')$$
$$+M^{(2)}e^4e'\cos(\lambda p+4q+q')+M^{(3)}e'^4e\cos(\lambda p+4q'+q)$$
$$+M^{(4)}e^3e'^2\cos(\lambda p+3q+2q')+M^{(5)}e'^3e^2\cos(\lambda p+3q'+2q),$$

qui résultent du développement de la fonction $\frac{m'}{2}\Sigma A^{(\lambda)}\cos\lambda p$, en attribuant aux trois quantités a, a', p les accroissemens respectifs au_1, $a'u'_1$, v'_1-v_1. Donc, en appliquant ici les formules générales désignées par P, Q, S, V, T dans le § III, et prenant convenablement les termes de u_1^2, u'^2_1, $(v'_1-v_1)^2$ etc. parmi ceux déjà développés dans le § précédent, on obtiendra sans difficulté le résultat suivant.

$$\frac{r}{r'^2}\cos(v'-v)-\left\{r^2-2rr'\cos(v'-v)+r'^2\right\}^{-\frac{1}{2}}=$$

$$
{}^5\Sigma\left\{\begin{array}{l}
A^{(\lambda)}\left(-\frac{1097}{1920}\lambda+\frac{7}{8}\lambda^2-\frac{179}{384}\lambda^3+\frac{5}{48}\lambda^4-\frac{\lambda^5}{120}\right)\\
+\left(-\frac{125}{768}+\frac{11}{16}\lambda-\frac{475}{768}\lambda^2+\frac{19}{96}\lambda^3-\frac{1}{48}\lambda^4\right)\dot{a}\\
+\left(\frac{25}{192}-\frac{13}{48}\lambda+\frac{9}{64}\lambda^2-\frac{\lambda^3}{48}\right)\dot{a}^2\\
+\left(-\frac{5}{128}+\frac{17}{384}\lambda-\frac{\lambda^2}{96}\right)\dot{a}^3+\left(\frac{1}{192}-\frac{\lambda}{384}\right)\dot{a}^4-\frac{\dot{a}^5}{3840}
\end{array}\right\}\cos(\lambda p+5q)
$$

$$
e'^5\Sigma\left\{\begin{array}{l}
A^{(\lambda)}\left(\frac{1097}{1920}\lambda+\frac{7}{8}\lambda^2+\frac{179}{384}\lambda^3+\frac{5}{48}\lambda^4+\frac{\lambda^5}{120}\right)\\
-\left(\frac{125}{768}+\frac{11}{16}\lambda+\frac{475}{768}\lambda^2+\frac{19}{96}\lambda^3+\frac{1}{48}\lambda^4\right)\dot{a}'\\
+\left(\frac{25}{192}+\frac{13}{48}\lambda+\frac{9}{64}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{48}\right)\dot{a}'^2-\left(\frac{5}{128}+\frac{17}{384}\lambda+\frac{\lambda^2}{96}\right)\dot{a}'^3\\
+\left(\frac{1}{192}+\frac{\lambda}{384}\right)\dot{a}'^4-\frac{\dot{a}'^5}{3840}
\end{array}\right\}\cos(\lambda p+5q')
$$

$$
ee'^4\Sigma\left\{\begin{array}{l}
-A^{(\lambda)}\left(\frac{103}{192}\lambda^2+\frac{283}{384}\lambda^3+\frac{5}{16}\lambda^4+\frac{\lambda^5}{24}\right)\\
-\left(\frac{103}{384}\lambda+\frac{283}{768}\lambda^2+\frac{5}{32}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{48}\right)\dot{a}\\
+\left(\frac{\lambda}{6}+\frac{59}{96}\lambda^2+\frac{7}{16}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{12}\right)\dot{a}'\\
+\left(\frac{1}{12}+\frac{59}{192}\lambda+\frac{7}{32}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{24}\right)\dot{a}\dot{a}'\\
-\left(\frac{\lambda}{8}+\frac{13}{64}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{16}\right)\dot{a}'^2+\left(\frac{\lambda}{32}+\frac{\lambda^2}{48}\right)\dot{a}'^3\\
-\left(\frac{1}{16}+\frac{13}{128}\lambda+\frac{\lambda^2}{32}\right)\dot{a}\dot{a}'^2+\left(\frac{1}{64}+\frac{\lambda}{96}\right)\dot{a}\dot{a}'^3-\frac{\lambda}{384}\dot{a}'^4-\frac{\dot{a}\dot{a}'^4}{768}
\end{array}\right\}\cos(\lambda p+4q'+q)
$$

$$
+ e'e^4\Sigma\left\{
\begin{aligned}
&A^{(\lambda)}\left(-\frac{103}{192}\lambda^2+\frac{283}{384}\lambda^3-\frac{5}{16}\lambda^4+\frac{\lambda^5}{24}\right)\\
&+\left(-\frac{\lambda}{6}+\frac{59}{96}\lambda^2-\frac{7}{16}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{12}\right)\dot a\\
&+\left(\frac{103}{384}\lambda-\frac{283}{768}\lambda^2+\frac{5}{32}\lambda^3-\frac{\lambda^4}{48}\right)\dot a'\\
&+\left(\frac{1}{12}-\frac{59}{192}\lambda+\frac{7}{32}\lambda^2-\frac{\lambda^3}{24}\right)\dot a\dot a'\\
&+\left(\frac{\lambda}{8}-\frac{13}{64}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{16}\right)\dot a^2-\left(\frac{\lambda}{32}-\frac{\lambda^2}{48}\right)\dot a^3\\
&-\left(\frac{1}{16}-\frac{13}{128}\lambda+\frac{\lambda^2}{32}\right)\dot a^2\dot a'+\left(\frac{1}{64}-\frac{\lambda}{96}\right)\dot a'\dot a^3+\frac{\lambda\dot a^4}{384}-\frac{\dot a^4\dot a'}{768}
\end{aligned}
\right\}\cos(\lambda p+4
$$

$$
+e^2e'^3\Sigma\left\{
\begin{aligned}
&-A^{(\lambda)}\left(\frac{65}{192}\lambda^2+\frac{23}{192}\lambda^3-\frac{5}{24}\lambda^4-\frac{\lambda^5}{12}\right)\\
&+\left(-\frac{13}{96}\lambda+\frac{11}{96}\lambda^2+\frac{13}{48}\lambda^3+\frac{\lambda^4}{12}\right)\dot a\\
&+\left(\frac{15}{128}\lambda+\frac{33}{128}\lambda^2-\frac{\lambda^3}{8}-\frac{\lambda^4}{8}\right)\dot a'\\
&+\left(\frac{3}{64}+\frac{3}{64}\lambda-\frac{7}{32}\lambda^2-\frac{\lambda^3}{8}\right)\dot a\dot a'\\
&+\left(\frac{13}{192}\lambda+\frac{5}{64}\lambda^2+\frac{\lambda^3}{48}\right)\dot a^2\\
&-\left(\frac{5}{64}\lambda+\frac{\lambda^2}{64}-\frac{\lambda^3}{16}\right)\dot a'^2+\left(\frac{5}{384}\lambda-\frac{\lambda^2}{96}\right)\dot a'^3\\
&-\left(\frac{3}{128}+\frac{9}{128}\lambda+\frac{\lambda^2}{32}\right)\dot a'\dot a^2-\left(\frac{1}{32}-\frac{\lambda}{32}-\frac{\lambda^2}{16}\right)\dot a\dot a'^2\\
&+\left(\frac{1}{192}-\frac{\lambda}{96}\right)\dot a\dot a'^3+\left(\frac{1}{64}+\frac{\lambda}{64}\right)\dot a^2\dot a'^2-\frac{\dot a^2\dot a'^3}{384}
\end{aligned}
\right\}\cos(\lambda p+3q
$$

$$
{}'^{2} e^{3} \Sigma \left\{
\begin{array}{l}
A^{(\lambda)} \left(- \frac{65}{192} \lambda^{2} + \frac{23}{192} \lambda^{3} + \frac{5}{24} \lambda^{4} - \frac{\lambda^{5}}{12} \right) \\
+ \left(- \frac{15}{128} \lambda + \frac{33}{128} \lambda^{2} + \frac{\lambda^{3}}{8} - \frac{\lambda^{4}}{8} \right) \dot{a} \\
+ \left(\frac{13}{96} \lambda + \frac{11}{96} \lambda^{2} - \frac{13}{48} \lambda^{3} + \frac{\lambda^{4}}{12} \right) \dot{a}' \\
+ \left(\frac{5}{64} \lambda - \frac{\lambda^{2}}{64} - \frac{\lambda^{3}}{16} \right) \dot{a}^{2} \\
- \left(\frac{13}{192} \lambda - \frac{5}{64} \lambda^{2} + \frac{\lambda^{3}}{48} \right) \dot{a}'^{2} \\
+ \left(\frac{3}{64} - \frac{3}{64} \lambda - \frac{7}{32} \lambda^{2} + \frac{\lambda^{3}}{8} \right) \dot{a} \dot{a}' \\
- \left(\frac{5}{384} \lambda + \frac{\lambda^{2}}{96} \right) \dot{a}^{3} - \left(\frac{1}{32} + \frac{\lambda}{32} - \frac{\lambda^{2}}{16} \right) \dot{a}^{2} \dot{a}' \\
- \left(\frac{3}{128} - \frac{9}{128} \lambda + \frac{\lambda^{2}}{32} \right) \dot{a} \dot{a}'^{2} \\
+ \left(\frac{1}{192} + \frac{\lambda}{96} \right) \dot{a}' \dot{a}^{3} + \left(\frac{1}{64} - \frac{\lambda}{64} \right) \dot{a}^{2} \dot{a}'^{2} - \frac{\dot{a}^{3} \dot{a}'^{2}}{384}
\end{array}
\right\} \cos(\lambda p + 3q + 2q').
$$

Maintenant, si l'on fait $a' A^{(\lambda)} = - b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}$ on trouvera, à l'aide des formules posées dans les pages 68-70, que cette expression se transforme en celle-ci, savoir:

$$(M)\ldots\ldots a'\frac{r}{r'^2}\cos(v'-v)-a'\{r^2-2rr'\cos(v'-v)+r'^2\}^{-\frac{1}{2}}=$$

$$\frac{e^5}{3840}\Sigma\left\{\begin{array}{l} b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}(2194.\lambda-3360.\lambda^2+1790\lambda^3-400.\lambda^4+32.\lambda^5) \\ +\alpha\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha}(625-2640.\lambda+2375.\lambda^2-760.\lambda^3+80.\lambda^4) \\ +\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^2}(-500+1040.\lambda-540.\lambda^2+80.\lambda^3) \\ +\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^3}(150-170.\lambda+40\lambda^2) \\ +\alpha^4\frac{d^4b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^4}(-20+10\lambda)+\alpha^5\frac{d^5b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^5}(1) \end{array}\right\}\cos(\lambda p+5q)$$

$$-\frac{e'^5}{3840}\Sigma\left\{\begin{array}{l} b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}(3125+8174.\lambda+7055.\lambda^2+2710.\lambda^3+480.\lambda^4+32.\lambda^5) \\ +\alpha\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha}(7845+10820.\lambda+5255.\lambda^2+1080.\lambda^3+80.\lambda^4) \\ +\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^2}(3890+3290.\lambda+900.\lambda^2+80.\lambda^3) \\ +\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^3}(670+330.\lambda+40.\lambda^2) \\ +\alpha^4\frac{d^4b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^4}(45+10.\lambda)+\alpha^5\frac{d^5b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^5}(1) \end{array}\right\}\cos(\lambda p+5q')$$

$$
+\frac{e^4 e'}{768}\,\Sigma\left\{
\begin{array}{l}
b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}\left(206.\lambda+129.\lambda^2-446.\lambda^3+224.\lambda^4-32.\lambda^5\right)\\[2ex]
+\alpha\dfrac{db_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha}\left(128-138.\lambda-419.\lambda^2+392.\lambda^3-80.\lambda^4\right)\\[2ex]
+\alpha^2\dfrac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^2}\left(-80-98.\lambda+252.\lambda^2-80.\lambda^3\right)\\[2ex]
+\alpha^3\dfrac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^3}\left(70.\lambda-40.\lambda^2\right)\\[2ex]
+\alpha^4\dfrac{d^4b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^4}\left(7-10.\lambda\right)+\alpha^5\dfrac{d^5b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^5}(-1).
\end{array}
\right\}\cos(\lambda p+4q+q')
$$

$$
+\frac{ee'^4}{768}\,\Sigma\left\{
\begin{array}{l}
b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}\left(512.\lambda+1292.\lambda^2+998.\lambda^3+304.\lambda^4+32.\lambda^5\right)\\[2ex]
+\alpha\dfrac{db_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha}\left(824+2474.\lambda+2147.\lambda^2+712.\lambda^3+80.\lambda^4\right)\\[2ex]
+\alpha^2\dfrac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^2}\left(1024+1448.\lambda+612.\lambda^2+80.\lambda^3\right)\\[2ex]
+\alpha^3\dfrac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^3}\left(312+230.\lambda+40.\lambda^2\right)\\[2ex]
+\alpha^4\dfrac{d^4b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^4}\left(32+10.\lambda\right)+\alpha^5\dfrac{d^5b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^5}(1)
\end{array}
\right\}\cos(\lambda p+4q'+q).
$$

$$+\frac{e^3e'^2}{384}\Sigma\left\{\begin{array}{l} b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}(104.\lambda+114.\lambda^2-134.\lambda^3-48.\lambda^4+32.\lambda^5) \\ +\alpha\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha}(90+3.\lambda-271.\lambda^2-24.\lambda^3+80.\lambda^4) \\ +\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^2}(-36-148.\lambda+36.\lambda^2+80.\lambda^3) \\ +\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^3}(-23+30.\lambda+40.\lambda^2) \\ +\alpha^4\frac{d^4b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^4}(6+10.\lambda)+\alpha^5\frac{d^5b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^5}(1). \end{array}\right\}\cos(\lambda p+3q+2q'$$

$$+\frac{e'^3e^2}{384}\Sigma\left\{\begin{array}{l} b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}(135.\lambda+217.\lambda^2-50.\lambda^3-128.\lambda^4-32.\lambda^5) \\ +\alpha\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha}(156+175.\lambda-305.\lambda^2-344.\lambda^3+80.\lambda^4) \\ +\alpha^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^2}(3-302.\lambda-324.\lambda^2+80.\lambda^3) \\ +\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^3}(-81-130.\lambda-40.\lambda^2) \\ +\alpha^4\frac{d^4b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^4}(-19-10.\lambda)+\alpha^5\frac{d^5b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^5}(-1) \end{array}\right\}\cos(\lambda p+3q'+2q$$

Ces mêmes termes ont été calculés par Burckhardt, et nous sommes sur ce point d'accord avec lui.

(40) J'ai donné dans le volume 35 des Mémoires de l'Académie des Sciences de Turin (voyez pages 397-98) l'expression des quatre premiers coefficiens différentiels de la fonction $b_{\frac{1}{2}}^{(i)}$, sous une forme qui facilite le calcul numérique de ces quantités transcendantes: en cherchant de la même manière celle du cinquième j'ai obtenu cette équation;

$$(1-\alpha^2)^5.\alpha^5\frac{d^5 b_{\frac{1}{2}}^{(i)}}{d\alpha^5}=$$

$$b_{\frac{1}{2}}^{(i)}\left\{\begin{array}{l}-\quad(24i+50.i^2+35.i^3+10i^4+i^5)\\+\alpha^2(12+89.i+287.i^2+127.i^3+55.i^4+3.i^5)\\-\alpha^4(55+99.i+662.i^2+142.i^3+120.i^4+2i^5)\\+\alpha^6(170-199.i+888.i^2-42.i^3+130.i^4-2i^5)\\+\alpha^8(137-261.i-688.i^2+177i^3-70.i^4+3.i^5)\\+\alpha^{10}(120-274.i+225.i^2-85.i^3+15.i^4-i^5)\end{array}\right\}$$

$$(2i-1)\alpha b_{\frac{1}{2}}^{(i-1)}\left\{\begin{array}{l}(24+35.i^2+i^4)-\alpha^2(113+162.i^2+4.i^4)\\+\alpha^4(212+304.i^2+6.i^4)-\alpha^6(13+262.i^2+4i^4)\\+\alpha^8(274+85.i^2+i^4)\end{array}\right\}.$$

Au reste, il est aisé de voir, que, en général, on a une équation de la forme

$$(1-\alpha^2)^n.\alpha^n\frac{d^n b_{\frac{1}{2}}^{(i)}}{d\alpha^n}=b_{\frac{1}{2}}^{(i)}\{H_0+H_1\alpha^2+H_2\alpha^4+H_3\alpha^6\ldots+H_n\alpha^{2n}\}$$

$$+(2i-1)\alpha b_{\frac{1}{2}}^{(i-1)}\{G_1+G_2\alpha^2+G_3\alpha^4\ldots+G_n\alpha^{2n-2}\};$$

où H_0, H_1,... H_n désignent des fonctions entières de i du degré n; et G_1, G_2, G_3... G_n des fonctions entières de i^2 dont le degré est exprimé par $n-2$, si n est pair; et par $n-1$, si n est impair.

L'idée qui se présente la première pour déterminer la loi de ces fonctions est, de substituer dans l'équation précédente les valeurs de $\overset{(i)}{b_{\frac{1}{2}}}$ et $\alpha\overset{(i-1)}{b_{\frac{1}{2}}}$ données par les séries infinies;

$$\overset{(i)}{b_{\frac{1}{2}}} = C_0\alpha^i + C_1\alpha^{i+2} + C_2\alpha^{i+4} + \text{etc.};$$

$$\alpha\overset{(i-1)}{b_{\frac{1}{2}}} = \frac{2i}{2i-1}C_0\alpha^i + \frac{1}{2}C_0\alpha^{i+2} + \frac{3}{4}C_1\alpha^{i+4} + \frac{5}{6}C_2\alpha^{i+6} + \frac{7}{8}C_3\alpha^{i+8} + \text{etc.};$$

$$C_0 = \frac{1.3.5\ldots 2i-1}{2.4.6\ldots\ldots 2i}; \quad C_1 = \frac{1}{2}.\frac{1.3.5\ldots 2i+1}{2.4.6\ldots 2i+2};$$

$$C_2 = \frac{1.3}{2.4}\,\frac{1.3.5\ldots 2i+3}{2.4.6\ldots 2i+4}; \quad C_3 = \frac{1.3.5}{2.4.8}.\frac{1.3.5.7\ldots 2i+5}{2.4.6.8\ldots 2i+6}; \text{ etc.}$$

et d'égaler ensuite les coefficiens des mêmes puissances de α^2; ce qui, en posant pour plus de simplicité

$$F(i) = i(i-1)(i-2)\ldots(i-n+1)$$

conduit aux équations suivantes:

$$\{F(i) = H_0 + 2iG_1\};$$

$$\left\{\begin{aligned}\frac{1}{2}(2i+1)F(i+2) - n(2i+2)F(i) = (2i+2)H_1 + \frac{1}{2}(2i+1)H_0 \\ + 2i(2i+2)G_2 + \left(\frac{2i-1}{2}\right)(2i+2)G_1\end{aligned}\right\};$$

$$\left\{\begin{aligned}&\frac{1.3}{2.4}(2i+1)(2i+3)F(i+4) - \frac{n}{2}(2i+1)(2i+4)F(i+2) \\ &+ \frac{n.n-1}{1.2}(2i+2)(2i+4)F(i) = (2i+2)(2i+4)H_2 + \frac{1}{2}(2i+1)(2i+4)H_1 \\ &+ \frac{1.3}{2.4}(2i+1)(2i+3)H_0 + 2i(2i+2)(2i+4)G_3 + \left(\frac{2i-1}{2}\right)(2i+2)(2i+4)G_2 \\ &+ \frac{1.3}{2.4}(2i-1)(2i+1)(2i+4)G_1\end{aligned}\right\}$$

etc.

Si l'on observe maintenant, que la fonction $b_{\frac{1}{2}}^{(i)}$ a la propriété de demeurer la même en y changeant i en $-i$, on en tirera la conséquence qu'on doit avoir aussi l'équation

$$(1-\alpha^2)^n\alpha^n\frac{d^n b_{\frac{1}{2}}^{(i)}}{d\alpha^n}=b_{\frac{1}{2}}^{(i)}\{H_0'+H_1'\alpha^2+H_2'\alpha^4\ldots+H_n'\alpha^{2n}\}$$
$$-(2i+1)\alpha b_{\frac{1}{2}}^{(i+1)}\{G_1+G_2\alpha^2+G_3\alpha^4+G_4\alpha^{2n-2}\};$$

où H_0', H_1', $H_2'\ldots H_n'$ désignent les valeurs correspondantes de H_0, H_1, H_2,... H_4, lorsqu'on y change i en $-i$. De là on tire un système d'équations semblable au précédent, savoir;

$$\{F(i)=H_0'\};$$

$$\left\{\frac{1}{2}(2i+1)F(i+2)-n(2i+2)F(i)=(2i+2)H_1'+\frac{1}{2}(2i+1)H_0'-(2i+1).(2i+1)G_1\right\};$$

$$\left(\begin{array}{l}\frac{1.3}{2.4}(2i+1)(2i+3)F(i+4)-n.\frac{1}{2}(2i+1)(2i+4)F(i+2)\\ +\frac{n.n-1}{1.2}(2i+2)(2i+4)F(i)\\ =(2i+2)(2i+4)H_2'+\frac{1}{2}(2i+1)(2i+4)H_1'+\frac{1.3}{2.4}(2i+1)(2i+3)H_0'\\ -(2i+1)\left\{\frac{1}{2}(2i+1)(2i+3)G_1+(2i+1)(2i+4)G_2\right\}\end{array}\right);$$

etc.

Cela posé, il sera facile de déterminer les fonctions entières de i, désignées par H_0, $H_1\ldots H_n$; G_1, G_2,... G_n; mais je ne puis, dans ce moment, pousser plus loin cette recherche.

§ X.

Application de la formule (M) au calcul d'une inégalité du cinquième ordre, à longue période, qui affecte les longitudes vraies de Vénus et de la Terre, ayant pour argument huit fois le moyen mouvement de Vénus moins treize fois le moyen mouvement de la Terre.

(42) Soit, $m=$ masse de Vénus $=\frac{1}{401211}$;

$m'=$ masse de la Terre $=\frac{1}{352359}$; $a'=1$; $a=0{,}7233323=\alpha$;

$n=$ moyen mouvement de Vénus en $365^j.\frac{1}{4}=6501980'',00$ (cent.)

$n'=$ moyen mouvement de la Terre en $365^j.\frac{1}{4}=3999930{,}09$ (cent.)

$8n-13.n'=16748'',83$; $e=0{,}0068405$; $e'=0{,}0168139$.

Maintenant, si l'on fait $\theta=13(n't-nt+\varepsilon'-\varepsilon)+5.nt+5.\varepsilon$; et

$$R=m'.P\sin\theta+m'.P'\cos\theta\,,$$
$$d.R=-8ndt.(m'.P\cos\theta-m'P'\sin\theta),$$

la perturbation ζ du moyen mouvement de Vénus produite par l'action de la Terre renfermera, comme l'on sait, le terme

$$\zeta=3\iint andtd.R=-m'.24\iint an^2dt^2(P\cos\theta-P'\sin\theta);$$

qui, en exécutant les intégrations indiquées, donne

$$\zeta=\frac{24.m'\alpha n^2}{(13n'-8n)^2.\sin 1''}(a'P\cos\theta-a'P'\sin\theta).$$

D'après les élémens posés plus haut, on a

$$\log.\frac{24.m'\alpha n^2}{(13n'-8n)^2.\sin 1''}=\log.f=6{,}1851110.$$

En 1750 on avait; $\varpi=142^g,1241$; $\varpi'=109^g,5790$.

De là il est aisé de conclure les valeurs numériques suivantes;

Log. de

$f.e^5\sin 5\varpi = 5{,}3682596\,(-)$
$f.e'^5\sin 5\varpi' = 7{,}1768330\,(+)$
$f.e^4e'\sin(4\varpi+\varpi') = 5{,}7358754\,(-)$
$f.ee'^4\sin(4\varpi'+\varpi) = 6{,}4062601\,(+)$
$f.e^3e'^2\sin(3\varpi+2\varpi') = 5{,}9667244\,(-)$
$f.e^2e'^3\sin(2\varpi+3\varpi') = 5{,}8516220\,(-)$;

Log. de

$f.e^5\cos 5\varpi = 4{,}5945872\,(+)$
$f.e'^5\cos 5\varpi' = 7{,}1480927\,(-)$
$f.e^4e'\cos(4\varpi+\varpi') = 5{,}2905896\,(-)$
$f.ee'^4\cos(4\varpi'+\varpi) = 6{,}9047992\,(-)$
$f.e^3e'^2\cos(3\varpi+2\varpi') = 6{,}0279136\,(-)$
$f.e^2e'^3\cos(2\varpi+3\varpi') = 6{,}5283905\,(-)$.

La petitesse des termes multipliés par le carré de γ permet de les négliger; alors la valeur de $a'R$ se réduit à celle qui est donnée par la formule (M), et il suffit de calculer les six coefficiens désignés par $M^{(0)}$, $M^{(1)} \ldots M^{(5)}$ au commencement du N.° 39. Pour cela on cherchera d'abord ces valeurs numériques, savoir

λ	$\log.\ b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}$	$\log.\ \alpha.\dfrac{d.b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha}$	$\log.\alpha^2.\dfrac{d^2.b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^2}$	$\log.\alpha^3.\dfrac{d^3.b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^3}$	$\log.\alpha^4.\dfrac{d^4.b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^4}$	$\log.\alpha^5.\dfrac{d^5.b_{\frac{1}{2}}^{(\lambda)}}{d\alpha^5}$
8	8,6204588	9,5678061	0,1994565	1,4075750	2,3480335	3,3344256
9	8,4545766	9,4602648	0,1670734	1,3920776	2,3513080	3,3681140
10	8,2911220	9,3382891	0,1170840	1,3538575	2,3466178	3,3837346
11	8,1310512	9,2107026	0,0567118	1,3031904	2,3352655	3,3845076
12	7,9725629	9,0872143	9,9883845	1,2510074	2,3156131	3,3890562
13	7,8154448	8,9623443	9,9128865	1,1930152	2,2883749	3,3868697

ensuite on trouvera aisément, que dans le cas particulier dont il s'agit, on a

Log. $a'M^{(0)} = 1{,}8813333\,(+)$
$a'M^{(1)} = 2{,}4483057\,(-)$
$a'M^{(2)} = 2{,}6941162\,(-)$

Log. $a'M^{(3)} = 3{,}0389828\,(+)$
$a'M^{(4)} = 3{,}1405080\,(+)$
$a'M^{(5)} = 2{,}3551679\,(-)$.

Cela posé on obtient

$$\zeta=(-0'',002-0'',422+0'',027+0'',279-0'',128+0'',016=-0'',230)\cos\theta$$
$$+(-0'',000-0'',395-0'',009+0'',878+0'',146-0'',076=+0'',543)\sin\theta$$
$$=-0'',590.\sin\{-\theta+22^\circ.54'.35''\}$$

pour l'inégalité du moyen mouvement de Vénus; et

$$\zeta'=-\frac{m}{m'}\sqrt{\alpha}.\zeta=+0'',442\sin\{-\theta+22^\circ.54'.35''\}$$

pour l'inégalité correspondante qui affecte le moyen mouvement de la Terre.

M.r G. B. *Airy*, illustre Professeur de l'Université de Cambridge, remarqua le premier l'existence de cette inégalité, et en calculant son coefficient il l'a trouvé égal à $+2'',6$, conformément au résultat qu'il a publié en 1828. Depuis, M.r *Airy* a repris ce même calcul, et je dois à la complaisance de M.r le Capitaine Smith, de savoir, par une de ses lettres du 20 novembre (1831) que le dernier résultat trouvé par M.r *Airy* était:

$$+2'',059.\sin\{-\theta+40^\circ.44'.34''\};$$

ce qui diffère beaucoup de celui que je viens de donner plus haut. Je ne crois pas que la différence puisse être produite par les très-petits termes que j'ai négligés; elle tient, peut-être, à quelque erreur de signe ou de calcul. Quoi qu'il en soit, comme M.r *Airy* n'a pas encore publié (que je sache) les détails de son analyse, je me borne à faire connaître mon résultat accompagné de tous les calculs intermédiaires qui sont indispensables pour sa vérification.

ERRATA

Pag.	Lig.		lisez
55.	2.	$u_1'^2$	u_1^2
»	4.	da	du'
58.	5.	en remontant $-\frac{1}{32}e'^3$	$-\frac{1}{32}e^2e'^3$
60.	1.	e^3e'	$e^3e'^2$
»	5.	otez le terme	$+e^4e'^3$
»	9.	ee'	ee'^4
»	11.	$u_1'-v_1$	$v_1'-v_1$
»	12.	v_1-v_1	$v_1'-v_1$
»	dernière	ee'^4	$e'e^4$
61.	5.	siu	sin
»	10.	v_1-v_1	$v_1'-v_1$
»	11.	$e'^2e'^3$	e'^2e^3
»	13.	$2q+q$	$2q+q'$
62.	1.	$4q-q')$	$(4q-q')$
»	5.	v_1-v_1	$v_1'-v_1$
»	6.	ee'^4	$e'e^4$
80.	6.	$b^{(2)}$	$b_{\frac{1}{2}}^{(2)}$
82.	5.	en remontant 42668	42368
105.	2.	en remontant $\frac{\lambda}{2}$	$\frac{\lambda^4}{2}$
106.		entre les lignes 4 et 5	$e'e^3\Sigma$
107.	3.	$\frac{3}{16}$	$-\frac{3}{16}$
108.	8.	$\frac{\lambda a^3}{48}$	$\frac{\lambda a'^3}{48}$
111.	5.	en remont. $b^{(3)}$	$b_{\frac{3}{2}}^{(3)}$
120.	10.	$-\varpi$	$+\varpi$
137.	2.	en remontant $-\frac{3}{16}$	$-\frac{3}{32}$

Pag.	Lig.		
139.	4.	$-\frac{3}{32}\sin(3q'+2q)+\frac{15}{32}\sin(3q'-2q)$, lisez $+\frac{3}{32}\sin(3q+2q')+\frac{15}{32}\sin(3q-2q')$	
144.	1.	$\frac{9}{32}$	$\frac{17}{32}$
»	5.	$\frac{9}{32}$	$\frac{17}{32}$
145.	5. en remontant, 5	....	1
146.	1. 5	....	1
118.	10. en remontant, lisez $\cos 2s'$, $\cos 2s$, au lieu de $\cos s'$, $\cos s$		
	11. en remontant $\frac{3}{16}aa'$... au lieu de $\frac{3}{16}$...		

Note sur la page 176.

Dans le calcul de ζ', j'ai négligé les termes du cinquième ordre multipliés par γ^2 et γ^4. Mais comme ici, $\gamma = 0{,}059289$, il devient nécessaire de calculer aussi la partie de ζ' due à ces termes, avant de prononcer sur la valeur absolue du coefficient de cette inégalité. Ce calcul ne doit pas être fort long, à l'aide des formules déjà établies dans ce Mémoire. Il est facile de trouver la partie multipliée par γ^4, et de démontrer qu'il en résulte dans la valeur de ζ' ces deux termes; $+0'',232\cos\theta - 0'',767\sin\theta$. De sorte que, en réunissant cette partie avec la première, on aura

$$\zeta' = +0'',504.\cos\theta - 1'',172.\sin\theta.$$

D'après cela, je suis porté à croire, qu'en ajoutant à cette valeur de ζ' la partie du 5.ème ordre multipliée par γ^2, on trouvera un résultat conforme à celui de M.r *Airy*. Mais, dans ce moment, le temps me manque pour exécuter ce calcul.

ILLUSTRATIONES RARIORUM STIRPIUM

HORTI BOTANICI R. UNIV. TAURIN.

AUCTORE

PROFESSORE JOSEPHO MORIS

Lectae die 18 aprilis 1830.

Severior nostra aetate disciplinarum cultus, itinera in dissitas orbis plagas suscepta rem herbariam magnopere auxerunt. Caeterum complurium stirpium cognitio vel haud satis accurata, vel hactenus foret desideranda, nisi earum semina vel terrae apud nos mandata, vel ipsae plantae affatim excultae fuissent; quamobrem horti botanici stirpibus alendis fovendisque opportuna methodo comparati, non eos solum informare qui amabili scientiae operam dant, verum et ipsam scientiam majorem efficere valent. Equidem rariores horti Taurinensis stirpes illustrare, vel novas si quae fuerint describere vobisque, Viri clarissimi, offerre satagam; quod nisi diserte apteque peregerim, at vos mea conamina aequi bonique facturos confido.

PASSIFLORA PALLIDIFLORA.

P. cirrosa, foliis cuneatis, tripartitis, dentatis; dentibus inaequalibus, hamulosis; petiolis biglandulosis; bracteis oblongis, inciso-serratis, subsinuatis, calyce dimidio brevioribus; corona utraque calycem subaequante, reflexa; ovario sericeo. Nob.

P. Pallidiflora, foliis cuneatis, tripartitis, margine crispulis, inaequaliterque denticulatis, dentibus hamulosis; petiolis biglandulosis; involucris oblongis sinuatis calyce dimidio brevioribus; corona utraque reflexa patentissima, petalis longiore. Bertoloni *Sylloge plant. hort. botan. Bonon. ann.* 1827, *pag.* 6.

Descriptio.

Planta in horto Taurinensi culta altitudinis orgyalis et ultra.

Caulis pollicem 1, et ultra basi crassus, teres, dein angulatus, fruticosus, epidermide fusca, scandens, ramosus, glaber, versus apicem pubescens.

Rami alterni, pubescentes.

Folia magnitudine, caeterisque, foliis *Passiflorae edulis* Sims. simillima, alterna, petiolata, superne viridia, nitentia, inferne pallescentia, margine crispula, dentata, dentibus inaequalibus, hamulosis, apice glandulosis, inferiora utrinque glabra, superiora juxta nervos atque in pagina inferiori pilosa, trinervia tripartita. Segmenta oblonga, acuta, subaequalia, quorum lateralibus dens infimus interior, medio dens infimus in utroque margine caeteris major, glandulam magis conspicuam referens. Petioli subteretes, superne atque ad latera canaliculati, versus apicem biglandulosi, glandulis primum atro-virentibus, nectariferis, aetate viridibus.

Cirri axillares, simplices.

Stipulae ex basi glandulosa ad latera petiolorum ortum ducentes pubescentes, subulatae, deciduae.

Pedunculi axillares, pubescentes, solitarii, uniflori, petiolis alii longiores, alii breviores.

Bracteae sub flore tres magnae, oblongae, inaequales, calyce subduplo breviores, inciso-serratae, subsinuatae incisionibus inaequalibus.

Calyx campanulatus, 10-partitus, pedicello supra bracteas brevissimo suffultus; laciniae calycinae biseriales, subaequales, oblongae, obtusae, exteriores virescentes, foliaceae, extus pilosae, trinerviae, gibbo-sub-carinatae, carina infra laciniae apicem nervo medio prominulo aristata: laciniae interiores exterioribus alternae, glabrae, uninerviae, nonnunquam punctis rubescentibus sparsim notatae, extus versus apicem virescentes, caeterum albidae, petaloideae.

Corona duplex, patentissima, filamentosa, filamentis flexuosis calycem subaequantibus, inferne lineam, circiter, virentibus, mox intense atro-purpureis, versus apicem albescentibus subcircinnatis. Ad coronae basim, papillae filamentosae, atro-purpureae, multiseriales.

Filamenta staminum glabra, monadelpha, ovarii stipitem vaginantia, mox libera, plana, maculis atro-purpureis picta.

Antherae dorso insertae, flavescentes: pollen ex globulis flavis sphaericis.

Torus elongatus in stipitem glabrum, teretem.

Ovarium sphaericum, sericeum.

Styli tres pubescentes, atro-purpureo vix maculati; stigmata crassa, sericea, subbiloba.

Fructus hactenus non protulit.

Stirps nata in horto Taurinensi ann. 1822 ex seminibus missis e Brasilia ab Excell.° Marchione DE SOSTEGNO nomine *carouha*, in horto Bononiensi ex seminibus in Brasilia lectis clarissimo Professori BERTOLONIO ab URSINIO traditis. Floruit in horto Bononiensi septembri, octobri; apud nos floret julio augustoque.

Observatio.

Species ad *Granadillam* DC. *mem. soc. gen.* 1. *part.* 2. *sect.* 6. *Prodr. part.* 3. *pag.* 237 referenda: media inter *Passifloram incarnatam* LINN. *Amoen. vol.* 1. *pag.* 230. *tab.* 10. *fig.* 19. *a-e*, et *Passifloram edulem* SIMS. *bot. mag. tab.* 1989 *Encyclop. of plants by* LOUDON *pag.* 566. 67 *ic.* 9429, quae in hortis nostris cultae fructus proferunt maturos. Differt ab utraque corollae facie, ab *eduli* praeterea cui habitu magis accedit germine non glabro sed dense sericeo. A *Passiflora incarnata* L. bracteis subsinuatis longe majoribus, foliis magis coriaceis.

SILENE COMPACTA.

S. Glaberrima, glaucescens, caulibus adscendentibus; foliis inferioribus lineari-lanceolatis, superioribus ovatis, cordatisve; floribus congestis fasciculato-umbellatis, petalis coronatis, ovato-acutis, integerrimis; calycibus clavatis. NOB.

Silene compacta FISCH. *S. floribus fasciculatis, petalis integris foliis acutis glabris superioribus ovato lanceolatis.* HORNEM. *hort. Hafn. an.* 1813. *pag.* 415. *Catal. hort. Gorenk. an.* 1812 *pag.* 60.

Silene Armeria M. B. *Fl. Taur. - caucas. pag.* 339 *N.* 837 *excl. synon.*

S. compacta petalis integris; *calycibus clavatis, glaberrimis, fasciculatis; pedicellis omnibus brevissimis; pedunculo summo laterali terminali breviore; foliis glaberrimis, superioribus cordatis*; *radice bienni.* M. B. *Flor. Taur. - caucas. suppl. pag.* 306. *N.* 837.

Silene glabra, caulibus erectis, ramosis; foliis superioribus lanceolatis, inferioribus lanceolato-linearibus; floribus in umbellam densam congestis, calycibus longissime clavatis, petalis obovatis. OTTH. in DC. *Prodr. vol.* 1. *part.* 1. *pag.* 384. *N.* 201.

S. Panicula compacta; bracteis dilatatis pedicellos superantibus;

caule elato, foliisque ovato-oblongis glaberrimis; calycibus coloratis; petalis integris. Spr. *Syst. veg. tom.* 2. *pag.* 410.

Descriptio.

Tota planta glabra, glaucoque pulvere adspersa.

Radix fibrosa, biennis.

Caules ex eadem radice plures, basi in planta in olla culta duas circiter lineas crassi, longitudine pedales et ultra, ascendentes, laeves, nec viscidi, subteretes, nodosi, raro basi ramosi, utplurimum simplices, ramumve unum, alterumve ascendentem caule breviorem superne emittentes.

Folia basi connata, inferiora longitudine pollicis 1. 1 ½, duas, tres lineas lata, basi attenuata, lineari-lanceolata, media oblonga, superiora latiora atque breviora, in planta culta cordato-ovata, in siccis speciminibus quae habeo in herbario ovata, vel ovato-oblonga, omnia crassiuscula, integerrima, acuta.

Flores fasciculati: fasciculi plures ex axillis foliorum superiorum brevi pedunculo orti, interdum sessiles, compacti, multiflori, umbellati, basi bracteati, bracteis oblongo lanceolatis, foliaceis, acutis.

Calyx glaber, haud viscidus, clavatus, interdum coloratus, decem-striatus, quinque-dentatus, basi brevissime pedicellatus, pedicellis utrinque bracteolatis, bracteolis lanceolatis, calyce multo brevioribus.

Petala quinque longe unguiculata atque appendiculata; unguis pallescens exsertus, limbus patens laciniis ovato-acutis integerrimis, roseis, calyce duplo brevioribus; ad earum basim appendices binae lineari-lanceolatae, roseae, limbo dimidio breviores.

Stamina decem tandem exserta: filamenta teretiuscula, pallida, glaberrima; antherae violaceae, oblongae biloculares. Pollen globulosum cineraceum.

Styli tres demum exserti, glabri, versus apicem rosei. Stigma simplex.

Ovarium oblongum, laeve; antophorum ovario longius.

Capsula trilocularis apice quinquefariam dehiscens.

Species nata in horto Taurinensi ex seminibus in Persia lectis missisque a celeberrimo Fischero. Floruit junio julioque.

Observatio.

Silene Armeria Linn. habitu quam maxime accedit ad descriptam *Silen. compactam*, sed enim haec a priori differt petalis ovato-acutis, integerrimis, non obcordatis, ramis lateralibus vix ullis, cauleque brevioribus, floribus vix pedicellatis, dense fasciculato-umbellatis, non ut in *Silene Armeria* satis longe pedicellatis, atque paniculato-corymbosis. Praeterea *Silene Armeria* est viscida neutiquam *Silene compacta.*

SIDA ATRO-PURPUREA.

S. Fruticosa, glanduloso-pubescens; foliis cordato subrotundis, acuminatis, crenato dentatis, subtus canescentibus; stipulis foliaceis, lanceolatis, basi inaequaliter cordatis, racemo terminali simplici elongato, bracteato; corolla revoluta; carpellis 7. 10 muticis calycem superantibus, acuminatis, trispermis. Nob.

Sida atro-purpurea. Blume. *S. foliis cordato-subrotundis, acuminatis, crenatis, supra pubescentibus, subtus tomentosis; stipulis foliaceis, inaequaliter cordatis; panicula terminali; capsulis acuminatis calycem superantibus.* Spreng. *Systematis vegetab. curae poster. pag.* 259. *N.* 180.

Descriptio.

Frutex in olla cultus altitudinis bi-tripedalis.

Caulis erectus teres, pollicem circiter basi crassus, superne ramosus, epidermide fusco-cineracea.

Rami ascendentes, alterni, pubescentes pilis apice glandulosis, aliis longioribus rigidioribus intermixtis.

Folia alterna, petiolata, cordato-suborbiculata, latitudine varia uni, tri, interdum quadripollicaria, paulloque longiora quam lata, acuminata, superne virentia, pilosa, subtus tomentoso-canescentia, pilis in utraque pagina stellatis, margine dentato-crenata, acumine utplurimum integro, juniora nonnulla interdum obsolete triloba: petioli teretes, pubescentes, longitudine varii uni-tripollicares, horizontales vel reflexo-patuli.

Stipulae cauli adnatae ad latera petiolorum, foliaceae, pubescentes, erectae, integrae, lanceolatae, basi inaequaliter cordatae, deciduae, petiolis multoties breviores.

Flores 10 15 et ultra in racemum terminalem simplicem aphyllum elongatum dispositi; pedicelli ascendentes, teretes, pubescentes, alterni remotiusculi, ad axim, iterumque circa medietatem articulati, ibidemque paullulum incrassati, post anthesim elongati, inferiores pollicares, superiores paullo breviores; bractea ad basim pedicellorum linearis, decidua, pedicellis triplo quadruplove brevior.

Calyx simplex, quinque-partitus, non angulatus, petalis duplo triplove brevior; laciniae calycinae oblongae, acutae, in exteriori pagina pilis glandulosis, in interiori pilis simplicibus pubescentes.

Petala quinque, hypogyna, ovato vel rhombeo elliptica, patentia, demum revoluta, quatuor circiter lineas lata, in unguem vix attenuata, basim versus atro-purpurea, reliqua parte in planta, apud nos culta, aurantiaca, venis longitudinalibus atro-purpureis picta, inferne paullo intensius colorata, piloso-glandulosa, pilis raris, superne laevia nitentia, margine subciliata.

Filamenta ultra medietatem in tubum coalita, stellato-hirta, alba, mox libera, pallide rosea, apice attenuata, glabra; antherae reniformes, roseae; pollen globulosum, album.

Styli purpurascentes, septem, decem, vix basi coaliti, longitudine petalorum, columnam staminiferam paullo superantes. Stigmata subcapitata, atro-purpurea.

Carpella capsularia tot quot styli, circa axim verticillata, versus basim inter se coalita, non vesicaria, compressa, ovato-oblonga, acuminata, piloso-glandulosa, calycem duplo superantia, trisperma.

Semina irregulariter reniformia, stellato-hirta, nigrescentia.

Species indigena insulae Javae, a celeberrimo Blume inventa, nata in horto Taurinensi ex seminibus acceptis a Bononiensi. Floret in calidario, hieme et vere.

Ad sectionem *polyspermarum non vesicariarum* referenda, atque traditis characteribus a caeteris ejusdem sectionis facile distinguenda.

GOUANIA INTEGRIFOLIA.

G. Foliis ovato-ellipticis, subcordatis, integerrimis, inferne ramulisque pilosis, pedicellis subumbellatis. Nob.

Gouania foliis ovalibus integerrimis utrinque glabris. Lmck. *Encyclop. vol.* 3. *p.* 5. Willd. *Sp. plant. t. IV. part.* 2. *pag.* 1000. R. Sch. *Syst. veget. vol.* 5. *pag.* 571.

G. Foliis integerrimis, ovalibus, glabriusculis, membranaceis. DC. *Prodr. syst. nat. vol.* 1. *part.* 2. *pag.* 39.

Descriptio.

Planta culta in olla, atque in horti calidario, altitudinis pedum 10. 12.

Caules basi pollicem 1 circiter crassi, fruticosi, teretes, epidermide cineraceo-fusca, rimosa, sarmentosi, scandentes, ramosi, ramulis leviter sulcatis, fulvo-pubescentibus, in cirrum simplicem abeuntibus.

Folia petiolata, alterna, pollicem ½-1 lata, 1-1 ½ longa, integerrima, membranacea, penninervia, nervis subtus prominulis, lateralibus 5. 10, parallelis, medio in mucronulum recurvum apice abeunte, superne virescentia, pruinosa, inferne pallescentia, junioraque praecipue, pilis adpressis pilosa, superiora sensim minora,

nonnullaque ovalia, vel ovato-orbiculata, inferiora interdum ovato-oblonga, pleraque vero ovato-elliptica basi subcordata, apice obtusa, plerumque subemarginata, vix ulla interdum acutiuscula.

Petioli basi stipulati, teretiusculi, superne vix canaliculati, pubescentes, foliis quadruplo circiter breviores.

Stipulae lineari-lanceolatae, acutiusculae, petiolis breviores, pubescentes, deciduae.

Pedunculi versus ramulorum summitatem axillares, filiformes, petiolis vix longiores, in pedicellos breves inaequales subumbellatos 6. 10 abeuntes.

Calyx pallide virens, extus, basi praecipue, pubescens, intus glaber, subturbinatus, tubo ovario adnato, limbo quinquefido, laciniis patentibus, ovato acutis, nervo medio superne prominulo.

Petala quinque (*Calyptra* Willd) calycem subaequantia, ejus laciniis alterna, exigua, squamaeformia, alba, glabra, oblonga, obtusa, basi attenuata, margine superne convoluto-cucullata.

Stamina quinque petalis obvoluta; filamenta teretiuscula, glabra; antherae flavescentes, sagittato-ovatae biloculares; pollen flavescens.

Discus (*Nectarium* L.) albus, pentagono subsinuatus; sinubus laciniis calycis alternis, origini petalorum filamentorumque respondentibus.

Stylus tripartitus disco brevior, albus, glaber; stigma simplex.

Flores in planta apud nos florente hermaphroditi, caeterum fructus non protulere, imo paullo post inchoatam florescentiam delapsi sunt, nec ovarii loculi satis se mihi distincti praebuere.

Floruit elapso decembri. Patria hactenus ignota, tametsi Americae meridionalis indigenam esse WILLDENOVIUS, SCHULTESIUS, atque ROEMERUS probabili conjectura autument.

Observatio.

LAMARCKIUS quamquam characteribus omnium praecipuis ex flore et fructu petitis carebat, tamen speciem nostram habitu perspecto

constituit, atque in op. cit. *integrifoliae* nomine distinxit. Willdenovius in *Spec. plant. vol. et pag. cit. Gouaniam integrifoliam* Lmck satis a *G. domingensi* L. distinctam fore dubitavit, quatenus hujus specimina foliis subserratis, et integerrimis viderit, sed enim *Gouaniam domingensem* L. racemi laterales, multiflori, folio longiores, foliaque longe majora, acuminata qualia nobis referunt specimina in solo natali lecta, atque icones Jacq. *Amer. tab.* 179. *fig.* 40 et Pluken. *Phyt. tab.* 201. *fig.* 4. et *tab.* 162. *fig.* 3 caeteraque, satis diversam ab integrifolia ostendunt; accedit foliorum in hac constans integritas qua iterum a *domingensi* atque a caeteris ejusdem generis maxime potest distingui. Neque Willdenovius nec post ipsum Roemerus atque Schultesius in *Syst. veg.* vol. cit. flores *Gouaniae* nostrae memorarunt: Sprengelius in *Syst. veg.* stirpem silentio praeterivit; Candolleus in *Prodr. cit.* scripsit in hortis nondum floruisse; equidem plantae in horto Taurinensi florentis descriptionem, etsi fructus non protulerit, exarare bonum duxi, hanc vero botanicos benigne excepturos confido.

ARTEMISIA AFRA.

A. Fruticosa; ramis striatis, canescentibus; foliis interrupte bipinnatipartitis, laciniis lineari-lanceolatis, acutiusculis-subtus canotomentosis, integris, vel inciso-dentatis; racemis terminalibus, paniculatis, foliatis; floribus subsecundis, nutantibus, hemisphaericis. Nob.

A. afra. Jacq. *A. frutescens; foliis bipinnatifidis, subtus tomentosis laciniis, lanceolatis obtusis; panicula secunda; floribus nutantibus* Willd *Sp. pl. tom.* 3. *part.* 3. *pag.* 1820.

A. fruticosa; ramis canescentibus striatis; foliis interrupte bipinnatifidis, subtus tomentosis, laciniis remotiusculis lineari-lanceolatis acutis; panicula diffusa, foliosa, anthodio hemisphaerico, tomentoso. Spr. *Syst. veg. t.* 3. *pag.* 495.

Descriptio.

Frutex in olla cultus bipedalis et ultra.

Caules basi medium circiter pollicem crassi, ramosi, erecti, teretes, epidermide fusca, rimosa.

Rami alterni, simplices, virgati, erecti vel adscendentes, striati, tomentosi, inferne veterum foliorum reliquias (ramenta) referentes, superne foliati.

Folia alterna, petiolata, erecto-patentia, pollicem $\frac{1}{2}$. 1. $\frac{1}{2}$ lata, 1. 2 circiter longa, superne viridia, glabriuscula, inferne cano-tomentosa, pleraque bipinnati partita, floralia summa sensim minora simpliciter pinnatipartita: partitiones interruptae, remotiusculae, juxta rachidem petiolumque decurrentes, oppositae, vel alternae, laciniis lineari lanceolatis, acutiusculis, inaequalibus, integris, vel inciso-dentatis partitisve, praecipue in foliis nonnullis inferioribus quae propterea tripinnatipartita apparent.

Petioli foliis multo breviores, basi saepe appendiculati, appendice lineari, simplici vel bi-trifida.

Flores pedicellati, subsecundi, nutantes, in racemos terminales foliatos dispositi; racemi tomentosi, erecti, conferti, paniculati, inferiores compositi, superiores simplices: pedicelli duas tresve lineas longi, solitarii, incurvi, uniflori, basi bracteolati, bracteolis lanceolato-linearibus. Anthodium hemisphaericum, squamis oblongis, obtusiusculis, concavis, subconniventibus, disco viridibus, margine scariosis, intus glabris, extus tomentosis; flosculi 14. 18. flavi, glabri, marginales nonnulli foeminei corollula nulla, caeteri hermaphroditi, corollulae tubo superne ventricoso, quinquedentato. Stamina quinque: filamenta brevissima: antherae inclusae, flavae, oblongo-acuminatae, vix inter se coalitae: pollen flavum: styli exserti, bifidi: receptaculum conicum nudum: semina oblongo-linearia, glabra.

Observatio.

Species ab *Artemisia pontica* L. ab *Artemisia altaica* Fisch. ab *A. chamaemelifolia* Vill. quibus habitu quadantenus accedit, caule fruticoso, foliis superne virentibus subtus cano-tomentosis laciniis brevioribus caeterisque diversa. Ab aliis vero *fruticosis*, *ramosis*, *floribus nutantibus hemisphaericis*, *receptaculo nudo*, descripti characteres abunde distinguunt.

Perbelle viget in horti Taurinensis frigidario, floretque exeunte aestate.

Willdenovius, Fontanesius aliique ad promontorium Bonae Spei pertinere dubitant: Africae indigenam habuit Jacquinius unde *afrae* nomen: Sprengelius ad Africam spectare pro certo non habet; patria igitur non ita certa.

Lectae die 6 martii 1831.

BARLERIA HEXACANTHA.

B. caulibus geniculatis, obtuse tetragonis, superne compressis; foliis lanceolatis, integris, hispidulis; verticillis axillaribus, multifloris, sexspinosis, spinis simplicibus divaricatis; capsulae loculis dispermis. Nob.

B. caule obtuse tetragono; foliis lanceolatis integerrimis pilosis; verticillis axillaribus multifloris sexspinosis; spinis simplicibus patentibus. Bertol. *Annali di stor. nat., fasc.* 9. *pag.* 445. *Bologna* 1830.

Descriptio.

Planta in terra culta altitudinis circiter bipedalis.

Radix fusca, ramosa, fibrosa.

Caules ex eadem radice plures versus apicem hispiduli, caeterum laeves geniculati obtuse tetragoni, superne compressi, basi medium fere pollicem crassi, decumbentes, radicantes, dein erecti vel adscendentes, ramosi, ramis oppositis, axillaribus, patentibus.

Folia opposita, lanceolata, acuta, basi petioli instar attenuata, geniculos caulinos rameosque amplexantia, membranacea, pollicem circiter lata, tres quinque longa, integra, patentia, scabriuscula, pilisque setosis, raris, incurvis hispidula, subtus nervosa, nervo medio albo, crasso, lateralibus minus conspicuis, arcuatim parallelis.

Flores ad axillas foliorum in verticillos multiflores confertim dispositi.

Verticilli caulini sex, octo, ramei pauciores, superiores propiores, sexspinosi (in planta in olla culta verticilli ramei spinis dumtaxat quaternis binisve).

Spinae validae, simplices, patenti-recurvae, demum rufescentes, duae ad axillas foliorum dispositae paullo validiores, longioresque, caeterae ad axillas totidem bractearum interfoliacearum patentium, foliorum formam aemulantium, sed duplo circiter angustiorum, triplo et ultra breviorum. Bracteae caeterae verticillum ambientes erectae, exteriores oblongo-lanceolatae, interiores lineari-lanceolatae, binae pro singulo flore calycem aequantes, vel superantes, hirsutae.

Calyx quadripartitus, persistens, laciniis lineari-lanceolatis, acutis, integris, conniventibus, extus hirsutis, intus adpresse pilosis, margine pellucido-membranaceis, superiore longiore, paulloque latiore, caeteris inter se aequalibus, inferiore apice bifida.

Corolla extus (sub lente), pilosa, bilabiata, calyce longior. Tubus pallens, curvus, subcylindricus, superne dilatatus, calyce brevior; labia tubo breviora, violacea, superius bifidum, erectum, inferius trifidum, deflexum lobis omnibus rotundatis, subemarginatis: labium inferius basi (palato) barbatum, medio maculis duabus oblongis margine albescentibus, in centro flavis, notatum. Faux pervia, flavescens.

Stamina quatuor, corolla breviora, didynama, quorum duo su-

periora minora, duploque fere inferioribus breviora. Filamenta lente retrorsum scabrida, paullulum compressa, ex summo tubo prodeuntia, basi utrinque majus minusque inter se coalita, dein arcuatim conniventia, versus apicem violacea. Antherae violaceae, sagittato-oblongae, incumbentes, biloculares, facie pilosae. Pollen globulosum, flavescens.

Stylus pubescens, filiformis, stamina longiora superans; stigma unicum, simplex.

Ovarium oblongum, laeve.

Capsula oblongo-subtetragona, laevis, acuminata, ad latera utrinque sulcata, bivalvis, bilocularis, loculis dispermis.

Semina fusca, pilosiuscula, inaequaliter cordata, ovata, compressa, arillo involucrata.

Species annua Senegaliae indigena, a caeteris ejusdem generis hactenus memoratis characteribus facile distinguenda: natam in horto botanico Taurinensi ex seminibus in Senegalia lectis, missisque a celeb. professore Mirbelio R. Parisiens. Academiae socio nomine *acanthacée du Sénégal* descripsi viventem, *Barleriam polyacantham* appellavi, ejusque botanicos characteres ineunte elapso autumno scriptos misi ad clarissimum collegam nostrum Bertolonium, ut in annalibus historiae naturalis Bononiae editis vulgarentur. Scripsit autem ad me Bertolonius eamdem plantam acceptis ex eodem Mirbelio seminibus *Barleriam hexacàntham* paucis ante diebus, characteribus supra memoratis appellavisse, quamobrem, hoc nomine insignita, erat mihi vobis, clarissimi viri, offerenda species quam descripsi.

TRIGONELLA BRACHYCARPA.

T. villosa, caulibus adscendentibus, foliolis obovatis vel ellipticis, serrulatis; stipulis membranaceis, lanceolatis, denticulatis; capitulis axillaribus, sphaericis subsessilibus; leguminibus pilosis, ovato-semiorbiculatis, rostratis, transverse lineatis, dispermis. Nob.

Medicago brachycarpa Fisch. *in herb. gorenkensi ex* MB. *Medicago capitulis axillaribus sessilibus; leguminibus semi orbiculatis, acutis, lineatis, monospermis.* MB. *Fl. Taur. - caucas. suppl. pag.* 517.

Medicago pilosa; caule adscendente; foliis trifoliatis, foliolis obovatis, denticulatis nervis numerosis; stipulis lanceolato-linearibus, capitulis sphaericis floribus . . . . . laciniis calycinis tubo triplo longioribus, linearibus; leguminibus monospermis irregulariter breve lanceolatis, nervis transversis parallelis numerosissimis, mucrone brevi incurvo, margine seminifero crasso recto, seminibus ovato-cordatis compressis. Ser. *in* DC. *prodr. part.* 2. *pag.* 172.

Melilotus brachyloba et glomerata. Fisch. *in litt. ad Candolleum.*

M. brachycarpa annua, pusilla, foliolis obovatis argute serrulatis, stipulis basi subdentatis, capitulis axillaribus subsessilibus, leguminibus reniformi-semi-orbiculatis, acutis, lineatis monospermis. Spr. *Syst. veg. vol.* 3. *pag.* 287.

Medicago brachyloba. Bernh.?

Descriptio.

Planta tota villosa.

Radix fusca, tortuosa, fibroso-ramosa.

Caules ex eadem radice plures decumbentes vel adscendentes, simplices vel ramosi, lineam circiter crassi, longitudine spithamaei et ultra, rubescentes, basi teretiusculi, versus apicem obtuse subtetragoni atque flexuosi.

Folia alterna, petiolata, trifoliolata; petioli foliorum longitudine, vel breviores, semiteretes, superne leviter sulcati, basi stipulati, stipulis membranaceis, lanceolatis, auriculatis, margine denticulatis, duas circiter lineas basi latis, petiolum subaequantibus, vel brevioribus.

Foliola tres quatuor lineas lata, quinque sex longa, obovata, nonnulla elliptica, vel rhombeo elliptica, penninervia, nervis rectis

aequidistantibus, denticulata, versus basim integra, apice obtusiuscula, mucronulata, terminali longius petiolulato.

Flores confertim capitati: capituli axillares solitarii 15. 24 flori, subsessiles, fructiferi, brevi, sed manifeste pedunculati.

Calyx sessilis, campanulatus, quinquefidus, laciniis linearibus acutis, superioribus duabus paullo brevioribus, basi bracteatus, bractea lineari-lanceolata brevi.

Corolla glabra, calycem vix superans, flava; vexillum obovatum, patens, alis multo longius, intus versus basim lineis duabus tribusve fuscis notatum: alae oblongae, exiguae, carina longiores erecto-patentes: carina apice emarginata, obtusa, alis multo brevior.

Stamina diadelpha 9 et 1. Filamenta apice incurva, glabra, carinam subaequantia. Antherae biloculares, flavescentes, pollen globulosum, flavescens.

Stylus incurvus, filamentis brevior; stigma capitatum.

Legumina duas circiter lineas lata, quatuor longa, pilosa, transverse et parallele nervosa, disperma, margine seminifero subrecto, crassiusculo, irregulariter ovato-semi-orbiculata, acuta, compressa, subsessilia, confertim capitata, apice breviter mucronata, mucrone incurvo.

Semina rufescentia, subcordato-ovata, compressa, punctata.

Species annua habitat in montanis prope Tiflim circa Kadschari, floruit in horto Taurinensi junio, augusto. Ad *sect. primam grammocarpos* Ser. in DC. *prodr. vol.* 1. *part.* 1. *pag.* 181 referenda.

Observatio.

Clarissimus Fischerus nostram speciem ad Melilotos primum retulit, mox vero calycis forma spectata, inflorescentia, leguminibus facile dehiscentibus, caeterisque quibus a Melilotis discrepat, medicaginibus accensendam duxit; atque inter medicagines collocarunt celeb. Marschal a Bieberstein, Seringius, Sprengelius; sed enim ejus legumina neque falcata, neque cochleata ex quo charactere

medicagines potissimum distinguuntur: alae vexillumque florum patula corollam mentientia tripetalam, calyx, inflorescentia, legumen, caetera descripta, universusque habitus satis ostendunt ad Trigonellae genus referri oportere: quoniam vero caeteris spectatis Trigonellarum leguminibus satis brevia nostra fert, sequitur Fischerianum ipsi congruere *brachycarpae* nomen.

MELAMPODIUM HUMILE.

M. caule villoso; foliis sublyratis, in petiolum alatum connatum decurrentibus; floribus solitariis brevi pedunculatis; fructibus cuneato-trigonis, angulis uncinato-aculeatis, apice bispinosis. Nob.

M. caule erecto; foliis lirato-dentatis, sessilibus. Swartz *nov. gen. et sp. plant. pag.* 114. *Flor. Ind. occid. vol.* 3. *pag.* 1370.

M. fructibus apice bispinosis, cuneato-trigonis, dorso uncinato-setosis, foliis sublyratis, in petiolum alatum, connatum decurrentibus; caule villoso, floribus subsessilibus, axillaribus. Spr. *Syst. veg. vol.* 3. *pag.* 620.

Descriptio.

Radix fibrosa, ramosa.

Caulis lineam circiter crassus, erectus, teretiusculus, purpureus, pilis incurvis articulatis albidis villosus, basi simplex vel ramosus, ramis oppositis, ascendentibus, superne dichotomus.

Folia opposita, viridia, nervosa, pubescentia, sublyrata; nimirum, lobo terminali ovato, obtuso, medium circiter pollicem lato inaequaliter sinuato-dentato lobatove, interdum subhastato, in petiolum alatum, sinuato-dentatum, basi connatum decurrente.

Flores in dichotomia, atque ad axillas foliorum superiorum brevissime pedunculati, solitarii, lutei: pedunculi persistentes, rigiduli, demum deflexi, in dichotomia paullo longiores.

Anthodium corollulis vix brevius, quinque-partitum, villosum, laciniis ovato-oblongis, acutiusculis, trinerviis, integerrimis.

Corollulae disci, 5. 8 hermaphroditae, infundibuliformes, extus pilosiusculae, steriles, demum marcescentes: tubus cylindricus limbi longitudine, limbus quinquefidus, laciniis ovato-acutis patentibus: stamina quinque; filamenta glabra, nigrescentia, brevia, ex summo tubo prodeuntia: antherae in tubum coalitae, lineares, nigrae, exsertae: pistillum teretiusculum antheris vix longius; stigma clavato-capitatum: germen lineari-oblongum, pilosiusculum, sterile.

Receptaculum paleaceum, paleis, tot quot flosculi, oblongis, apice laceris, tubo corollularum multo brevioribus.

Corollulae radii 6. 7 femineae, bilabiatae, vel biligulatae, totidem paleis capsularibus insidentes, tubo brevissimo extus piloso.

Labium exterius (Ligula) ovatum, apice reflexum, acutum, emarginatum: labium interius lineare, acutum, erecto-patens, simplex, exteriori longe angustius, duplo et ultra brevius. Stylus bifidus, exsertus, albus, glaber, stigmatibus simplicibus, reflexis. Paleae capsulares germina foecunda foventes, anthodio demum duplo et ultra longiores, stellatim divergentes, cuneato-trigonae, compressiusculae, primum virides dein nigrae, superficie undique (lente) tuberculato-glandulosae, glandulis pellucidis, ad angulos echinatae, aculeis uncinatis, apice utrinque spinosae, spinis divergentibus quarum interior longior recta, exterior uncinata.

Pappus nullus, nec calyculus vulvaeformis.

Species annua Jamaicae et Hispaniolae ruderata incolens: nata in horto Taurinensi ex seminibus benevole traditis a clarissimo Marchione A SPIGNO. Floret julio augustoque.

Planta ex SWARTZ loc. cit. agricolis odiosa, cujus semina pullis gallinarum et meleagridum infensa.

PAVONIA ROSEA.

P. herbacea, viscoso-pubescens; foliis cordato-suborbiculatis,

inaequaliter serrato-dentatis superioribus subtrilobis acutiusculis, pedunculis axillaribus terminalibusque solitariis, unifloris; involucelli foliolis 10. setaceis ciliatis calyce duplo longioribus; genitalibus declinatis; carpellis inermibus. Nob.

Descriptio.

Planta in olla culta altitudinis bipedalis.

Caulis erectus, duas circiter lineas basi crassus, teres, ramosus, viscidus, pubescens, pilis stellatis, aliis apice glandulosis commixtis.

Folia cordato-suborbiculata, alterna, petiolata, stellato-hirsuta, adulta duos circiter pollices lata, totidemque et ultra longa, supra virescentia, subtus pallida, margine late et inaequaliter serrato-dentata, pilis in utraque pagina stellatis, glandulosis aliquot intermixtis, superiora subtriloba, lobis acutiusculis, lateralibus medio minoribus. Petioli foliis longiores, teretes, pubescentes, viscidi, pilis apice glandulosis.

Flores axillares et terminales pedunculati, pedunculis petiolos subaequantibus, viscoso-pubescentibus, filiformibus, versus apicem articulatis, incrassatis, solitariis, unifloris.

Involucellum decaphyllum, foliolis setaceis, ciliato-glandulosis, conniventibus, aequalibus, calyce duplo longioribus.

Calix per aestivationem ovato-pentagonus, quinquefidus, laciniis oblongo-lanceolatis, trinerviis, acuminatis, pilosis nec viscosis.

Petala quinque pallide rosea, glabra, patentia, involucello longiora, obovato-cuneta, ungue brevissimo albo, apice subdenticulata: subtus nervosa, nervis 6. 7 longitudinalibus parallelis.

Stamina 20 et ultra hypogyna: filamenta glabra, teretia, albida, inaequalia, in tubum declinatum coalita: aliis 8. 10 a basi tubi secedentibus, brevioribus; aliis 10 12 usque ad ejus apicem coalescentibus.

Antherae uniloculares, subreniformes, albescentes, pollen globulosum album.

Stylus unicus, declinatus, decemfidus, segmentis demum stellatim divergentibus; stigmata capitata, rosea, pilis brevibus hirta.

Carpella capsularia quinque in orbem disposita, coalita, bivalvia, margine paullulum alata, extus pilosa, transverseque nervosa, nervis distantibus, parallelis.

Semen in unoquoque carpello unicum, reniforme-triquetrum, nigrescens, juxta longitudinem parallele tuberculatum.

Species annua Calcuttae indigena: nata in horto Taurinensi e seminibus benevole missis a celeberrimo Mirbelio, floret julio augustoque.

Ad *sectionem tertiam cancellarias* DC. *Prodr. syst. nat. vol.* I. *p.* I. *pag.* 444 referenda: a *Pavonia molli* H. B. et K. differt caule haud fruticoso, foliis haud acuminatis, involucelli foliolis 10 non 8, floribus roseis non violaceis caeterisque, a *Pavonia Zeilanica* Willd. foliis subtrilobis nec profunde tri-quinquelobis, visciditate aliisque. Ab aliis ejusdem sectionis traditi characteres abunde distinguunt.

POA CHILENSIS.

P. panicula aequali; ramis alternis binisve, primariis basi glanduloso-pilosis, fructiferis patulis; spiculis linearibus 6. 10 floris; foliis planis, pilosiusculis, vaginis fauce barbatis; culmis basi geniculatis; radice fibrosa. Nob. *Ann. di storia naturale. Bologna* 1830.

Descriptio.

Radix annua fibrosa multiceps.

Culmi caespitosi in planta in terra sata tri-quadripedales, basi geniculati, subramosi, dein erecti vel adscendentes, laeves, virides vel rubescentes.

Folia plana parce interdum, facie praesertim pilosa, pilis longiusculis, duas circiter lineas basi lata, superne, margineque retrosum

scabra, inferne laeviuscula, apice acuminata, viridia demum rubescentia; vaginae infimae saepe pubescentes, caeterae laeves, foliis breviores, nonnullae margine pilosiusculae, pilis raris; ligulae loco, series pilorum.

Panicula junior contracta, fructifera patula.

Pedunculi multiflori, longi, ramosi, rigidi, basi compressi, laeves, dein flexuosi, scabri, solitarii, interdum bini, alterni, raro aliquot oppositi, nunquam verticillati: axillae pedunculorum atque pedicellorum glandulosae, glandulis coloratis, inferioribus utplurimum pilosis. Spiculae tenuissimae, paullo majores quam in *Poa pilosa* L. in inferioribus pedunculis 5. 6-florae, in superioribus 10. 12 florae (in planta in olla culta quadri sexflorae) flosculis distiche imbricatis, virentes, duas et semis, vel tres lineas longae, vix mediam latae, lineares paullulum compressae.

Glumae calycinae inaequales, acutae, uninerviae, carina scabriusculae, caeterum glabrae, virentes, raro demum rubescentes.

Glumae corollinae glabrae, integrae, virentes, nervis lente scabriusculis; superior binervis, marginibus replicatis integris, apice obtusa, persistens; inferior trinervis, concava, superiori paullo longior, acutiuscula.

Stamina tria: filamenta capillaria, glabra, antherae biloculares miniatae. Styli duo: stigmata aspergilliformia stamina subaequantia. Ovarium laeve, subemarginatum. Semina oblongo-linearia, fusca, laevia.

Species annua nata e seminibus missis e Chili ab egregio botanico collega nostro Bertero quae benevole horto regio botanico largitus est collega praestantissimus Colla. In terra sata floruit julio augustoque.

Observatio.

Ad Eragrostides Paliss. de Beauv. *Ess. d'une nouv. Agrostogr. pag.* 70. *tab.* 14. *fig. XI Poa chilensis* spectat: admodum affinis ut

ex allata descriptione patet *Poae pilosae* L. *Eragr. pilosae* P. B. Quamobrem in ambiguo fui num vel hujus varietatem, vel distinctam speciem haberem, sed enim planta per biennium in olla, atque in terra culta faciem a *Poa pilosa* alienam non mutavit, taliaque constanter discrimina obtulit, quae mihi tamquam speciem botanicis proponendam praebuerint. En praecipua quae intercedunt discrimina.

In *Poa chilensi* culmi duplo et ultra elatiores crassioresque quam in *P. pilosa*. In *chilensi* folia, pilis raris patentibus facie utplurimum praedita; non ita in *p. pilosa*; in *chilensi* rami paniculae alterni raro bini, vel oppositi, numquam verticillati ut in pilosa. In *pilosa* pili ex basi glandulosa ramorum inferiorum longiores constantioresque. In *chilensi* gluma corollina superior oculo nudo trinervis; in *pilosa* obsolete trinervis, nervis lateralibus obsoletis nonnisi lente conspicuis: antherae miniatae in *chilensi*, violaceae in *pilosa*: spiculae violaceae suboctoflorae in *pilosa*, constanter virentes calyce unico interdum colorato, superiores 10. 12 florae in *chilensi*.

Descriptis characteribus satis ab aliis affinibus *Poa chilensis* distingui posse videtur.

ICONUM EXPLICATIO

TAB. I. *PASSIFLORA PALLIDIFLORA.*

N.° 1 — Calycis lacinia exterior interiorque : portio coronae filamentosae: papillae filamentosae ad ejus basim. 2. — Calycis tubus campanulatus, breviter supra bracteas pedicellatus: torus elongatus atque genitalia.

TAB. II. *BARLERIA HEXACANTHA.*

N.° 1. — Corolla naturalis magnitudinis bilabiata: calyx quadripartitus. 2. — Corolla ex altera ejus parte expressa, tubo superne dilatato. 3. — Calyx, lacinia inferiore bifida. 4. — Corolla fissa filamenta staminum referens arcuatim conniventia, basi, majus minusque inter se coalita. 5. — Ovarium stylusque. 5. — Semen.

TAB. III. *TRIGONELLA BRACHYCARPA.*

N. 1. — Corolla et calyx aucta. 2. — Corollae partes auctae. 3. — Stamina aucta. 4. — Pistillum auctum. 5. — Calyx auctus. 6. — Capitulum fructiferum. 7. — Legumen transverse nervosum auctum : *b* legumen dehiscens dispermum : *c* semen.

TAB. IV. *MELAMPODIUM HUMILE.*

N.o 1. — Anthodium corollulas continens auctum. 2. — Corollula disci aucta. 3. — Stylus et stamina aucta. 4. — Corollula radii paleae capsulari insidens. 5. Anthodium quinquepartitum et receptaculum paleaceum aucta. 6. — Paleae capsulares fructiferae stellatim divergentes. 7. — Palea capsularis. 8. — Semen.

TAB. V. *PAVONIA ROSEA.*

N.o 1. — Petala et columna staminifera. 2. — Pistillum. 3. — Involucellum et calyx. 4. — Carpella capsularia in orbem disposita cum calyce et involucello.. 5. — *a* Carpellum capsulare : *b* semen.

TAB. VI. *POA CHILENSIS.*

N.o 1. — Spicula aucta. 2. — Flosculum auctum. 3. — Ovarium auctum cum stylis et stigmatibus. 4. — Gluma corollina aucta. 5. — Gluma calycina aucta. 6. — Semen auctum.

Pag. 200. Tav. 6.

Ta

Al. Demma

ORA.

T

4 5 6

Ang.º Ross *Ab. Denina dis.*

NTHA.

Pag. 200. Tav. 8.

An

Ab. Denina.

ARPA.

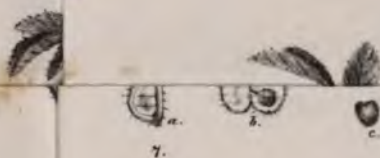
g. 200. Tav. 9.

7.

8.

Ang.° Rossi Bot

Ab. Denina

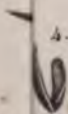
LE.

Accad.a R.e dell'ag. 200 Tav. X.

Tab

Ab. Demina

Torino Lit. di D. Festa

36 Pag. 200. Tav. 11.

4. 5. 6.

Magd. Lisa pinx.

Ab. Denina.

RECHERCHES CHIMIQUES

SUR LES ALTÉRATIONS DE LA BILE

EXTRAITE DU CADAVRE D'UNE FEMME QUI ÉTAIT AFFECTÉE DE MANIE

PAR LE PROFESSEUR LAVINI

Lues à la séance du 8 mai 1831.

Le Docteur Bertolini Médecin au manicôme royal de cette ville me communiqua la rélation de l'autopsie du cadavre d'une femme veuve, agée de trente-quatre ans, entrée dans le manicôme le 22 mai passé, et morte le 25 novembre d'entero-hepatite lente.

Cette rélation fut accompagnée de l'envoi d'une petite bouteille, contenant trois onces environ de bile extraite du cadavre de la femme, qui fait le sujet du rapport susdit, et dont je citerai ici le passage suivant :

» La monomanie de cette femme était triste, superstitieuse,
» avec propension au suicide, en sorte qu'elle s'est privée plusieurs
» fois de la nourriture pour mourir de faim. Cette manie avait été
» causée par de grandes afflictions, par suite des désastres do-
» mestiques, et des torts soufferts.

Nécroscopie.

« La dure mère était adhérente à la boîte osseuse, et la pie » méninge injectée, vasculaire, et un peu adhérente à la sub- » stance cérébrale; injection de la substance médullaire, et ras- » semblement de serum entre la tente, et le cervelet, la pie mé- » ninge injectée, et adhérente à la substance corticale du cervelet. » Les viscères de la poitrine dans leur état naturel; le ventricule » vide, et diminué. Les intestins grêles étaient amincis et livides, » avec injection bien distincte de toutes les ramifications vascu- » laires dans les deux surfaces extérieure, et intérieure, avec flac- » cidité du tissu membraneux. Le foie était épais et compacte, » avec rassemblement d'une quantité de bile de couleur noire » charbonneuse dans les conduits biliaires. La vésicule du fiel en- » flée de bile d'un noir plus foncé, d'aspect luisant, de la con- » sistance et de la couleur de la poix liquefiée.

L'analyse chimique de la bile de cette femme m'a paru pouvoir être de quelque intérêt tant pour le Médecin, que pour le Chimiste.

L'analyse de la bile humaine, et la détermination de ses principes constituans à l'état de santé, ainsi que des modifications morbifiques dont elle est susceptible, a déjà fait l'objet des travaux de plusieurs chimistes. Fourcroy, Orfila, Thénard, Berzelius, et autres s'en sont successivement occupés; d'après leurs observations la consistance de la bile varie beaucoup dans les divers individus; tantôt elle est dense, et syropeuse dans son état naturel; tantôt fluide comme l'eau; dans certains cas de maladies elle perd entiérement sa fluidité, et prend la consistance de la poix, ou du gluten, ou même elle devient concrète, et finit par se solidifier tout-à-fait, comme on l'observe dans les calculs biliaires; il n'y a donc rien de plus variable, que la bile dans l'état de maladie; mais celle, dont l'examen fera l'objet de ce Mémoire m'a présenté des propriétés tout-à-fait particulières, et qui n'ont encore été

rencontrées, que je sâche, dans cette humeur animale soumise à l'analyse très-peu de tems après son extraction : son odeur fétide ammoniacale, une matière flottante dans sa masse granuleuse, et l'apparence d'une poussière charbonneuse y suspendue, tout annonçait dans la bile en question une altération extraordinaire, et promettait des résultats curieux dans son analyse.

Propriétés physiques.

Cette substance était opaque, d'une consistance semblable à celle du baume du Pérou liquide; une quantité de petits grains de la consistance de la cire, noirs, et entourés d'une poussière noirâtre flottaient dans son intérieur vers le fond de la bouteille. Vue en masse elle avait une couleur noire, mais, versée dans une capsule, et en la tournant vers la lumière, elle paraissait d'une couleur jaune verdâtre; son odeur était fétide ammoniacale, comme j'ai déjà dit.

Analyse chimique.

1.° Un décagramme environ de ce liquide bien agité fut versé dans une petite capsule de porcelaine placée sur une assiette, et fut soumis à la température de trente dégrés environ sur une étuve; j'ai placé dessus un verre renversé; au bout de quelque tems la surface interne du verre était remplie de gouttelettes, qui retombaient dans la capsule; j'ai reconnu que ces gouttes n'étaient que de l'eau tenant en solution du sous-carbonate d'ammoniaque : ayant en suite soumis la substance à une distillation bien suivie, j'ai trouvé qu'il ne s'en élévait pas d'autres substances volatiles.

2.° J'ai placé une autre portion bien pesée de la même substance sous le récipient de la machine pneumatique, et je la fis sécher par le moyen du chlorure de calcium : j'ai constaté par cette opération, que l'eau qu'elle contenait, formait presque la

moitié de son poids, moins la proportion du sous-carbonate volatile.

3.° Une autre partie de cette humeur bien agitée à l'objet de réunir les corpuscules flottants dans sa masse, et rassemblés au fond du vase, a été mêlée avec une suffisante quantité d'eau: elle s'y est dissoute; mais les petits grains et la poussière noirâtre qui y était jointe, refusèrent de s'y dissoudre; j'ai versé le tout sur un filtre, et après avoir laissé bien égoutter, et avoir lavé à grande eau la matière restée sur le filtre, jusqu'à ce que l'eau sortit bien claire, j'ai obtenu isolée la matière granuleuse, et la poussière.

4.° La substance grénue avait ses grains de forme presque sphérique, et d'une couleur noirâtre: je la crus d'abord de la nature des calculs biliaires; mais un examen bien soigné m'a démontré, qu'elle n'était point formée de la substance nacrée, qui constitue ces calculs; qu'elle ne contenait ni de la cholestérine, ni de la matière jaune, ni du picromel, ni de la matière grasse de la bile; c'était une vraie résine tout-à-fait soluble dans l'alcool, et ayant tous les caractères des résines animales.

5.° La solution alcoolique de la substance résineuse en question abandonna une poudre très-légère insoluble dans l'alcool, et dans l'éther; cette poudre bien lavée, et séchée fut introduite dans un tube de crystal étroit, et porté à la chaleur rouge: un petit crystal de nitrâte de potasse bien sec introduit alors dans le même tube, après une légère déflagration il fut décomposé, et passa à l'etat de sous-carbonate, sans laisser la moindre trace d'humidité adhérante au tube; la solution aqueuse de ce sel fut tout-à-fait limpide, d'où il suit, que cette poudre ne pouvait être que de la pure substance charbonneuse. Ainsi convaincu que cette matière granuleuse, et sa poussière ne serait que de la résine animale, et de la poudre de charbon animal, j'ai poursuivi mes recherches sur la substance de la bile liquide même, et d'abord pour voir si elle contenait de l'albumine.

6.° Le liquide aqueux étant séparé de la matière granuleuse, réuni avec les eaux du lavage, et bien filtré, je le fis réagir avec

de l'alcool pour coaguler l'albumine, si elle y eût été, mais je ne pus apercevoir aucun flocon de cette substance: j'ai chauffé le liquide jusqu'à l'ébullition; l'alcool fut évaporé, et la liqueur se maintînt toujours dans son état de diaphanéité.

7.° Ayant ensuite évaporé cette liqueur à siccité, j'ai reduit le résidu en charbon, celui-ci fut de très-difficile incinération, et la cendre obtenue contenait de la soude et de la potasse, des acides hydrochlorique, sulphurique, phosphorique, de la chaux, de l'oxyde de fer, substances analogues à celle que présente la cendre de la bile ordinaire.

8.° Il restait à chercher si cette humeur animale altérée contenait du picromel, et de la résine propre de la bile ordinaire: pour cela j'ai pris de la bile en question; j'ai dû la dissoudre avec une suffisante quantité d'eau pour la porter à un état de fluidité convenable; je l'ai passée à la filtration pour en avoir la liqueur limpide, et j'y ai versé de l'acide nitrique; il se fit un abondant précipité qui se trouva soluble dans l'alcool en grande partie, et la solution alcoolique laissa par la distillation un résidu, que j'ai reconnu être de la simple résine.

Sur une nouvelle partie de liquide j'ai versé de l'acétate de plomb en excès, suivant le procédé de M. Thénard, et j'ai obtenu un précipité jaune verdâtre puant, qui devait contenir la matière animale jaune, la résine et les acides y contenus, propres à la bile, le tout uni à l'oxide du plomb. Ayant alors traité la liqueur restante par le moyen du sous-acétate de plomb, il ne s'est point fait du dépôt blanc flocconeux; de là j'ai conclu qu'il n'existait point de picromel dans la liqueur énoncée. D'après tout ce qui précède, la bile en question serait composée

1.° D'eau, formant la moitié de son poids.
2.° De sous-carbonate d'ammoniaque.
3.° D'une résine isolée en forme de grains.
4.° Du charbon en poussière.
5.° De la résine faisant partie de la liqueur.

6.° De matière animale puante de couleur jaune-verdâtre.

7.° Des substances salines de la bile ordinaire.

Point d'albumine.

Point de picromel.

Ainsi la bile, dont il s'agit, différérait de la bile ordinaire humaine à l'état de santé, 1.° en ce qu'elle contient très-peu d'eau; 2.° en ce qu'elle est privée d'albumine, et de picromel: 3.° en ce qu'elle contient des grains de substance résineuse à l'état isolé, et de la poudre charbonneuse en suspension: 4.° enfin en ce qu'on y trouve du sous-carbonate d'ammoniaque, dû probablement à l'altération des autres principes ordinaires de la bile, altération qui est annoncée par l'odeur puante de la matière animale jaune-verdâtre.

QUELQUES OBSERVATIONS

SUR

LE GISSEMENT DES TRACHYTES EN GÉNÉRAL

ET

DU TRACHYTE DES MONTS EUGANÉENS EN PARTICULIER

PAR M.r DA RIO

Directeur de la faculté philosophique de l'I. R. Université de Padoue, et membre de plusieurs Sociétés Savantes d'Italie et étrangères.

Lues dans la séance du 12 juin 1831.

On est aujourd'hui généralement convenu d'appeler *trachyte* une roche, qui portait autrefois prèsque autant de noms qu'il y a eu d'auteurs qui en ont parlé, et que l'on distingue aisément des autres par sa texture matte et raboteuse, par sa pâte âpre, par les petits cristaux de Feldspath qu'y sont ordinairement mêlés, et lui donnent un aspect porphyritique; roche qui joue un rôle bien important dans le système des formations, par sa présence dans beaucoup d'endroits, et par son indépendance même des autres formations; les géognostes les plus distingués se sont occupés de

l'étudier soigneusement, et de recueillir toutes les observations qui pouvaient éclaircir son origine, et fixer la place qui lui est due parmi les différens terreins qui forment l'écorce du globe.

L'opinion maintenant généralement admise, et qu'on peut regarder comme le résultat le plus probable de toutes ces observations, c'est que le trachyte tire son origine des entrailles de la terre, qu'il en a percé les couches supérieures, et qu'il s'est épanché sur ces couches en s'élévant, et formant des groupes de montagnes, qui plus ou moins étendues, sont aussi distinguées par leur forme très-souvent conique, que par les roches qui les composent.

Si nous consultons, à ce propos, l'ouvrage très-récent d'un savant géognoste Français qui, par la réputation si justement attachée à son nom, a mérité de remplacer le celèbre Haüy, nous verrons que c'est à-peu-près son sentiment, et qu'il regarde le terrein trachytique comme une expansion qui a eu lieu sur la surface du globe après la formation de la craie « Il y a, dit M. Brongniart, (*Tableau des terreins qui composent l'écorce du globe*. Paris 1829, » pag. 355) dans la division des roches massives trois questions » à resoudre; dans quelles couches de la terre ont elles pris leur » source ou origine? à quelle époque géognostique se sont elles » épanchées à la surface du globe? quels sont les terreins qui se » sont déposés ou épanchés après elles?

« La première recherche, continue-t-il, toute théorique ne peut » être traitée ici: les deux dernières constituent ce que nous avons » nommés les limites inférieures et supérieures des terreins ou for- » mations.

« Or les limites inférieures des terreins de trachyte, après avoir » été pendant long temps prèsque inconnues, et beaucoup dispu- » tées, sont maintenant assez bien déterminées. Ces roches pa- » raissent s'être épanchées à la surface du globe après la formation » de la craie, en même temps que les terreins *thalassiques*, et » peut être même après l'époque *tritonienne* de ces terreins.

« Ce qui parait établir ce fait, c'est la superposition évidente
» des trachytes des Monts Euganéens sur un calcaire schistoïde
» rougeâtre, qui, malgré sa différence extérieure d'avec la craie
» blanche, m'a paru, par ses autres caractères minéralogiques,
» et par ses caractères zoologiques appartenir à cette époque. Ce
» rapprochement est maintenant assez généralement admis. Le tra-
» chyte d'Arquà dans ce groupe de montagnes, et dans plusieurs
» autres points est évidemment superposé au calcaire ».

Comme M. Brongniart, en parlant des trachytes, cite pour exemple celui d'Arquà, et que c'est l'objet que j'ai constamment sous les yeux, et pour ainsi dire, à ma porte, je crois pouvoir avancer quelques observations sur son gissement, car il peut arriver très-aisément qu'en s'occupant prèsque exclusivement et à plusieurs reprises d'un même sujet on puisse découvrir quelque particularité, quelque circonstance que n'auront pû remarquer d'autres géognostes bien plus savants, et bien plus expérimentés, mais qui n'auront pas eu la commodité et le loisir dont je puis disposer.

M. Brongniart, en parlant des trachytes, semble toujours regarder leur présence sur les terreins comme l'effet d'une expansion: ceci embrasse l'idée, ce me semble, d'une fluidité au moins pâteuse: dans les Monts Euganéens les trachytes n'offrent point ce caractère; si cela était on devrait les voir en forme de filons en pénétrer les crévasses; mais cela ne se remarque ni à Arquà, ni dans les autres endroits des Euganéens.

Il est bien vrai que, pour atteindre le sommet de *Venda*, qui est le plus haut des Monts Euganéens, et le point central de ce groupe, en prenant le chemin de *Galzignano*, avant d'y arriver on trouve du côté du sud de grands pans de trachyte porphiritique (*Masegna*) qui se présentent presque perpendiculairement, comme de grandes murailles, et qui donnent à cet endroit un aspect sauvage et romantique, comme on en voit dans les grandes Alpes. Le même phénomène se répète, et d'une manière encore plus marquée, par les fréquentes et profondes découpures dont ces pans

sont déchirés, et qui leur donnent les formes les plus bizares et les plus hardies, *al sasso del Pataco* entre *Monte delle Forche* et *Bajamonte* (1), dans la commune de *Castelnovo*. Cet endroit n'est pas beaucoup visité par les voyageurs géognostes, car il est hors de la route.

Tout ceci rappelle bien l'idée du soulévement du trachyte, mais pas de son épanchement, car s'il s'était épanché, on ne le verrait pas si soulevé et si redressé.

Je ne nierai pourtant pas que dans quelques autres endroits des Monts Euganéens, comme par exemple au mont *Sieva* et ses dépendances, *Catajo* d'un côté, et *Monte delle Croci* de l'autre, la roche semble réellement ne s'y être pas épanchée, elle s'y présente sous la forme de coulée, et montre d'avoir souffert une fluidité pâteuse; mais aussi la roche n'est pas du trachyte; c'est tantôt du trappite, tantôt du basanite, et quelque fois c'est du stigmite porphiroide, ou perlaire de M. Brongniart, qui composent ce petit groupe prèsque détaché des autres Monts Euganéens (2). Le trap et les autres roches qui s'y rapportent, forment un terrein différent de celui du trachyte. M. Beudant a constaté ce fait dans le troisième volume de ses voyages en Hongrie, *Chapitre V. pag.* 300: il va jusqu'à admettre une espèce de répulsion entre ces deux sortes de terreins. M. Brongniart reconnait lui-même que le terrein trachytique, qui dans son tableau est rangé parmi les terreins massifs ou typhoniens, et forme le quatrième genre de la classe huitième, est différent des terreins volcaniques, ou de fusion qui constituent une autre classe, qui est la neuvième dans son systême, et qui renferme les terreins *trappéens* et *laviques*.

---

(1) *Sasso del Pataco*. C'est ainsi qu'on nomme un rocher de trachyte presque granitique du nom d'une famille des *Pataco*, qui habite une chaumière au pieds de ce rocher.

(2) Classification et caractères minéralogiques des roches homogènes et hétérogènes par Alexandre Brongniart. Paris 1827.

C'est bien dans les roches trappéennes que l'on peut observer très-souvent tous les indices d'une expansion, les coulées, les filons etc., et en effet on les remarque même dans ce mont *Sieva*, dont nous venons de parler; mais si on les remarque dans le petit groupe de *Sieva* parcequ'il est trappique, on ne les rencontre pas dans les autres montagnes Euganéennes, qui sont composées de trachyte.

Voila donc une différence assez remarquable, ce me semble, entre le soulévement et l'expansion d'une roche: cela tient à la différence qui se trouve entre les anciens volcans, et les modernes, c'est-à-dire entre ces volcans qui ont contribué à la formation des anciens continents, dont l'origine précède toute époque historique, et peut-être même l'existence des animaux terrestres auxquels ils ont préparé le sol, et qui avaient leur foyer à une profondeur indéterminable, qui agissaient sous une pression énorme, qui s'opposaient au dégagement des fluides élastiques, et pouvaient en conséquence tuméfier et soulever les roches sans les décomposer; et les volcans de nos jours qui, délivrés de l'influence d'une très-grande pression ont pû donner aux roches une fluidité plus ou moins pâteuse, favorable à leur épanchement, et les changer en laves plus ou moins boursouflées, en ponces etc.; différence très-bien saisie par M. Brongniart, qui l'annonce très-clairement dans son tableau ci-devant cité, quoique souvent, comme il avoue lui-même, il soit très-difficile de bien saisir la ligne de démarcation entre les deux termes de la série, qui pourtant sont assez distingués dans leurs extrêmes.

Si ces observations ont quelque poids, elles servent à prouver la différence qu'on doit mettre entre l'émersion ou le soulevement d'une roche *typhonienne* et son épanchement; et à prouver aussi que si l'on a de bonnes raisons pour regarder le trachyte comme une roche qui s'est soulevé du sein de la terre, en perçant les couches qui forment son écorce extérieure, on n'en a pas d'aussi bonnes pour dire qu'elle se soit epanchée en couvrant les couches inférieures.

Un autre point qui regarde de plus près notre trachyte, c'est sa superposition évidente au calcaire rougeâtre, dans les Euganéens et particuliérement à Arquà.

Si M. Brongniart s'était borné à dire que dans les Monts Euganéens le trachyte est plus élevé que le calcaire, c'est-à-dire, qu'il a atteint un plus haut niveau, celà aurait été incontestable; mais peut être que, si ce célèbre géognoste avait eu le loisir de visiter en détail tous les Monts Euganéens, d'en suivre les contours, les vallons, les sinuosités et les découpures qu'ils présentent, et de pouvoir observer tous les endroits où le calcaire se montre en contact avec le trachyte, il aurait observé aussi que le calcaire est plutôt adjacent que subjacent au trachyte.

Dans un mémoire inséré dans le XV volume *degli Atti della Società Italiana delle scienze per l'anno* 1810 *sopra la Masegna*, car à cette époque cette espèce de roche n'était pas encore connue sous le nom de trachyte, j'ai prouvé par nombre d'observations

1.° Que le calcaire dans les Monts Euganéens n'est jamais subjacent au trachyte.

2.° Qu'il forme une zone qui embrasse ces montagnes.

3.° Qu'il n'atteint pas les sommets les plus hauts, qui s'élevent jusqu'à métres 526, 422, comme celui de *Vonda*; la plus haute limite du calcaire n'étant que de 211 métres comme à *Ventolone*.

Toutes les observations postérieures, que j'ai multipliées, n'ont pù que me confirmer davantage dans cette opinion, qui pour moi est une vérité démontrée; elles m'ont fait connaître de plus que les couches calcaires dans beaucoup d'endroits sont élevées du côté du noyau trachytique, ce qui tend à rendre encore plus probable l'hypothèse du soulévement du trachyte, qui, en s'élevant, a forcé les couches calcaires à quitter leur position orisontale pour prendre l'inclinaison que nous y voyons.

M. Buch manifeste la même opinion dans ses lettres où il fait la description du Tirol méridional; il invite à se méfier de certaines *superpositions* qui n'existent que dans l'imagination, et qui

ne sont que de simples *juxtapositions* « Telles sont, dit-il, les su-
» perpositions des trachytes des Monts Euganéens sur des couches
» analogues à la craie; je les crois toujours de simples juxtapositions,
» dues au soulevement des trachytes. C'est le résultat de plusieurs
» observations que j'ai faites dans ces montagnes ».

Cette opinion sur le gissement des trachytes Euganéens, que j'avais déja annoncée plusieurs années auparavant, acquiert un bien plus grand poids par le suffrage qu'elle a obtenu d'un savant aussi célèbre que M. Buch, auquel elle appartient aussi originellement qu'à moi, car il ne la doit qu'à ses propres observations, comme elle n'a été que le résultat des miennes : du reste ce n'est pas à la priorité, mais à la vérité de l'observation que je m'intéresse.

Si l'on devait regarder le trachyte comme superposé et épanché sur le calcaire, je ne vois pas les raisons pour lesquelles les couches calcaires auraient été déplacées de leur ligne horisontale ; car le trachyte en s'épanchant les aurait recouvertes, mais non redressées, et au-dessous du trachyte on devrait trouver le calcaire, ce qui ne se remarque pas, puisque dans certains endroits, où des monts trachytiques ont été coupés presque par la moitié pour fournir la pierre du pavé de Padoue, de Vicence, de Vénise, de Rovigo, et même de Bologne, où l'on trouve le trachyte, on continue de le trouver toujours jusqu'à une profondeur indéterminée, et où on trouve le calcaire on continue aussi à le trouver jusqu'à une profondeur également indéterminée, ce qui prouve évidemment sa juxtaposition.

Voila donc l'émersion et le soulévement du trachyte bien prouvé, mais on ne peut dire autant, ce me semble, de son expansion sur les couches calcaires des Monts Euganéens ; couches qui ont été déplacées et redressées, mais non recouvertes par la roche trachytique.

L'expansion et le recouvrement est, peut être, un caractère exclusif des roches trapéennes, dans lesquelles on reconnait les traces d'une origine volcanique et de fusion plus évidemment que dans

les trachytes, qui peut-être, malgré tout ce qui a été dit par tant d'illustres géognostes, sont encore d'une origine problématique; et pour leur accorder une origine pyrique et typhonienne, comme on le fait généralement, la seule preuve vraiment concluante se reduit au soulévement des couches qui lui sont adjacentes, et qui seraient restées horisontales si, en supposant dans le trachyte une origine neptunienne, il se fût postérieurement déposé sur la craie.

MÉMOIRE

SUR

LA FORCE ÉLASTIQUE DE LA VAPEUR DU MERCURE À DIFFÉRENTES TEMPÉRATURES

PAR M. LE CHEVALIER AVOGADRO

Lu aux séances du 12 et 26 juin et 10 juillet 1831.

On sait par les expériences de MM. Dulong et Petit, que le mercure bout sous la pression atmosphérique à la température 360° de l'échelle centigrade, mesurée sur le thermomètre à mercure, ou 350° de la même échelle sur le thermomètre à air corrigé de la dilatation du verre; c'est-à-dire qu'à cette température la force élastique ou maximum de tension de la vapeur du mercure est égale à la pression atmosphérique, ou à la pression exercée par une colonne de mercure d'environ 0^m, 76. Mais il n'a été fait encore, que je sâche, aucune recherche sur la marche que la force élastique, ou tension de la vapeur de ce métal liquide suit à d'autres températures supérieures, ou inférieures au point de son ébullition, comme on en a fait pour la force élastique ou tension de la vapeur de l'eau, et de quelques autres liquides. Une telle

recherche ne peut manquer cependant d'intéresser les physiciens, soit en elle-même, et comme tendant à completer nos connaissances sur ce métal si généralement employé dans nos expériences, soit en tant que les résultats qu'on en obtiendra pourront servir de termes de comparaison à ceux deja trouvés rélativement aux tensions des vapeurs des autres liquides, pour appuyer ou contredire les idées qu'on pourrait se former sur les lois générales qui président au phénomène de la vaporisation de tous les liquides.

L'objet de ce mémoire est d'exposer les résultats de quelques expériences que j'ai exécutées dans cette vue, et les tentatives que j'ai faites pour lier ces résultats entre eux, en leur appliquant les différentes formules ou purement empiriques, ou en partie fondées sur des idées théoriques, par lesquelles on a deja taché de représenter la marche des tensions des vapeurs de l'eau, et de quelques autres liquides à différentes températures.

§. I.

Procédé suivi dans les expériences et formules pour le calcul de leurs résultats.

1. Les procédés qu'on a employés jusqu'ici pour déterminer la marche des forces élastiques ou tensions des vapeurs des différens liquides, et de l'eau en particulier, sont de deux espèces; les uns se rapportent aux températures inférieures au point de l'ébullition de chaque liquide, les autres aux températures supérieures à ce point. Les tensions de la vapeur aqueuse, par exemple, aux températures inférieures à l'ébullition de l'eau, savoir de 0° à 100° *C* ont été déterminées en introduisant de l'eau dans le vide supérieur d'un tube barométrique, et examinant de combien la vapeur produite, à différentes températures, déprimait la colonne de mercure, d'abord soutenue en entier à $0^m,76$ par la pression atmosphérique. Les expériences de Dalton à cet égard sont surtout très-connues.

Pour les températures supérieures à l'ébullition, auxquelles répondent nécessairement des tensions supérieures à la pression atmosphérique ordinaire, on a fait agir au contraire la vapeur produite sur une surface de mercure de niveau avec du mercure contenu dans un tube ouvert par en haut, et servant de manomètre ; l'élévation du mercure dans ce tube indiquait l'excès de pression de la vapeur sur la pression atmosphérique dont la colonne de mercure était constamment chargée dans sa partie supérieure. C'est à ce dernier procédé que se rapportent en particulier les expériences faites dernièrement sur cet objet par ordre de l'Academie des sciences de Paris par MM. Prony, Arago, Girard et Dulong, et dont l'exposition se trouve dans leur rapport publié en 1830 (1), et qui a été inséré dans le T. 10.e des Nouveaux mémoires de cette Académie.

Il est facile de voir que des expériences de ce dernier genre seraient à-peu-près impraticables sur le mercure, d'après la haute température exigée pour son ébullition, et au-dessus de laquelle nous n'avons pas même des moyens exacts et commodes de la mesurer. D'ailleurs on ne voit pas que la connaissance des tensions de la vapeur du mercure à de si hautes temperatures, qu'on n'atteint pas ordinairement dans les expériences où l'on fait usage de ce liquide, pût présenter en ce moment un grand intérêt. Il fallait donc se borner à établir la marche des tensions de la vapeur du mercure par des expériences faites à des températures inférieures à celle de son ébullition, et seulement assez élevées pour que ces tensions commençassent à être un peu considérables. Mais d'un autre côté le procédé analogue à celui de Dalton pour cet objet

---

(1) A proprement parler dans les expériences qui font l'objet du rapport cité, on n'a pas fait agir immédiatement la vapeur de l'eau pour élever une colonne de mercure ; on a mesuré sa force par la condensation qu'elle pouvait produire sur une colonne d'air renfermée sur du mercure, d'après la loi de Mariotte, qu'on avait d'abord vérifiée par les colonnes de mercure que l'air pouvait soutenir dans les différens dégrés de condensation : mais cela ne change pas l'esprit de la méthode dont il est ici question.

n'était guère applicable au mercure; car il aurait toujours fallu échauffer au moins entre 200° et 300° C, et d'une manière bien uniforme, et déterminée, la partie supérieure d'un baromètre, et entourer pour cela cette partie d'un liquide susceptible de prendre ces températures élevées, et auquel on aurait communiqué la chaleur. Or il serait difficile d'imaginer une disposition de vases et d'appareils propre à remplir cette condition.

Mais j'ai considéré que le vide barométrique, et la suspension initiale de la colonne de mercure à $0^m, 76$, hauteur à laquelle l'élève la pression atmosphérique, n'était ici nécessaire qu'afin que la vapeur pût se former dès qu'elle commençait à avoir une tension sensible, ce qui pour la vapeur pure et isolée exige en effet l'absence de toute pression étrangère à celle de la vapeur même. Il n'en est pas de même, comme on sait, lorsque la vapeur d'un liquide quelconque peut se mêler à un gaz permanent, et en particulier à l'air: la vapeur se forme alors, quelle que soit la pression exercée par cet air ou gaz, comme si le liquide, ou la vapeur n'étaient assujettis qu'à la pression de cette vapeur même: elle peut parvenir ainsi à soutenir par elle-même une portion de pression égale à la pression qu'elle soutiendrait à chaque température, si elle se formait dans le vide; seulement elle exige alors un peu plus de temps pour arriver uniformément à ce dégré de tension dans tout l'espace occupé par le mélange d'air, et de vapeur. D'après ce principe il est clair que si l'on ménage au liquide qui doit se vaporiser un espace plein d'air renfermé sur du mercure, dont la surface soit à-peu-près de niveau avec une colonne du même liquide assujettie à la pression atmosphérique, il se formera de la vapeur de mercure qui se repandra dans cet air, et s'y mêlera, dès que la température sera suffisamment élevée pour lui donner une tension sensible: mais cette tension de la vapeur s'ajoutera alors à l'élasticité de l'air qui soutenait primitivement la pression atmosphérique, et si on permet à cet air de se dilater en déprimant la surface du mercure, et en élevant la colonne de

mercure dans le tube vertical communiquant avec le reservoir, la dépression d'un côté, et l'élévation correspondante de l'autre auront lieu non seulement par l'accroissement de volume, que l'élévation de la température tend à donner à cet air, mais aussi par la pression qu'exerce la vapeur formée; et comme le volume que l'air seul doit prendre sous une température et pression données, est connu, on pourra évaluer par là la portion de l'accroissement de volume et de pression due à la tension de la vapeur, ou, en d'autres termes, mesurer cette tension par la colonne de mercure, à la pression de laquelle elle fait équilibre. Ainsi l'introduction de cette masse d'air, dans lequel la vapeur peut se repandre, ramène le cas des températures inférieures au point de l'ébullition du liquide au procédé qu'on a suivi pour celles supérieures à ce point dans les autres liquides, cet air maintenant par son élasticité, et présentant à la vapeur un espace, sans lequel elle ne pourrait pas se former sous la pression atmosphérique. Cet espace s'accroît même par l'élévation de la température, et permet ainsi à la vapeur de se former en quantité de plus en plus considérable, independamment de l'accroissement que la production de la vapeur même y occasionne. On peut aussi remarquer que cette manière de procéder est analogue au moyen dont De-Saussure s'est servi autrefois pour déterminer la tension de la vapeur aqueuse repondant aux dégrés de son hygromètre à une température donnée, en introduisant de l'eau dans un ballon rempli d'air sec, et muni d'un manomètre propre à indiquer l'accroissement de pression qui en résultait à l'intérieur par l'évaporation de l'eau.

2. La forme la plus simple et qui se présente la première à l'esprit pour un appareil fondé sur cette idée, est celle d'un siphon de verre renversé, entiérement cylindrique *ABC* (fig. 1.), dont la branche plus courte *AB* est fermée à son extrémité supérieure en *A*, pour contenir une colonne d'air *Aa* d'une certaine longueur, laquelle y est renfermée par du mercure *aBd*, remplissant la partie inférieure du siphon, et à-peu-près de niveau dans les

deux branches. Ce siphon étant plongé dans un vase *DE* rempli d'huile d'olives, ou d'autre huile fixe jusqu'au dessus de *A*, à mesure qu'on echauffera cette huile avec un thermométre y plongé à côté du siphon, et qui en marque à chaque instant la température, la colonne *Aa* d'air commencera à se dilater, et en s'allongeant déprimera la surface du mercure en *a*, et fera élever d'autant le mercure en *d* dans l'autre branche, en sorte que l'élévation du mercure dans cette branche au dessus du niveau primitif marquera l'allongement de la colonne d'air, ou l'accroissement de volume que l'air a pris par le changement de température et de pression, allongement qu'il ne serait pas facile d'observer immédiatement dans la branche même *AB* plongée sous l'huile; et le double de cette élévation, qui est égal à la somme de l'élévation d'un côté et de la dépression de l'autre, indiquera l'accroissement de la pression. Lorsque la température sera arrivée au point que la vapeur du mercure commence à avoir une tension sensible, l'élévation du mercure, telle que *de* dans la branche ouverte continuera à être égale à la dépression en *a*, ou à l'allongement *ab* de la colonne d'air; mais cet allongement sera produit non seulement par la dilatation de l'air, mais aussi par la formation d'une certaine quantité de vapeur, en sorte qu'en soustrayant l'allongement dû à la dilatation que l'air seul aurait présentée à la température, et sous la pression actuelle, de l'allongement total observé, on aura la portion du tube qui serait occupée par la vapeur seule, si elle pouvait se maintenir séparément à cette température, et sous cette pression, et on pourra conclûre de là la tension ou la portion de pression que cette vapeur soutient actuellement, dispersée comme elle l'est dans toute l'étendue de la colonne d'air et de vapeur. Il faudra seulement faire quelque correction pour l'allongement de la colonne même de mercure par la chaleur qui doit produire en *d* une petite élévation indépendante de la dépression en *a*, et pour le changement de densité du mercure dû à l'élévation de la température, et qui fait que la pression n'est proportionelle à la co-

lonne de mercure qui l'exerce, qu'en tant qu'on aura reduit celle-ci à ce qu'elle serait à zero de température.

Mais pour obtenir ainsi avec un simple siphon cylindrique les allongements de la colonne d'air et de vapeur, à des températures assez élevées, et sur une échelle assez étendue pour diminuer l'influence des erreurs inévitables des observations, il faudrait donner à la branche *AB* qui doit rester sous l'huile, et qui doit contenir la colonne primitive, et son allongement, une longueur très-considérable, à fin que l'air dilaté, et chargé de vapeur ne pût s'étendre au-de-là du coude *B*, et sortir en partie par la branche ouverte *BC*; et cela obligerait de donner au vase qui contient l'huile, et qu'on doit échauffer, des dimensions, et une capacité tout-à-fait incommodes.

On obvie à cet inconvenient en pratiquant à l'extrémité *A* (fig. 2.) un reservoir sphérique ou cylindrique pouvant contenir un volume assez considérable d'air, sans que ce volume s'étende en longueur. Dans le premier appareil de cette espèce que j'ai fait construire, et avec lequel j'ai fait une première suite d'observations, l'air à la température initiale remplissait toute la boule, et une partie du tube, de manière que pour ramener les résultats au cas de la fig. 1, il n'y avait qu'à évaluer préalablement le volume occupé alors par l'air dans la boule, et dans cette partie du tube réunies, en portion de la longueur du tube, c'est-à-dire à déterminer la longueur du tube que la même quantité d'air aurait occupée à la température initiale, si la portion *Aa* avait eu un diamètre par tout égal à celui du tube, au lieu d'être façonnée en boule. Celá n'aurait pû se faire exactement par les seules dimensions rélatives de la boule, et de la cavité du tube, à cause des irrégularités inévitables dans la forme de la boule; on y serait parvenu en remplissant de mercure la boule, et la portion du tube jusqu'au même point *a*, avant d'y introduire l'air, et faisant ensuite passer dans le tube la quantité de mercure requise pour cela, pour voir la longueur qu'elle y aurait occupée. Mais j'ai trouvé plus commode de

déterminer cette longueur sur l'instrument tout construit, par celle que cet air fait parcourir à la colonne de mercure en se dilatant entre deux températures déterminées inférieures à celle où la tension de la vapeur du mercure commence à être sensible; l'allongement de la colonne d'air ayant un rapport connu au volume total de l'air à la température primitive, l'évaluation de ce dernier volume en portions de la longueur du tube peut s'en déduire aisément. L'instrument sous ce point de vue est un véritable thermomètre à air, qui reste tel pour toutes les températures où la vapeur du mercure n'a pas encore de tension sensible, et dont les indications se compliquent de la tension de cette vapeur, dès qu'elle commence à devenir sensible; il ne s'agit que de soustraire les dégrés que le thermomètre à air simple aurait indiqués, en ayant égard aussi au changement de pression, des indications réellement obtenues à ces températures supérieures, pour pouvoir en déduire par le calcul la tension de la vapeur.

3. Par cette modification la branche AB, et par là la hauteur qu'on doit donner au vase contenant l'huile où elle doit être plongée, est diminuée de presque toute la longueur que l'air aurait initialement occupée dans le tube entièrement cylindrique: mais les dilatations se faisant toujours dans le tube elles y doivent encore s'étendre à une longueur considérable, en sorte que si le volume de l'air, par la dilatation dûe à la chaleur, et par la formation de la vapeur du mercure, vient seulement à se doubler, ainsi que cela doit nécessairement arriver à une température un peu élevée, la partie verticale aB du tube au dessous du niveau initial a du mercure doit avoir une longueur au moins égale à celle que le volume primitif de l'air aurait occupé dans le tube. J'avais été obligé, d'après cela, dans cette construction, de donner à cette partie quelques décimètres de hauteur, et d'employer, pour contenir l'huile un vase d'assez grandes dimensions, et contenant plusieurs kilogrammes d'huile, et cependant je n'avais pû pousser l'expérience que jusqu'à

260° *C* de température, sans risquer de faire sortir une portion d'air de dessous le coude en *B*.

J'ai en outre refléchi depuis que cette construction avait un inconvénient encore plus essentiel, et qui devait porter atteinte à l'exactitude des résultats. Le mercure n'y présente au volume d'air dans lequel sa vapeur doit se répandre, qu'une petite surface, savoir celle égale à la section intérieure du tube, et cette surface est même séparée de la masse la plus considérable d'air contenue dans la boule par une colonne cylindrique d'air d'autant plus longue que l'air est deja plus dilaté, et qu'il y a deja plus de vapeur produite par l'élévation de la température. Il est difficile de croire d'après cela, que la vapeur du mercure, avec quelque lenteur qu'on procède dans l'échauffement progressif, ait le temps de parvenir pour chaque température à son maximum de tension dans toute l'étendue de la boule, et du tube, dans laquelle elle doit se répandre en se mêlant à l'air, ou pour me servir d'une expression consacrée par l'usage, que l'air ou l'espace qu'il occupe, ait le temps de *se saturer* complétement de cette vapeur. Si ce soupçon est fondé, les tensions de la vapeur de mercure données par le calcul des observations devront rester toujours un peu en arrière du vrai, à moins qu'on ne maintînt l'appareil constamment à chaque température pendant un temps considérable, ce qu'il serait difficile d'effectuer.

J'avais, à la vérité, dans les expériences faites avec l'appareil ainsi construit, observé les indications de la colonne de mercure, tant dans la marche ascendante des températures, c'est-à-dire, pendant l'échauffement, que dans la marche descendante, ou pendant le refroidissement auquel j'abandonnais l'appareil après avoir atteint le plus haut dégré de température, et j'avais pris la moyenne entre les deux indications pour chaque température marquée par le thermomètre plongé dans la même huile. Cette précaution, qui était d'ailleurs essentielle pour corriger l'effet de la différence de temps que pouvait exiger la communication de la chaleur au thermomètre,

et à l'appareil, d'après les différences de masse, de position etc., différences qui devaient agir en sens contraire dans les deux marches, tendait en même temps à diminuer l'erreur qui pouvait provenir du retard dont je viens de parler dans la formation de la vapeur. En effet cette cause ne parait pas pouvoir influer sur la marche descendante, dans laquelle on passe d'une tension plus grande à une plus petite; car en supposant que la tension de la vapeur ne fût pas parvenue à son maximum à la plus haute température, elle doit se trouver bientôt répondre exactement comme maximum à une température un peu inférieure, et continuer ensuite à se maintenir au maximum correspondant aux températures successivement moindres, l'excédant de vapeur se convertissant à mesure en liquide. Ainsi l'influence de cette cause d'erreur sur la moyenne entre les résultats des deux marches, ascendante et descendante, devait être moindre qu'elle n'aurait été sur la marche ascendante seule; mais elle ne pouvait cependant pas être entiérement anéantie, puisque l'erreur de la marche ascendante entrait toujours dans cette moyenne des deux marches.

Pour détruire entiérement, ou du moins pour rendre à-peu-près insensible cette cause d'erreur, j'ai fait refaire l'appareil sous une autre forme. Je donnai un plus grand diamètre à la boule *A* (fig. 3.), et je fis monter le mercure dans la boule même, et jusqu'à plus de la moitié de sa hauteur, en *gh*, en sorte que l'air n'occupât plus, dans l'état initial, qu'à-peu-près le tiers de sa capacité. Le mercure dans la branche ouverte *BC* restait d'ailleurs dans cet état à-peu-près au niveau de la surface intérieure *gh*. Par cette disposition cet air porté au plus grand volume qu'il devait prendre par l'accroissement de la température, et la formation de la vapeur, ne pouvait arriver tout au plus qu'à remplir la boule en déprimant la surface du mercure, sans jamais s'étendre dans le tube. Dès lors il devenait inutile de donner une longueur considérable à la branche du tube du côté de la boule; je la bornai à deux ou trois centimètres. Le vase contenant l'huile a pû être reduit ainsi

à des dimensions beaucoup moins considérables. D'un autre côté dans cette forme de l'appareil, l'air renfermé dans la boule est toujours en contact avec une surface de mercure aussi étendue que la section horizontale de la boule dans l'endroit où le mercure s'arrête, et qui a partout un rapport considérable aux dimensions de l'espace occupé par l'air, et dans lequel la vapeur doit se répandre. Le calcul des résultats de l'expérience est seulement un peu moins commode que dans les constructions précédentes.

Et d'abord pour calculer les accroissemens de volume de l'air ou du mélange d'air et de vapeur à chaque température, d'après l'ascension de la colonne de mercure dans la branche ouverte, il est nécessaire encore ici de connaître l'accroissement de volume du mercure même en portion de la longueur du tube; cela se faisait immédiatement dans les dispositions précédemment indiquées d'après la loi de dilatation du mercure par la chaleur, puisqu'on connaissait la longueur initiale que le mercure occupait dans les deux branches du tube. Dans le nouvel instrument il fallait se procurer cette connaissance en faisant passer le mercure de l'appareil, contenu en partie dans le tube, en partie dans la boule, en totalité dans le tube, ou plus exactement dans sa branche verticale ouverte; c'est ce que j'ai fait après que l'appareil eût servi aux expériences, et cette connaissance une fois acquise, le calcul de l'accroissement du volume de l'air, en ayant égard à la dilatation du mercure, a pû se faire comme dans les appareils précédens.

Mais dans le calcul de la tension de la vapeur d'après cet accroissement de volume, il fallait encore avoir égard à la pression que le mélange gazeux souffrait dans chaque observation. Cela était facile, comme on a vu, lorsque le mercure était contenu en entier dans la partie cylindrique, puisque ce liquide, abstraction faite de la correction pour la température, devait s'y déprimer dans la branche fermée autant qu'il s'élevait dans la branche ouverte, en sorte que l'accroissement de pression était donné par le double de l'élévation du mercure dans la branche ouverte, comptée du

point initial. Dans la nouvelle construction il faudrait à la rigueur savoir quelle est l'épaisseur de la tranche ou du segment sphérique correspondant par son volume à une élévation donnée du mercure dans le tube: cette épaisseur doit varier selon l'endroit auquel répond la tranche, ou l'intervalle parcouru par la surface du mercure dans sa dépression; il aurait été embarassant de la calculer pour chaque observation, et même impossible de le faire exactement, à cause de l'imperfection inévitable de la sphéricité de la boule. Heureusement une erreur même d'un millimètre à cet égard ne peut avoir qu'une influence prèsqu'insensible sur l'effet total de la pression qui est toujours plus grande que la pression atmosphérique, c'est-à-dire de plus de 760 millimètres, et comme la boule de mon appareil n'a qu'environ 15 millimètres de diamètre, et l'abaissement total du mercure n'est au plus que de dix millimètres dans la plus grande dépression, une approximation même grossière suffit pour donner à chaque fois la dépression avec ce dégré de précision (1).

La série des observations que j'ai faites avec ce nouvel appareil confirma le soupçon que j'avais formé sur les résultats déduits des expériences avec le premier; les tensions calculées d'après ces observations, pour chaque température, se sont trouvées toutes plus considérables. Les différences n'ont été cependant que de un ou deux centimètres, ou d'un cinquième de la valeur totale dans les plus hautes des tensions que j'ai obtenues avec les deux appareils; ce qui rend très-probable que l'influence de la cause d'erreur, dont j'ai parlé, était devenue tout-à-fait insensible dans le nouvel appareil, dans lequel les circonstances tendant à la produire, étaient

(1) Cette approximation aurait été obtenue plus simplement si l'on avait donné au réservoir une forme cylindrique, et c'est par inadvertance qu'on lui a donné la forme sphérique dans la construction de l'appareil; mais cela n'est d'aucune conséquence pour les résultats.

si atténuées rélativement à ce qui avait lieu dans le premier appareil.

J'ai poussé au reste la température avec ce nouvel appareil jusqu'à 300° *C*; je n'aurais pû aller beaucoup plus loin sans faire sortir le mercure entiérement de la boule, et même le faire parvenir jusqu'au coude inférieur du tube, et risquer par là de perdre une partie de l'air et de la vapeur.

4. Mais pour montrer en détail la manière dont j'ai fait ces observations, et pour établir les formules rélatives au calcul de leurs résultats, dont je viens d'indiquer les principes généraux, je dois décrire ici les accessoires de mon nouvel appareil, et marquer les dimensions de ses différentes parties; car il serait inutile de nous occuper ultérieurement des observations faites avec le premier appareil, dont je n'ai parlé que pour faire voir la convenance de la forme que j'ai donnée au second, et le degré de confiance que peuvent mériter les observations faites par son moyen.

La figure 4.e représente tout l'appareil dans son ensemble. *ABC* est le tube, *A* la boule remplie de mercure jusqu'en *gh*; la partie courbée du tube au dessous de la boule, et l'autre branche *BC* sont aussi remplies de mercure jusqu'en *d*. Le tube avec sa boule est attaché sur une échelle de léton *CF* divisée en millimètres (dont on n'a cependant marqué dans la figure que les centimètres, et les demi-centimètres), et garnie d'un pied pour la faire tenir verticale sur le fond du vase contenant l'huile. La figure représente l'instrument plongé dans ce vase *DE* sous l'huile, dont la surface est marquée par la ligne *GH*. On y voit à côté le thermomètre à mercure destiné à mesurer la température, divisé de cinq en cinq dégrés centigrades, et dont l'échelle s'étend à plus de 300 degrés; cette échelle est renfermée dans un tube de verre comme dans les thermomètres qu'on emploie pour les bains.

La branche verticale ouverte du tube a environ 3 millimètres et $\frac{3}{4}$ de diamètre intérieur, et elle est à très-peu-près exactement cylindrique dans toute sa longueur, ainsi que je m'en suis assuré,

de l'air dans la boule. D'après ces données, en admettant que la dilatation apparente de l'air dans le verre en partant de 0° soit de 0,00372 pour chaque degré centigrade (0,00003 de moins que la dilatation réelle 0.00375) sous pression constante, si l'on appelle x la longueur que l'air aurait occupé initialement dans le tube, savoir à la température 12°,5 et sous la pression de 750^{mm} de mercure, cette longueur serait devenue sous la nouvelle température et pression $x.\frac{1,372}{1+0,00372.12,5}.\frac{750}{768}$, et cette quantité doit être égalée, d'après l'observation, à $x+15,24$; on a donc, pour déterminer x, cette équation :

$$x.\frac{1,372}{1+0,00372.12,5}.\frac{750}{768}=x+15,24,$$

qui en exécutant les opérations numériques se réduit à $x.1,2803=x+15,24$, ou simplement $x.0,2803=15,24$, et donne $x=54^{mm},37$. Telle est donc la longueur qu'aurait occupée dans le tube l'air contenu dans la partie supérieure de la boule, dans l'état initial de l'appareil, c'est-à-dire à 12°,5 de température, et sous la pression d'une colonne de 750^{mm} de mercure réduite à 0°.

Mais pour la régularité, et la commodité des calculs, il est bon de réduire cette longueur de 54^{mm},37 à ce qu'elle serait à 0° de température, et dans l'état de pression où l'air se trouverait alors par les circonstances de l'appareil. S'agissant ici d'un changement de température et de pression peu considérable, on pourrait faire cette réduction d'une manière approximative très-simple; j'en ferai cependant le calcul tel que l'exigerait un changement plus considérable, pour donner un exemple de la manière de procéder dans la solution des différens problèmes qui peuvent se présenter dans l'usage de notre appareil. J'observerai donc qu'en appellant x' la nouvelle longueur que l'air occuperait alors dans le tube, le mercure devrait monter intérieurement dans la boule d'un volume équivalent à 54^{m},37 — x' de longueur dans le tube, et descendre par conséquent dans la branche ouverte de cette même longueur, plus le raccourcissement que la quantité totale de mercure 162^{mm},5 doit

qui avait eu lieu ; mais de 12°,5 à 100° le mercure a dû présenter une dilatation apparente dans le verre de $\frac{87,5}{6300}$ de son volume, qui comme nous avons vû, à la température de 12°,5 était équivalent à une colonne de 162^{mm},5 dans le tube ; cette dilatation a donc été de $\frac{87,5}{6300}$. 162^{mm},5 = 2^{mm},26 de longueur dans le tube ; c'est autant à soustraire à la dilatation de l'air conclue de l'élévation du mercure dans la branche ouverte ; cette dilatation a donc été de 17,5 — 2,26 = 15^{mm},24. Cela a eu lieu par le changement de température de 12°,5 à 100° ; quant à la pression j'observerai que la pression atmosphérique indiquée par le baromètre au temps de cette expérience était de 744^{mm}, et comme le mercure était en outre de 6 millimètres plus élevé dans le tube que dans la boule, la pression initiale que l'air souffrait dans la boule, devait être de 750^{mm} de mercure, qu'on peut considérer sans erreur sensible, comme étant en entier à 0° de température. Cette pression par l'ascension de 17^{mm},5 a dû d'abord être augmentée d'une colonne de mercure de cette hauteur. Mais cette élévation a dû être accompagnée d'une dépression du mercure dans la boule, équivalente, comme nous avons vû, en volume à 15^{mm},24 de longueur du tube, et qu'on peut évaluer, d'après le rapport de la section de la boule à l'endroit où elle a eu lieu, et de la section du tube, à un millimètre environ. Ainsi le changement de différence de niveau a été en tout de 18^{mm},5, qui, ajoutés à la différence de niveau primitive, donnent la différence totale de 24^{mm},5 ; mais cette colonne, dont la pression doit être ajoutée à celle de l'atmosphère, n'est plus à 0°, mais à 100°, en sorte que pour la réduire à 0° il faut en soustraire $\frac{1}{55,5}$ de 18,5 d'après la dilatation réelle du mercure, c'est-à-dire environ 0^{mm},4 ce qui la réduit à 24^{mm},1 ou à très-peu-près à 24^{mm} ; cette pression, ajoutée à la pression atmosphérique 744, donne 768^{mm} pour la pression finale

de l'air dans la boule. D'après ces données, en admettant que la dilatation apparente de l'air dans le verre en partant de 0° soit de 0,00372 pour chaque degré centigrade (0,00003 de moins que la dilatation réelle 0.00375) sous pression constante, si l'on appelle x la longueur que l'air aurait occupé initialement dans le tube, savoir à la température 12°,5 et sous la pression de 750^{mm} de mercure, cette longueur serait devenue sous la nouvelle température et pression $x.\frac{1,372}{1+0,00372.12,5}.\frac{750}{768}$, et cette quantité doit être égalée, d'après l'observation, à $x+15,24$; on a donc, pour déterminer x, cette équation:

$$x.\frac{1,372}{1+0,00372.12,5}.\frac{750}{768}=x+15,24,$$

qui en exécutant les opérations numériques se réduit à $x.1,2803 = x+15,24$, ou simplement $x.0,2803=15,24$, et donne $x=54^{mm},37$. Telle est donc la longueur qu'aurait occupée dans le tube l'air contenu dans la partie supérieure de la boule, dans l'état initial de l'appareil, c'est-à-dire à 12°,5 de température, et sous la pression d'une colonne de 750^{mm} de mercure réduite à 0°.

Mais pour la régularité, et la commodité des calculs, il est bon de réduire cette longueur de 54^{mm},37 à ce qu'elle serait à 0° de température, et dans l'état de pression où l'air se trouverait alors par les circonstances de l'appareil. S'agissant ici d'un changement de température et de pression peu considérable, on pourrait faire cette réduction d'une manière approximative très-simple; j'en ferai cependant le calcul tel que l'exigerait un changement plus considérable, pour donner un exemple de la manière de procéder dans la solution des différens problèmes qui peuvent se présenter dans l'usage de notre appareil. J'observerai donc qu'en appellant x' la nouvelle longueur que l'air occuperait alors dans le tube, le mercure devrait monter intérieurement dans la boule d'un volume équivalent à 54^{m},37$-x'$ de longueur dans le tube, et descendre par conséquent dans la branche ouverte de cette même longueur, plus le raccourcissement que la quantité totale de mercure 162^{mm},5 doit

subir par le refroidissement de 12°,5 à 0°, par la loi de sa dilatation apparente dans le verre, et qu'on trouvera être à-peu-près $0^{mm},32$, en sorte que la descente totale sera à-peu-près $54^{mm},69-x'$. La diminution du volume de l'air, qui répond à $54,37-x'$ de longueur dans le tube, ne produira à l'intérieur qu'une ascension de mercure de $\frac{1}{18}$ environ de cette quantité, en raison de la section de la boule en cet endroit et de celle du tube (1); mais pour simplifier on peut prendre sans erreur sensible, pour cette ascension, $\frac{1}{18}$ de la dépression qui a lieu dans la branche ouverte, savoir de $54^{mm},69-x'$, en sorte que le changement total de niveau du mercure sera de $\left(1+\frac{1}{18}\right)(54,69-x')$. Ainsi en négligeant la correction pour la température du mercure, qui est ici à-peu-près insensible pour cette petite différence de niveau, la pression, qui à 12°,5 de température était de 750^{mm}, deviendra $750-\left(1+\frac{1}{18}\right)(54,69-x')$. D'un autre côté la température étant devenue 0° de 12°,5 qu'elle était, la colonne d'air se sera raccourcie dans le rapport de $1+12,5 \,.\, 0,00372$ ou $1,0465$ à 1. Ainsi la nouvelle longueur, en ayant égard au changement de température et de pression, sera

$$\frac{54^{mm},37}{1,0465} \cdot \frac{750}{750-\left(1+\frac{1}{18}\right)(54,69°-x')}.$$

---

(1) J'ai évalué le diamètre moyen de la boule intérieurement à 15^{mm} environ; celui de la section du tube étant environ $3^{mm}\ 3/4$, les carrés de ces deux nombres sont entr'eux à-peu-près comme 16 à 1, et tel serait aussi le rapport de la section de la boule passant par son centre, et de la section du tube; mais il m'a paru que la boule était un peu applatie dans le sens vertical, en sorte que son diamètre horizontal était de 16^{mm}, et même un peu plus, ce qui m'a conduit à évaluer la section horizontale de la boule à l'endroit répondant au mercure, quoique elle-même encore un peu moindre que celle passant par le centre de la boule, à 18 fois la section du tube. Au reste on se rappellera qu'il ne s'agit ici que d'une approximation, pour une variation de pression fort petite relativement à la pression totale.

Cette quantité doit être égalée à x', en sorte qu'on aura pour déterminer x' l'équation

$$\frac{54,37}{1,0465} \cdot \frac{750}{750-\left(1+\frac{1}{18}\right)(54,69-x')}=x'.$$

En exécutant les opérations numériques, cette équation prend la forme $x'^2+655,9=36916,63$, équation du second degré, qui par sa résolution donne, pour la valeur de x' qui satisfait à notre question, $x'=52^{mm},14$ ou en nombre rond 52^{mm}. Telle sera donc la longueur cherchée représentant le volume de l'air à 0°, et le mercure sera descendu dans la branche ouverte de $54,69-52,14$ $=2^{mm},55$; ainsi au lieu qu'à 12°,5 il était à-peu-près à -44^{mm} de l'échelle de l'appareil, il sera descendu à $-46^{mm},55$, ou à très-peu-près à $-46^{mm},5$. En conséquence, le mercure continuant à répondre dans la boule à très-peu-près à -50^{mm} de l'échelle, la différence de niveau sera alors $3^{mm},5$ dont le mercure sera plus élevé dans le tube que dans la boule (1).

J'observerai ici qu'en ajoutant la longueur 52^{mm}, équivalente au volume de l'air réduit à 0°, à la longueur totale que le mercure occuperait dans le tube à la même température qui est de $62,5$ $-0,32$ ou $62,18$, ou en nombre rond 62^{mm}, on aura 214^{mm} pour les deux longueurs réunies. La longueur de la branche ouverte au dessous de $-46^{mm},5$ de l'échelle, où doit se trouver le sommet du mercure à 0°, jusqu'à la courbure inférieure, est d'environ 25 millimètres dans l'appareil, et la portion du tube au-dessous de la boule qui forme l'autre branche, d'après sa longueur, et eu égard

---

(1) Un calcul analogue au précédent pourrait être employé dans tous les cas où il s'agirait de déterminer d'avance à quelle hauteur le mercure devrait monter dans l'appareil pour une élévation de température quelconque, au lieu d'une diminution dont il s'agissait ici, et en supposant qu'il n'y eut point de production sensible de vapeur de mercure à cette température. On pourrait même étendre ce calcul à déterminer l'ascension ultérieure, que produirait une tension donnée de la vapeur du mercure qui viendrait à se former à des températures plus élevées.

à un peu d'irrégularité dans sa forme cylindrique, peut-être évaluée aussi à 25^{mm} de longueur pris sur la branche ouverte. En soustrayant ces deux longueurs, qui forment en tout 50^{mm}, de la capacité totale remplie par l'air, et par le mercure 214^{mm}, reste 164^{mm} pour la capacité de la boule, d'où retranchant 52^{mm} occupés par l'air, restent 112^{mm} occupés par le mercure dans la boule; ainsi l'air n'occupait qu'environ le tiers de la capacité de la boule, et les autres deux tiers étaient remplis de mercure.

Je ferai remarquer que les résultats ainsi obtenus indirectement sur la capacité de la boule, s'accordent à-peu-près avec ce à quoi on pouvait s'attendre, d'après les dimensions relatives de la boule et du tube; car il est facile de voir que si D est le diamètre d'un cylindre, et D' celui d'une sphère, la longueur H du cylindre d'un volume égal à celui de la sphère sera $H = \frac{2}{3} \cdot \frac{D'^3}{D^2}$.
Dans notre cas, en faisant $D = 3{,}75$, $D' = 15$, on obtient $H = 152$, nombre un peu plus petit que 164; mais une petite altération dans l'un des deux diamètres, qui n'ont pû être mesurés qu'approximativement, suffirait pour accorder les deux calculs, en supposant même la boule d'une sphéricité parfaite. Si l'on retient, par exemple, le nombre 15 pour le diamètre de la boule, on trouvera qu'on satisfait à très-peu-près à $H = 164$, en prenant 3,7 pour celui du tube.

Au reste je dois avertir ici que l'air qu'on avait renfermé dans la boule de l'appareil au-dessus du mercure, avait été parfaitement desséché, ainsi que les parois même du tube, en tenant le tube ouvert pendant un temps suffisant sous une cloche avec de la chaux vive, ainsi qu'on le pratique pour obtenir le point de sécheresse extrême dans les hygromètres; le mercure y avait ensuite été introduit très-chaud, sans permettre à l'air du tube aucune communication avec l'air extérieur. Sans ces attentions, comme j'ai eu lieu de le remarquer dans un premier essai, l'humidité adhérente aux parois de la boule, se vaporisant par la chaleur de l'eau bouillante,

on aurait eu une dilatation apparente de l'air, d'après l'ascension du mercure dans l'expérience, supérieure de beaucoup à celle que son volume réel aurait pû prendre; et les résultats qu'on aurait eu ensuite en exposant l'appareil aux températures plus élevées, relativement à la tension de la vapeur du mercure, auraient été tout-à-fait fautifs.

15. D'après les différentes données ci-dessus, voyons maintenant comment pour une ascension donnée du mercure dans la branche ouverte, comptée du point $-46^{mm},5$ de l'échelle, où le mercure se trouverait dans l'appareil à la température 0°, on pourra calculer la tension de la vapeur du mercure qui aura eu lieu dans l'intérieur de la boule, à la température t à laquelle on aura observé cette ascension. Désignons par a cette ascension exprimée en millimètres; elle indiquerait dans le volume occupé primitivement par l'air un accroissement égal exprimé en millimètres de longueur du tube, si le mercure ne s'était pas dilaté lui-même en s'échauffant depuis la température initiale que nous considerons ici comme étant 0°; mais le mercure se dilatant, doit s'être élevé de nouveau dans la boule d'un volume qui répond dans le tube à un allongement de $162 \cdot \frac{t}{6300}$, en raison de la dilatabilité apparente du mercure dans le verre. Ainsi l'accroissement total du volume de l'air dû à la fois à la dilatation par la chaleur, et à la formation de la vapeur du mercure aura été, d'après l'expérience, en millimètres de longueur du tube, $a - \frac{162}{6300} \cdot t$ (1); et on pourra évaluer approximativement le petit nombre de millimètres auquel la dépression, qui en est la suite, répondra réellement dans la boule, eu

(1) On néglige ici la portion très-petite dont la colonne de mercure a dû être diminuée par la vaporisation d'une partie du mercure dans l'intérieur de la boule; il est aisé en effet de voir que le volume de la vapeur formée ne peut répondre qu'à une fraction tout-à-fait inappréciable du volume du mercure liquide.

égard au rapport des sections du tube, et de la boule à l'endroit où cette dépression a lieu; nous désignons par b ce nombre de millimètres. Comme la différence de niveau était au commencement, c'est-à-dire lorsque la température était supposée o^c, de 3^{mm},5, elle sera maintenant de $a+b+3,5$. Si nous désignons par p la pression atmosphérique marquée par le baromètre, reduit à la température o° au temps de l'expérience, et que je supposerai toujours peu différente de 745^{mm}, en sorte que la différence initiale de niveau que j'ai établie ci-dessus par une expérience faite sous cette pression, n'en soit pas sensiblement changée, la pression initiale sera $p+3,5$, en millimètre de mercure à o^c. Celle finale de l'expérience sera p augmentée de la pression d'une colonne de mercure, qui à la température t a pour hauteur $a+b+3,5$: pour réduire cette hauteur à ce qu'elle serait à o°, d'après la dilatation réelle du mercure, il faut la diviser par $1+\frac{t}{5550}$; la pression finale, exprimée en millimètres de mercure à o^c, ne sera donc que $p+\frac{3,5+a+b}{1+\frac{t}{5550}}$ (1). Cela posé, la quantité d'air représentée par 52^{mm} à o° de température, et à $p+3,5$ de pression, passant à la température t, et à la pression $p+\frac{3,5+a+b}{1+\frac{t}{5550}}$, devrait occuper à elle seule, s'il ne s'était point produit de vapeur de mercure,

---

(1) On remarquera que j'ai négligé dans ce calcul la correction qui serait due à l'effet de la capillarité sur le mercure contenu dans le tube; mais cet effet, pour un tube de peu de 4 millimètres de diamètre intérieur, ne peut être que très-faible, et ne portant que sur la pression, qui est en elle-même très-considérable, ne pourrait avoir qu'une influence insensible sur les résultats de nos expériences. D'ailleurs il aurait été difficile de l'évaluer pour les températures élevées auxquelles ces expériences se rapportent, dans l'ignorance où nous sommes des modifications que les variations de températures apportent en général à l'action capillaire, et de celles que le degré de sécheresse de la surface du verre qui en doit résulter, peut apporter en particulier à l'action du verre sur le mercure.

et d'après sa dilatation apparente dans le verre, un volume représenté par une longueur de tube

$$52^{mm}(1+t.0{,}00372).\frac{p+3{,}5}{p+\frac{3{,}5+a+b}{1+\frac{t}{5550}}}.$$

Mais le volume de l'air mélangé de vapeur, d'après l'observation, a été par hypothése, selon ce qui précède, $52+a-\frac{162}{6300}\ .\ t$. Désignons pour abréger par L cette longueur totale donnée par l'observation, et par l la longueur que nous venons de calculer, que l'air seul, sous la nouvelle température et pression, aurait dû occuper; la différence $L-l$ entre ces deux quantités sera la quantité de vapeur formée, exprimée par la longueur que son volume occuperait dans le tube sous la pression totale commune $p+\frac{3{,}5+a+b}{1+\frac{t}{5550}}$, si elle pouvait subsister isolément sous cette pression. Maintenant on aura cette proportion : la longueur totale L occupée par le mélange d'air et de vapeur, à cette longueur $L-l$ occupée par la vapeur seule isolément sous la même pression totale, comme la pression totale à la portion de pression que cette même quantité de vapeur soutient réellement, étant répandue dans le volume entier du mélange, c'est-à-dire à la tension de la vapeur du mercure donnée par l'expérience, et que nous supposons être son maximum de tension à la température à laquelle l'expérience se rapporte. Savoir si nous appelons T cette tension cherchée, et P, pour abréger, la pression totale finale $p+\frac{3{,}5+a+b}{1+\frac{t}{5550}}$, nous aurons $L:L-l::P:T$, d'où $T=P.\frac{L-l}{L}=P\left(1-\frac{l}{L}\right)$, formule dans laquelle toutes les quantités qui forment le second nombre sont connues, d'après ce qui précède.

On serait arrivé au même résultat en considerant immédiatement les pressions mêmes totale, et partielles soutenues par l'air, et par la vapeur dispersée dans le volume total du mélange. En effet si la force élastique ou pression exercée par l'air, sous le volume 52, et à la température o°, est $p+3,5$, sa pression sous le volume apparent L ou $52+a-\frac{162}{6300}.t$ (qui répond au volume vrai $L(1+0,00003.t)$ en ayant égard à la dilatation du verre), et à la température t, deviendra $\frac{52}{L}.(p+3,5).\frac{1+0,00375.t}{1+0,00003.t}$, qui équivaut sensiblement à

$$\frac{52}{L}(p+3,5)(1+0,00375.t-0.00003.t),$$

ou $\frac{52}{L}(p+3,5)(1+0,00372.t)$; mais la pression ou force élastique totale donnée par l'observation est $p+\frac{3,5+a+b}{1+\frac{t}{5550}}$ ou P; donc la pression exercée par la vapeur répandue dans le même volume, ou sa tension T sera

$$T=P-\frac{52}{L}(p+3,5)(1+0,00372.t).$$

Or $52(p+3,5)(1+0,00372.t)$, d'après la signification que nous avons donnée ci-dessus à l, revient à lP; donc

$$T=P-\frac{lP}{L}=P\left(1-\frac{l}{L}\right),$$ comme ci-dessus (1).

Si au lieu du volume initial 52, et de la différence initiale

---

(1) Dans tous les calculs des volumes de la vapeur dûs aux différentes pressions, et réciproquement, j'ai pris pour base la loi de Mariotte. Cette loi pourrait bien n'avoir pas lieu exactement pour les températures et pressions de la vapeur très-rapprochées de celles qui donnent lieu à sa condensation en liquide; mais nous n'avons jusqu'ici aucune donnée pour corriger les petites erreurs qui pourraient en résulter dans la fixation du maximum de pression que la vapeur peut soutenir aux différentes températures.

de niveau 3,5, on avait eu d'autres valeurs quelconques pour ces quantités, il n'y aurait, pour appliquer notre formule, qu'à y substituer ces valeurs aux nombres 52, et 3,5.

Dans la réduction à 0° de la colonne de mercure qui forme la différence finale de niveau, et qui entre dans la formule, j'ai supposé que cette colonne avait en entier la même température t communiquée à l'huile, où l'appareil est plongé. Cela n'est pas tout-à-fait exact; car dans la plus part des observations une partie assez considérable de cette colonne répond à la partie de l'appareil qui est hors de l'huile, et doit en conséquence avoir une température inférieure à t; mais il serait difficile d'évaluer quelle est la température moyenne de cette partie, et comme il ne s'agit que d'une correction dont l'effet total est peu considérable, il ne peut résulter aucune erreur sensible de la supposition que nous avons admise d'une température égale à t dans toute cette colonne. J'ai en outre négligé, dans tous les calculs précédens, comme de fort peu de conséquence, l'effet provenant de la dilatation linéaire du laiton de l'échelle sur laquelle le tube est attaché, savoir j'ai considéré les hauteurs du mercure dans l'appareil comme indiquées par des divisions tracées sur une échelle invariable, au lieu qu'elles le sont sur cette échelle de laiton qui s'allonge elle-même par la chaleur.

§. II.

Série des observations, et calcul de la tension de la vapeur du mercure qui en résulte, aux différentes températures.

6. J'ai mis mon appareil en expérience avec le thermomètre à côté dans l'huile contenue dans un pot de terre vernissé, le baromètre marquant une pression atmosphérique de 747^{mm}. Je plaçai le vase sur un petit fourneau, et je le fis chauffer lentement; le mercure de l'appareil monta peu-à-peu dans la branche ouverte, à mesure que le thermomètre marquait l'élévation graduelle de la

température de l'huile, et de l'appareil; je notai successivement les points de l'échelle auxquels le mercure répondait à chaque température indiquée par le thermomètre, de 5 en 5 degrés. J'ai poussé la température jusqu'à 300° *C*, après quoi je couvris de cendre les charbons allumés pour laisser refroidir lentement l'appareil, sans ôter le vase de dessus le fourneau, et j'observai encore les élévations décroissantes auxquelles le mercure se trouvait sur l'échelle à chaque température indiquée par le thermomètre dans cette marche descendante. L'expérience entière dura en tout environ 3 heures, en sorte que le rechauffement et le refroidissement se firent très-lentement, et il y avait un temps assez considérable entre les indications du thermomètre de 5 en 5 degrés. Au reste je ne rapporterai ici que les observations relatives à la température 230° et au-dessus, parce que, comme on verra ci-après, la tension de la vapeur du mercure est trop peu considérable à des températures moins élevées, pour que la détermination puisse en être faite avec quelque exactitude par le genre d'expériences dont il s'agit. Je me bornerai aussi aux observations faites de 10° en 10° seulement de température; ce sont les seules que j'aie calculées, en considérant que les observations intermédiaires n'ajouteraient rien à l'exactitude des résultats, ces observations devenant alors trop rapprochées pour présenter une marche bien régulière, d'après les erreurs dont elles sont susceptibles.

Voici donc la table de ces résultats immédiats de l'observation, savoir marquant les points de l'échelle en millimètres, auxquels je voyais répondre le mercure de l'appareil dans la branche ouverte, à mesure que le thermomètre atteignait successivement chaque température. On se rappellera que le zéro de l'échelle est un point placé à 44 millimètres au-dessus de celui où le mercure se trouvait initialement à la température 12°,5, ou à $46^{mm}\frac{1}{4}$ au-dessus du point auquel il aurait répondu à la température 0°, en sorte que les nombres positifs sont comptés en montant au-dessus de ce point, et les négatifs en descendant au-dessous.

Température	Hauteur du mercure dans l'échelle de l'appareil.	
indiquée par le thermomètre.	Marche ascendante.	Marche descendante.
230° C . . .	+ 4mm	— 5mm
240	8	0
250	14	+ 4
260	19	10
270	25	17
280	32	27
290	41	37 ½
300	60	

On voit par cette table, que dans la marche descendante le mercure s'est tenu constamment plus bas pour les températures correspondantes, que dans la marche ascendante. En outre l'expérience étant finie, et l'appareil refroidi, et tiré de l'huile, je remarquai que la température de l'air dans la chambre étant toujours d'environ 12° ½, le mercure sur l'échelle ne se tenait plus à — 44mm environ, comme avant l'expérience, mais à-peu-près à — 50mm, en sorte qu'il y avait eu un abaissement d'environ 6 millimètres; ainsi la quantité primitive d'air s'est trouvée diminuée, après l'opération, d'une portion répondante à un volume capable d'occuper 6 millimètres dans le tube à la température 12°,5 (1).

(1) Il pourrait venir à l'esprit que cette diminution ne fût qu'une apparence occasionnée par une dilatation permanente de la boule par la chaleur qu'elle avait éprouvée; mais cette supposition me semble inadmissible pour une boule qui n'avait été soufflée que quelques jours

On ne peut attribuer cette circonstance à ce que le volume de l'air et de la vapeur produite dans les degrés les plus élevés de température soit devenu supérieur à la capacité de la boule, et de la branche qui en est terminée, en sorte que la portion manquante se soit échappée en passant par dessous le coude inférieur du tube, et remontant par l'autre branche; car il aurait fallu pour cela que tout le mercure eût été chassé dans la branche ouverte, et y eût par conséquent occupé une longueur de 162 millimètres, et même un peu plus, en raison de sa dilatation par la chaleur; or le mercure n'est monté qu'à $+60^{mm}$ de l'échelle, dont le zéro se trouve à environ 62^{mm} au-dessus du coude, et n'a occupé ainsi dans la branche ouverte qu'une longueur d'un peu plus de 120^{mm}, d'où il suit qu'il ne peut pas même être sorti entiérement de la boule. D'un autre côté je ne vois aucune probabilité à croire que dans l'intervalle de quelques heures qu'a duré l'expérience, l'air de la boule se soit glissé entre le mercure, et les parois du tube, ainsi que cela a lieu à la longue dans les gaz renfermés sous des

---

auparavant, et n'avait par conséquent pas eu le temps de se contracter comme cela arrive à la longue dans la boule des thermomètres.

On pourrait aussi être tenté d'attribuer l'abaissement de la colonne de mercure dans la branche ouverte non à une ascension d'un volume équivalent dans la boule, mais à une diminution de la quantité du mercure même, par son évaporation dans la branche ouverte, en raison de la chaleur à laquelle il a éte exposé; mais cette supposition me semble aussi tout-à-fait inadmissible. Une longueur de plus de 15 centimètres du tube restait hors de l'huile, et plus de 6 centimètres de cette longueur dépassaient même l'échelle de laiton sur laquelle le tube était attaché, en sorte que l'extrémité supérieure du tube n'a dû prendre qu'une température très-inférieure à celle à laquelle le mercure a été exposé; et le mercure dans sa plus grande ascension restait lui-même de plus de 10 centimètres au-dessous de l'ouverture supérieure du tube. La vapeur du mercure qui a dû sans doute se former au-dessus de sa surface dans la branche ouverte pendant l'expérience, a donc dû se condenser en très-grande partie avant d'arriver à l'ouverture du tube, et retomber sur la surface du mercure même en gouttelettes imperceptibles. Je dois ajouter, que l'ouverture du tube était fermée par une pelotte de coton, assez légérement pour laisser une libre communication à la pression entre l'air du tube, et l'air extérieur, mais de manière à ralentir de beaucoup la dissipation de la vapeur de mercure qui aurait pû s'élever jusqu'à la partie supérieure du tube.

cloches de verre sur le mercure, et le long des tubes des baromètres, selon les observations de Faraday et de Daniell.

Je ne vois donc d'autre moyen d'expliquer cette diminution du volume de l'air, que par l'oxidation d'une petite portion du mercure aux dépens du gaz oxigène y contenu, pendant son exposition aux plus hauts degrés de température. A la vérité je n'ai remarqué aucune trace d'oxide après l'opération ni sur la surface du mercure, ni sur les parois intérieures de la boule; mais on ne doit pas en être surpris, si l'on réfléchit à la petitesse de la quantité d'oxide qui a pû se former par l'absorption d'environ un dixième seulement de centimètre cube de gaz oxigène, ce à quoi revient à-peu-près la diminution observée, d'après les dimensions de l'appareil. Si telle est en effet la cause de la diminution de l'air, elle doit avoir eû lieu progressivement dans les plus hauts degrés de température, et avoir continué encore, quoique avec une rapidité successivement moindre dans la marche descendante de celle-ci, sans qu'on puisse assigner ni la température à laquelle cette diminution a commencé, ou cessé de se faire, ni la marche qu'elle a suivie. Il n'y a donc d'autre moyen d'y avoir égard, et de faire aux observations la correction qu'elle exige en raison de la différence d'espace qui en est résulté pour contenir la vapeur du mercure aux différentes températures, que de la considérer comme s'étant opérée en entier à la fin de la marche ascendante, et avant le commencement de la marche descendante des températures, savoir au moment où la température a été le plus élevée, et où elle a dû se faire en effet le plus rapidement, en sorte que la marche ascendante soit rapportée à la quantité d'air primitive, telle que nous l'avons trouvée dans l'expérience préliminaire indiquée dans le § précédent, savoir équivalente à 52^{mm} de longueur sur le tube, et la marche descendante à une quantite d'air moindre, et qu'on doit déterminer par le point où le mercure s'est fixé dans l'appareil après le refroidissement.

En appliquant la correction de cette manière on commet réellement une erreur, tant pour la marche ascendante que pour la

descendante ; car dans la première on suppose que la quantité d'air est restée toujours telle qu'elle était au commencement, tandis qu'elle s'est un peu diminuée, surtout dans les degrés les plus élevés, ce qui a dû produire une diminution dans la quantité de vapeur qui s'y serait formée ; en sorte qu'en n'ayant pas égard à cette circonstance, on juge la marche des tensions moins rapide qu'elle ne l'est réellement ; dans la marche descendante au contraire on considère la quantité d'air dans les températures supérieures comme moindre qu'elle ne l'était, et on est conduit par là à admettre par rapport aux élévations de la température une marche des tensions plus rapide que la véritable. Mais les erreurs ayant lieu ainsi en sens contraire dans les deux marches ascendante et descendante, elles doivent se compenser à-peu-près dans les moyennes des résultats déduits de l'une et de l'autre marche, et la correction ainsi employée, et déjà peu considérable en elle-même, ne peut en conséquence s'éloigner notablement du vrai. Ce qui confirme la convenance de cette correction c'est que dans les expériences que j'avais faites précédemment avec l'autre appareil, dont j'ai fait mention plus haut, et où le mercure après l'expérience était revenu à très-peu-près au même point où il était avant l'expérience (probablement à cause que l'oxidation du mercure, qui n'y présentait qu'une petite surface à l'air, y avait été insensible, ou peut-être aussi n'y avait eu lieu du tout, la température n'y ayant pas été poussée si haut) la marche descendante avait présenté constamment des élévations du mercure plus grandes que la marche ascendante pour les températures correspondantes ; et il est facile d'en rendre raison, en observant que le thermomètre, ayant sa boule en contact avec le fond du vase, auquel était appliquée la chaleur, et ayant moins de masse que l'appareil avec son échelle, devait s'échauffer plus rapidement que la masse entière de l'huile, et par là plus aussi que l'appareil, et l'air y renfermé; l'élévation du mercure dans l'appareil, pendant l'échauffement ou dans la marche ascendante, devait donc répondre à une température moins élevée que celle qui était

indiquée par le thermomètre. Par des raisons analogues, dans le refroidissement, le mercure du thermomètre devait se refroidir plus rapidement que la masse de l'huile, et l'appareil y plongé, et les hauteurs du mercure dans l'échelle devaient répondre en conséquence à des températures plus élevées que celles indiquées par le thermomètre, et être par là plus considérables que celles-ci ne le comportaient. Si donc le contraire a eu lieu dans l'expérience, dont il s'agit ici, c'est qu'en effet la marche descendante appartient à une moindre quantité d'air et par conséquent à un moindre espace pour contenir la vapeur, que la marche ascendante. D'après ces considérations, pour conclure, par une moyenne entre les résultats des deux marches, la tension réelle de la vapeur à chaque température, et corriger à la fois l'effet des deux causes d'erreur, dont on vient de parler, agissant en sens contraire dans les deux marches, il faudra calculer séparément les tensions correspondantes à chaque température d'après les deux marches, l'une en partant de la quantité d'air représentée par une longueur de tube de 52 millimètres, de la manière indiquée dans le § précédent, l'autre par une formule analogue appliquée à la supposition d'une quantité d'air moindre, et telle qu'elle est devenue par la perte indiquée.

7. Nous avons vu, que d'après la position où le mercure s'est trouvé dans l'appareil à la fin de l'expérience à $12^\circ \frac{1}{2}$ de température, la perte a dû être d'un volume qui à cette température, et à-peu-près sous la pression atmosphérique, est représenté par une longueur de 6 millimètres sur le tube. Ainsi dans cet état la colonne d'air qui au commencement de l'expérience, à la même température, et à-peu-près à la même pression, était de 54^{mm} environ, s'est réduite à $54 - 6$ ou 48^{mm} de longueur du tube. Mais par le refroidissement de $12^\circ,5$ à 0°, température initiale à laquelle nous rapportons nos calculs, cette colonne se serait raccourcie à-peu-près de 2 millimètres, et se serait reduite à 46^{mm}, que nous considérerons en conséquence comme représentant la quantité d'air

réduite à 0° dans l'appareil, et à laquelle doivent se rapporter les observations pendant la marche descendante des températures. D'un autre côté le mercure dans la branche ouverte, qui à 12°,5 de température s'est trouvé répondre à -50^{mm} de l'échelle, serait descendu à -52^{mm} environ, et comme le mercure dans la boule est resté sensiblement à -50^{mm}, la pression initiale, rapportée à l'état de l'appareil à 0°, sera ainsi de $p-2$, p étant la pression atmosphérique exprimée en millimètres de mercure.

Cela posé, la pression atmosphérique ayant été $p=747$ pendant l'expérience, la pression initiale sera $747+3,5=750,5$, ou en nombre rond 750^{mm} relativement à la marche ascendante, et $747-2=745^{mm}$ relativement à la marche descendante.

On aura donc, dans la formule $T=P\left(1-\frac{l}{L}\right)$, pour la marche ascendante,

$$l=52(1+t.0,00372)\frac{750}{747+\dfrac{3,5+a+b}{1+\dfrac{t}{5550}}},$$

$$L=52+a-\frac{162}{6300}.t,$$

$$P=747+\frac{3,5+a+b}{1+\dfrac{t}{5550}};$$

et pour la marche descendante,

$$l=46(1+t.0,00372).\frac{745}{747+\dfrac{a+b-2}{1+\dfrac{t}{5550}}}$$

$$L=46+a-\frac{162}{6300}.t$$

$$P=747+\frac{a+b-2}{1+\dfrac{t}{5550}}.$$

La quantité a s'obtient pour chaque température, en ajoutant à la hauteur du mercure sur l'échelle indiquée dans le tableau des observations, la quantité $46\frac{1}{2}$ pour la marche ascendante, et 52 pour la marche descendante, puisque tel est l'abaissement du mercure dans sa position initiale supposée, au-dessous de zéro de l'échelle, pour les deux marches respectivement. Quant à la quantité b, qui n'est toujours que de quelques millimètres, on l'obtient par approximation, comme je l'ai déjà dit, en évaluant l'épaisseur de la tranche de la boule dont le volume soit équivalent à la longueur $a - \frac{162}{6300} \cdot t$ dans le tube, qui est l'accroissement réel de volume du mélange d'air et de vapeur de mercure, en partant du volume primitif de l'air. Dans cette évaluation on peut supposer, comme plus haut, le rapport de 18 à 1 entre la section de la boule, passant par son centre, et la section du tube, ce rapport étant à-peu-près celui des carrés des diamètres.

Je donnerai ici, pour servir d'exemple, le calcul détaillé pour l'observation relative à la limite extrême des températures, à laquelle j'ai poussé l'expérience, savoir à 300°, en la considérant comme la dernière de la marche ascendante, quoique le résultat qui s'en déduit ne puisse être réuni avec aucun autre, n'y ayant pas réellement de marche descendante qui réponde à cette limite.

Le mercure à cette température ayant été à 60^{mm} sur l'échelle de l'appareil, on aura $a = 60 + 46\frac{1}{2} = 106,5$; l'accroissement du volume de l'air, ou le volume de la dépression à l'intérieur de la boule, en faisant ici $t = 300$, sera

$$106,5 - \frac{162 \,.\, 300}{6300} = 106,5 - 7,7 = 98^{mm},8\,,$$

en parties de la longueur du tube. Pour évaluer la quantité b nous rapellerons que la quantité de mercure contenue dans la boule, équivaut à 112^{mm} environ de longueur du tube; la boule doit donc s'être presque vidée, y étant seulement resté un volume de mercure correspondant à 13^{mm} environ sur le tube. Si la boule s'était vi-

dée entièrement, la dépression aurait été du demi-diamètre de la boule, environ 7,5, plus un millimètre, ou un millimètre et demi, dont le mercure se trouvait initialement au-dessus du centre de la boule, et ainsi d'environ 9^{mm}; les 13 millimètres restant peuvent être considérés comme occupant au fond de la boule une calotte de 3 $\frac{1}{2}$ millimètres d'épaisseur; ainsi la dépression peut-être évaluée à 5 $\frac{1}{2}$ millimètres; c'est la valeur de b. On a d'ailleurs ici

$$1 + t.0,00372 = 1 + 300.0,00372 = 2,116;$$

$$1 + \frac{t}{5550} = 1 + \frac{300}{5550} = 1,054.$$

Partant

$$l = \frac{52.750.2,116}{747 + \frac{106,5 + 5,5 + 3,5}{1,054}} = \frac{82524}{747 + \frac{115,5}{1,054}}$$

$$= \frac{82524}{747 + 109,6} = \frac{82524}{856,6} = 96,33,$$

$$L = 52 + 98,8 = 150,8,$$

$$P = 856,6;$$

$$\text{donc } T = P\left(1 - \frac{l}{L}\right) = 856,6\left(1 - \frac{96,33}{150,8}\right)$$

$$= 856,6(1 - 0,6388) = 856,6.0,3612 = 309,40.$$

Ainsi d'après cette observation la tension de la vapeur du mercure à 300° de température serait d'environ 309 $\frac{1}{2}$ millimètres de mercure.

8. Il serait inutile d'entrer dans un semblable détail pour le calcul de toutes les observations comprises dans le tableau. Je me contenterai de rapporter les résultats que ce calcul m'a donnés pour chaque observation, tant pour la marche ascendante que pour la marche descendante des températures.

Températures.	Tension de la vapeur du mercure en millimètres de mercure à 0°		
	Marche ascendante.	Marche descendante.	Moyenne.
230° C .	51mm,92 .	64mm,20 . .	58mm,01
240 . .	69 ,33 .	90 ,71 . .	80 ,02
250 . .	101 ,63 .	110 ,14 . .	105 ,88
260 . .	124 ,30 .	142 ,95 . .	133 ,62 (1)
270 . .	151 ,29 .	179 ,15 . .	165 ,22
280 . .	184 ,07 .	231 ,11 . .	207 ,59
290 . .	225 ,38 .	279 ,64 . .	252 ,51
300 . .	309 ,40 .		

On voit que la marche descendante rapportée ainsi à une colonne d'air de 46mm, telle que nous l'avons supposée relativement à cette marche au lieu de 52mm qu'elle était dans la marche ascendante, donne partout des tensions un peu plus fortes que la marche ascendante. Cela est conforme à ce que j'avais deja observé en faisant usage du premier appareil que j'avais fait construire, et dépend, selon toute apparence, de la cause que j'en ai indiquée, et qui

(1) Je noterai ici, que pour cette température 260°, qui était la plus haute, à laquelle j'eusse poussé les observations avec le premier appareil, dont j'ai parlé au commencement de ce mémoire, j'avais trouvé environ 112mm pour la tension de la vapeur du mercure, c'est-à-dire 21 millimètres de moins, ou environ les 4/5 de cette tension, telle qu'elle résulte ici des observations faites avec le nouvel appareil; cette différence d'un cinquième doit être l'erreur qui provenait du défaut de construction du premier appareil, par suite duquel l'air renfermé dans la boule ne pouvait se charger de la vapeur du mercure au maximum répondant à chaque température; il y a toute raison de croire, comme je l'ai deja dit, que cette erreur a disparu en entier, ou à très-peu-près, dans le nouvel appareil, dont la construction est à un si haut degré plus favorable à la formation, et à la diffusion de la vapeur dans l'air de la boule.

doit produire une erreur en sens contraire d'une marche à l'autre. Les moyennes déduites des deux marches pour chaque température peuvent donc être regardées comme les tensions de la vapeur du mercure indiquées par nos expériences, avec le degré d'exactitude qu'elles peuvent comporter. On conçoit qu'on ne peut compter dans ces valeurs des tensions qu'elles nous ont données, sur les fractions de millimètres, ni même sur une précision telle à exclure des erreurs de quelques millimètres, quoique j'aie cru devoir les rapporter dans le tableau avec les centièmes de millimètres, telles que le calcul des observations les donne immédiatement (1).

Au reste, ni les résultats de chacune des deux marches, ascendante et descendante séparément, ni par conséquent leurs moyennes ne nous présentent dans leur suite aucun saut brusque, ou irrégularité frappante, qui doive nous porter à regarder aucun de ces résultats comme visiblement fautif par sa comparaison avec les autres. Quelques essais de calculs analogues aux précédens, que j'ai faits sur des observations relatives à des températures inférieures à 230°, m'ont convaincu qu'une telle régularité ne peut plus s'obtenir à ces températures moins élevées, et pour les petites tensions qui doivent y répondre. Pour en concevoir la raison, il suffit d'observer, que lorsque la tension devient très-petite, la longueur $L-l$

---

(1) On pourrait me reprocher de n'avoir pas cherché à donner toute l'exactitude possible à mes observations thermométriques correspondantes aux élévations du mercure dans l'appareil, en corrigeant, par la méthode connue de Bessel, ou autre équivalente, les petites irrégularités que la marche de mon thermomètre pouvait présenter par le défaut de cylindricité parfaite du tube; en donnant au réservoir du thermomètre la forme convenable pour qu'il accusât exactement la température moyenne de toute la masse fluide, ou employant même pour cela plusieurs thermomètres; en tenant compte de l'erreur qui pouvait provenir de ce que toute la colonne de mercure du thermomètre n'était pas plongée dans l'huile etc. Mais de ses différentes attentions les unes n'auraient tendu qu'à un accroissement d'exactitude illusoire, vû les sources d'erreurs plus considérables que présentent les observations dont il s'agit d'après les procédés, et avec les appareils dont je me suis servi; les autres n'auraient fait que compliquer les appareils, et rendre plus difficiles les observations mêmes, et les exposer par là à d'autres causes d'erreurs.

qui serait occupée par la vapeur du mercure, condensée isolément sous la pression commune que soutient actuellement le mélange d'air, et de vapeur, devient une petite portion de la longueur totale L déterminée par l'observation, en sorte qu'en supposant la longueur l calculée juste d'après la température et la pression, une très-petite erreur sur la longueur L, change beaucoup, proportionnellement, la longueur $L-l$, et son rapport à la longueur totale L, c'est-à-dire la quantité $\frac{L-l}{L}$ ou $1-\frac{l}{L}$, d'où dépend la détermination de la tension de la vapeur. En général cette détermination est susceptible d'une beaucoup plus grande précision pour les hautes températures, où $L-l$ est une quantité considérable, que pour celles successivement plus basses, où cette quantité va en diminuant. C'est ce qu'on verra clairement en considérant, par exemple, les résultats des deux observations qui forment les limites supérieure et inférieure de notre série dans la marche ascendante. Ainsi dans celle relative à la température 300°, pour laquelle j'ai rapporté ci-dessus le calcul détaillé, on a

$$L-l = 150{,}8-96{,}3=54{,}5, \text{ et par là } \frac{L-l}{L} = 1-\frac{l}{L} = 0{,}3612,$$

comme on a vû. Supposons qu'on eût fait une erreur en plus d'un millimètre dans l'observation de l'ascension a du mercure dans l'appareil; cela en aura occasionné une égale dans la valeur de L, en sorte que la vraie valeur de L serait 149,8 au lieu de 150,8; par là $L-l=53{,}5$ au lieu de 54,5, en négligeant la petite variation que l devrait subir par le changement de pression, et on trouvera $1-\frac{l}{L} = 1-0{,}6431 = 0{,}3569$, ou à très-peu-près 0,357 au lieu de 0,3612; et comme la pression P n'aura changé que d'une très-petite quantité, on aura à très-peu-près
$T = 856{,}6 \,.\, 0{,}357 = 306^{mm}$ en nombre rond, au lieu de 309 que nous avons trouvé; ainsi une erreur d'un millimètre dans l'observation immédiate en produira une d'environ 3 millimètres dans la

tension de la vapeur qu'on en déduit, qui est de plus de 300^{mm}, c'est-à-dire ne produira qu'une erreur de moins d'un centième de la quantité qu'il s'agissait de déterminer.

Mais ce degré de précision ira en diminuant, comme nous avons dit, pour les températures successivement plus basses. Dans notre observation relative à 230° qui est la plus basse de celles, sur lesquelles nous avons cru pouvoir compter, on trouve, d'après les données que nous avons adoptées pour la marche ascendante,

$$l = 90,33\,,\ L = 96,59\,,\ P = 801,3\,,$$

d'où $T = 801,3\left(1 - \frac{90,33}{96,59}\right) = 801,3\,(1 - 0,9352) = 801,3 . 0,0648$ $= 51,92$, qui est la tension marquée dans le tableau ci-dessus; maintenant supposons qu'on change d'un millimètre la détermination du point où s'est arrêté le mercure sur l'échelle de l'appareil, ou la valeur de a, et par conséquent de L, et qu'on ait ainsi, par exemple $L = 95,59$; la pression totale P ne changera encore ici que d'une quantité très-petite, et il en est de même de l, mais le coefficient $1 - \frac{90,33}{96,59}$ qui multiplie P, deviendra $1 - \frac{90,33}{95,59} =$ $1 - 0,944 = 0,056$ au lieu de 0,065 qu'il était en supposant $L = 96,59$. Par conséquent la valeur de T qu'on en déduira, sera à celle que nous avons calculée, d'après notre observation, comme 56 à 65 environ, c'est-à-dire sera de 44 millimètres au lieu de 52 environ que nous avons trouvé; l'erreur sera ainsi de 8 millimètres, qui font ici un peu plus de $\frac{1}{7}$ de la quantité à déterminer.

Cette influence des erreurs d'observation augmentant plus rapidement encore pour les températures au-dessous de 230°, il en résultera, soit dans la marche ascendante, soit dans la descendante, et par là dans la moyenne des résultats des deux marches, par la plus petite erreur, des écarts trop considérable pour qu'on puisse attribuer à ces résultats quelque exactitude; et les essais, dont j'ai parlé, ont confirmé cette conséquence par l'irrégularité de

cloches de verre sur le mercure, et le long des tubes des baromètres, selon les observations de Faraday et de Daniell.

Je ne vois donc d'autre moyen d'expliquer cette diminution du volume de l'air, que par l'oxidation d'une petite portion du mercure aux dépens du gaz oxigène y contenu, pendant son exposition aux plus hauts degrés de température. A la vérité je n'ai remarqué aucune trace d'oxide après l'opération ni sur la surface du mercure, ni sur les parois intérieures de la boule; mais on ne doit pas en être surpris, si l'on réfléchit à la petitesse de la quantité d'oxide qui a pû se former par l'absorption d'environ un dixième seulement de centimètre cube de gaz oxigène, ce à quoi revient à-peu-près la diminution observée, d'après les dimensions de l'appareil. Si telle est en effet la cause de la diminution de l'air, elle doit avoir eû lieu progressivement dans les plus hauts degrés de température, et avoir continué encore, quoique avec une rapidité successivement moindre dans la marche descendante de celle-ci, sans qu'on puisse assigner ni la température à laquelle cette diminution a commencé, ou cessé de se faire, ni la marche qu'elle a suivie. Il n'y a donc d'autre moyen d'y avoir égard, et de faire aux observations la correction qu'elle exige en raison de la différence d'espace qui en est résulté pour contenir la vapeur du mercure aux différentes températures, que de la considérer comme s'étant opérée en entier à la fin de la marche ascendante, et avant le commencement de la marche descendante des températures, savoir au moment où la température a été le plus élevée, et où elle a dû se faire en effet le plus rapidement, en sorte que la marche ascendante soit rapportée à la quantité d'air primitive, telle que nous l'avons trouvée dans l'expérience préliminaire indiquée dans le § précédent, savoir équivalente à 52^{mm} de longueur sur le tube, et la marche descendante à une quantite d'air moindre, et qu'on doit déterminer par le point où le mercure s'est fixé dans l'appareil après le refroidissement.

En appliquant la correction de cette manière on commet réellement une erreur, tant pour la marche ascendante que pour la

supérieure n'étant plus éloignée que de 60 degrés de la température de l'ébullition de ce liquide.

Il est naturel maintenant d'examiner jusqu'à quel point les différentes formules, ou purement empiriques, et de forme entièrement arbitraire, ou en partie fondées sur des considérations théoriques, par lesquelles on a le mieux réussi à représenter la marche des tensions de la vapeur aqueuse, peuvent servir, en en déterminant convenablement les constantes, à représenter la marche des tensions observées de la vapeur du mercure; soit à fin de pouvoir fixer au moins approximativement la tension de cette vapeur à d'autres températures que celles particulières pour lesquelles les observations ont été faites, et dans tout l'intervalle compris entre la température où cette tension commence à être sensible, jusqu'à celui de l'ébullition du mercure, où elle devient égale à la pression atmosphérique ordinaire; soit pour vérifier si les idées théoriques, qui ont paru pouvoir servir de base à quelques unes de ces formules, se soutiennent dans leur application à la vapeur du mercure.

Une des formes générales de fonction que l'on a trouvé les plus propres à représenter la marche de la tension de la vapeur aqueuse, dans de très-grands intervalles de température, est celle-ci, $e=(1+at)^m$, dans laquelle e représente la tension ou force élastique de la vapeur au maximum, en prenant pour unité la pression d'une atmosphère ou de $0^m,76$ de mercure, t la température à laquelle correspond cette force, compté du point de l'ébullition du liquide, et le coefficient a, ainsi que l'exposant m devant être déterminés par les observations. Cette formule satisfait d'ailleurs par sa forme même à la condition nécessaire que e soit égal à 1, c'est-à-dire à la pression atmosphérique, pour la température de l'ébullition du liquide, puisqu'on a $e=1$ lorsque $t=0$, quelles que soient les valeurs de a et m.

Pour les tensions de la vapeur d'eau on a trouvé que les valeurs entières de m les plus appropriées sont 5 et 6, la première

indiquée par le thermomètre. Par des raisons analogues, dans le refroidissement, le mercure du thermomètre devait se refroidir plus rapidement que la masse de l'huile, et l'appareil y plongé, et les hauteurs du mercure dans l'échelle devaient répondre en conséquence à des températures plus élevées que celles indiquées par le thermomètre, et être par là plus considérables que celles-ci ne le comportaient. Si donc le contraire a eu lieu dans l'expérience, dont il s'agit ici, c'est qu'en effet la marche descendante appartient à une moindre quantité d'air et par conséquent à un moindre espace pour contenir la vapeur, que la marche ascendante. D'après ces considérations, pour conclure, par une moyenne entre les résultats des deux marches, la tension réelle de la vapeur à chaque température, et corriger à la fois l'effet des deux causes d'erreur, dont on vient de parler, agissant en sens contraire dans les deux marches, il faudra calculer séparément les tensions correspondantes à chaque température d'après les deux marches, l'une en partant de la quantité d'air représentée par une longueur de tube de 52 millimètres, de la manière indiquée dans le § précédent, l'autre par une formule analogue appliquée à la supposition d'une quantité d'air moindre, et telle qu'elle est devenue par la perte indiquée.

7. Nous avons vu, que d'après la position où le mercure s'est trouvé dans l'appareil à la fin de l'expérience à $12^\circ \frac{1}{2}$ de température, la perte a dû être d'un volume qui à cette température, et à-peu-près sous la pression atmosphérique, est représenté par une longueur de 6 millimètres sur le tube. Ainsi dans cet état la colonne d'air qui au commencement de l'expérience, à la même température, et à-peu-près à la même pression, était de 54^{mm} environ, s'est réduite à $54 - 6$ ou 48^{mm} de longueur du tube. Mais par le refroidissement de $12^\circ,5$ à 0°, température initiale à laquelle nous rapportons nos calculs, cette colonne se serait raccourcie à-peu-près de 2 millimètres, et se serait reduite à 46^{mm}, que nous considérerons en conséquence comme représentant la quantité d'air

réduite à 0° dans l'appareil, et à laquelle doivent se rapporter les observations pendant la marche descendante des températures. D'un autre côté le mercure dans la branche ouverte, qui à 12°,5 de température s'est trouvé répondre à -50^{mm} de l'échelle, serait descendu à -52^{mm} environ, et comme le mercure dans la boule est resté sensiblement à -50^{mm}, la pression initiale, rapportée à l'état de l'appareil à 0°, sera ainsi de $p-2$, p étant la pression atmosphérique exprimée en millimètres de mercure.

Cela posé, la pression atmosphérique ayant été $p=747$ pendant l'expérience, la pression initiale sera $747+3,5=750,5$, ou en nombre rond 750^{mm} relativement à la marche ascendante, et $747-2=745^{mm}$ relativement à la marche descendante.

On aura donc, dans la formule $T=P\left(1-\frac{l}{L}\right)$, pour la marche ascendante,

$$l=52(1+t.0,00372)\frac{750}{747+\frac{3,5+a+b}{1+\frac{t}{5550}}},$$

$$L=52+a-\frac{162}{6300}.t,$$

$$P=747+\frac{3,5+a+b}{1+\frac{t}{5550}};$$

et pour la marche descendante,

$$l=46(1+t.0,00372).\frac{745}{747+\frac{a+b-2}{1+\frac{t}{5550}}}$$

$$L=46+a-\frac{162}{6300}.t$$

$$P=747+\frac{a+b-2}{1+\frac{t}{5550}}.$$

La quantité a s'obtient pour chaque température, en ajoutant à la hauteur du mercure sur l'échelle indiquée dans le tableau des observations, la quantité $46\frac{1}{2}$ pour la marche ascendante, et 52 pour la marche descendante, puisque tel est l'abaissement du mercure dans sa position initiale supposée, au-dessous de zéro de l'échelle, pour les deux marches respectivement. Quant à la quantité b, qui n'est toujours que de quelques millimètres, on l'obtient par approximation, comme je l'ai déjà dit, en évaluant l'épaisseur de la tranche de la boule dont le volume soit équivalent à la longueur $a - \frac{162}{6300} . t$ dans le tube, qui est l'accroissement réel de volume du mélange d'air et de vapeur de mercure, en partant du volume primitif de l'air. Dans cette évaluation on peut supposer, comme plus haut, le rapport de 18 à 1 entre la section de la boule, passant par son centre, et la section du tube, ce rapport étant à-peu-près celui des carrés des diamètres.

Je donnerai ici, pour servir d'exemple, le calcul détaillé pour l'observation relative à la limite extrême des températures, à laquelle j'ai poussé l'expérience, savoir à 300°, en la considérant comme la dernière de la marche ascendante, quoique le résultat qui s'en déduit ne puisse être réuni avec aucun autre, n'y ayant pas réellement de marche descendante qui réponde à cette limite.

Le mercure à cette température ayant été à 60^{mm} sur l'échelle de l'appareil, on aura $a = 60 + 46\frac{1}{2} = 106,5$; l'accroissement du volume de l'air, ou le volume de la dépression à l'intérieur de la boule, en faisant ici $t = 300$, sera

$$106,5 - \frac{162 . 300}{6300} = 106,5 - 7,7 = 98^{mm},8 ,$$

en parties de la longueur du tube. Pour évaluer la quantité b nous rapellerons que la quantité de mercure contenue dans la boule, équivaut à 112^{mm} environ de longueur du tube; la boule doit donc s'être presque vidée, y étant seulement resté un volume de mercure correspondant à 13^{mm} environ sur le tube. Si la boule s'était vi-

dée entiérement, la dépression aurait été du demi-diamètre de la boule, environ 7,5, plus un millimètre, ou un millimètre et demi, dont le mercure se trouvait initialement au-dessus du centre de la boule, et ainsi d'environ 9^{mm}; les 13 millimètres restant peuvent être considérés comme occupant au fond de la boule une calotte de 3 $\frac{1}{2}$ millimètres d'épaisseur; ainsi la dépression peut-être évaluée à 5 $\frac{1}{2}$ millimètres; c'est la valeur de b. On a d'ailleurs ici

$$1 + t.0,00372 = 1 + 300.0,00372 = 2,116;$$

$$1 + \frac{t}{5550} = 1 + \frac{300}{5550} = 1,054.$$

Partant

$$l = \frac{52.750.2,116}{747 + \frac{106,5 + 5,5 + 3,5}{1,054}} = \frac{82524}{747 + \frac{115,5}{1,054}}$$

$$= \frac{82524}{747 + 109,6} = \frac{82524}{856,6} = 96,33,$$

$$L = 52 + 98,8 = 150,8,$$

$$P = 856,6;$$

$$\text{donc } T = P\left(1 - \frac{l}{L}\right) = 856,6\left(1 - \frac{96,33}{150,8}\right)$$

$$= 856,6(1 - 0,6388) = 856,6.0,3612 = 309,40.$$

Ainsi d'après cette observation la tension de la vapeur du mercure à 300° de température serait d'environ 309 $\frac{1}{2}$ millimètres de mercure.

8. Il serait inutile d'entrer dans un semblable détail pour le calcul de toutes les observations comprises dans le tableau. Je me contenterai de rapporter les résultats que ce calcul m'a donnés pour chaque observation, tant pour la marche ascendante que pour la marche descendante des températures.

on obtient une formule différente par chacune de ces combinaisons, ce qui confirme qu'on ne peut représenter à la fois avec cette forme de fonction, nos observations réunies, et le fait observé par Faraday. Dans ce cas en effet le cofficient a est déterminé, quelque soit m, par la condition $1 - a.3,6 = 0$, qui donne $a = \frac{1}{3,6} = 0,27778$, en sorte qu'on doit avoir en général $e = (1 + 0,27778.t)^m$, où il reste à déterminer m par une seule observation. Or si dans cette équation, qui donne $m = \frac{\log e}{\log(1 + 0,27778.t)}$, on substitue pour e, et t, leurs valeurs correspondantes d'après nos observations pour les températures 230, 240, etc., on trouve par ces différentes observations, les différentes valeurs de m suivantes:

Températures.	Valeur de m.
230	5,74
240	5,55
250	5,42
260	5,34
270	5,30
280	5,17
290	5,10

On voit que ces valeurs de m vont en diminuant un peu à mesure que la température augmente. Si regardant l'inégalité de ces valeurs, qui à la vérité n'est pas très-grande, comme due aux erreurs des observations, erreurs qui dans ce cas devraient suivre aussi une marche progressive relativement aux températures, on

doit produire une erreur en sens contraire d'une marche à l'autre. Les moyennes déduites des deux marches pour chaque température peuvent donc être regardées comme les tensions de la vapeur du mercure indiquées par nos expériences, avec le degré d'exactitude qu'elles peuvent comporter. On conçoit qu'on ne peut compter dans ces valeurs des tensions qu'elles nous ont données, sur les fractions de millimètres, ni même sur une précision telle à exclure des erreurs de quelques millimètres, quoique j'aie cru devoir les rapporter dans le tableau avec les centièmes de millimètres, telles que le calcul des observations les donne immédiatement (1).

Au reste, ni les résultats de chacune des deux marches, ascendante et descendante séparément, ni par conséquent leurs moyennes ne nous présentent dans leur suite aucun saut brusque, ou irrégularité frappante, qui doive nous porter à regarder aucun de ces résultats comme visiblement fautif par sa comparaison avec les autres. Quelques essais de calculs analogues aux précédens, que j'ai faits sur des observations relatives à des températures inférieures à 230°, m'ont convaincu qu'une telle régularité ne peut plus s'obtenir à ces températures moins élevées, et pour les petites tensions qui doivent y répondre. Pour en concevoir la raison, il suffit d'observer, que lorsque la tension devient très-petite, la longueur $L-l$

---

(1) On pourrait me reprocher de n'avoir pas cherché à donner toute l'exactitude possible à mes observations thermométriques correspondantes aux élévations du mercure dans l'appareil, en corrigeant, par la méthode connue de Bessel, ou autre équivalente, les petites irrégularités que la marche de mon thermomètre pouvait présenter par le défaut de cylindricité parfaite du tube; en donnant au réservoir du thermomètre la forme convenable pour qu'il accusât exactement la température moyenne de toute la masse fluide, ou employant même pour cela plusieurs thermomètres; en tenant compte de l'erreur qui pouvait provenir de ce que toute la colonne de mercure du thermomètre n'était pas plongée dans l'huile etc. Mais de ses différentes attentions les unes n'auraient tendu qu'à un accroissement d'exactitude illusoire, vû les sources d'erreurs plus considérables que présentent les observations dont-il s'agit d'après les procédés, et avec les appareils dont je me suis servi; les autres n'auraient fait que compliquer les appareils, et rendre plus difficiles les observations mêmes, et les exposer par là à d'autres causes d'erreurs.

290°, à 15 millimètres environ. On voit encore ici la même progression des écarts; nos observations donnent pour l'intervalle qu'elles comprennent une marche des tensions plus rapidement croissante par rapport aux températures, que ne l'admet la forme de fonction dont-il s'agit, lorsqu'on veut l'assujettir à satisfaire à l'observation de Faraday.

A moins donc qu'on ne veuille regarder les résultats de nos observations comme affectés d'une erreur progressive assez considérable, dont on ne saurait assigner la source, nous devons conclûre de cette comparaison, que la forme de fonction dont-il s'agit n'est pas propre à représenter exactement les tensions de la vapeur du mercure à toutes les températures depuis 0° jusqu'à 360°. Il est cependant remarquable que l'exposant moyen que donnent nos observations combinées avec la limite de l'évaporation du mercure assignée par Faraday, soit placé entre 5 et 6, précisément comme celui, qui dans cette forme de fonction est propre à représenter le plus exactement les tensions de la vapeur aqueuse, quoique avec une valeur de a différente; la valeur de ce coefficient ne serait en effet qu'environ la moitié du coefficient relatif à la vapeur aqueuse.

On pourrait soupçonner que l'impossibilité de satisfaire à nos observations, en partant de la limite de Faraday, par cette forme de fonction, dépendît de ce que dans nos observations les températures sont rapportées à celles indiquées par le thermomètre à mercure, au lieu de l'être aux vraies températures, c'est-à-dire à celles qui seraient marquées par le thermomètre à air; mais je ferai remarquer que, comme dans les températures élevées le thermomètre à mercure devance le thermomètre à air, c'est-à-dire indique des températures plus hautes, qu'elles ne le seraient sur ce dernier, les tensions données par nos observations sont celles correspondantes à des températures prises sur le thermomètre à air, d'autant plus au-dessous de celles que nous avons supposées, qu'il s'agit de températures plus élevées; on aurait donc des tensions croissantes plus rapidement, si on les rapportait aux températures

tension de la vapeur qu'on en déduit, qui est de plus de 300^{mm}, c'est-à-dire ne produira qu'une erreur de moins d'un centième de la quantité qu'il s'agissait de déterminer.

Mais ce degré de précision ira en diminuant, comme nous avons dit, pour les températures successivement plus basses. Dans notre observation relative à 230° qui est la plus basse de celles, sur lesquelles nous avons cru pouvoir compter, on trouve, d'après les données que nous avons adoptées pour la marche ascendante,

$$l = 90{,}33\ ,\ L = 96{,}59\ ,\ P = 801{,}3\ ;$$

d'où $T = 801{,}3\left(1 - \frac{90{,}33}{96{,}59}\right) = 801{,}3\,(1 - 0{,}9352) = 801{,}3 \cdot 0{,}0648$ $= 51{,}92$, qui est la tension marquée dans le tableau ci-dessus; maintenant supposons qu'on change d'un millimètre la détermination du point où s'est arrêté le mercure sur l'échelle de l'appareil, ou la valeur de a, et par conséquent de L, et qu'on ait ainsi, par exemple $L = 95{,}59$; la pression totale P ne changera encore ici que d'une quantité très-petite, et il en est de même de l, mais le coefficient $1 - \frac{90{,}33}{96{,}59}$ qui multiplie P, deviendra $1 - \frac{90{,}33}{95{,}59} =$ $1 - 0{,}944 = 0{,}056$ au lieu de $0{,}065$ qu'il était en supposant $L = 96{,}59$. Par conséquent la valeur de T qu'on en déduira, sera à celle que nous avons calculée, d'après notre observation, comme 56 à 65 environ, c'est-à-dire sera de 44 millimètres au lieu de 52 environ que nous avons trouvé; l'erreur sera ainsi de 8 millimètres, qui font ici un peu plus de $\frac{1}{7}$ de la quantité à déterminer.

Cette influence des erreurs d'observation augmentant plus rapidement encore pour les températures au-dessous de 230°, il en résultera, soit dans la marche ascendante, soit dans la descendante, et par là dans la moyenne des résultats des deux marches, par la plus petite erreur, des écarts trop considérable pour qu'on puisse attribuer à ces résultats quelque exactitude; et les essais, dont j'ai parlé, ont confirmé cette conséquence par l'irrégularité de

la marche des tensions qu'ils m'ont présentée au-dessous de ce point. C'est pourquoi je n'ai pas même cru devoir rapporter ces observations.

Je remarquerai encore ici, en finissant ce paragraphe, que les observations faites pendant la marche ascendante, se sont montrées susceptibles d'une plus grande précision que celles de la marche descendante, parce que dans les premières le sommet de la colonne de mercure prend une forme convexe bien déterminée, et dont on voit clairement le point supérieur, tandis que dans les secondes l'adhérence du mercure aux parois du tube fait prendre à la surface de ce liquide, qui doit successivement s'en détacher, en descendant, une forme irrégulière, souvent plus élevée d'un côté que de l'autre du tube, et dont il faut évaluer un peu arbitrairement l'élévation moyenne; mais comme on n'a aucun moyen d'estimer la probabilité des erreurs que cette circonstance peut entraîner, et que ces erreurs ne peuvent être que des fractions de millimètres, tantôt en plus, tantôt en moins, j'ai cru pouvoir laisser cette cause d'erreur confondue avec les autres causes inconnues qui peuvent affecter différemment les deux marches ascendante, et descendante, et m'en tenir aux résultats moyens des deux marches, tels que je les ai rapportés.

§. III.

Formules par lesquelles on peut représenter la marche des tensions de la vapeur du mercure, selon nos observations.

9. Dans le § précédent nous avons cherché à établir par observation les tensions de la vapeur du mercure pour des températures déterminées, prises dans un intervalle d'une étendue, et d'une élévation considérable, cet intervalle étant de 70 degrés, et sa limite

supérieure n'étant plus éloignée que de 60 degrés de la température de l'ébullition de ce liquide.

Il est naturel maintenant d'examiner jusqu'à quel point les différentes formules, ou purement empiriques, et de forme entiérement arbitraire, ou en partie fondées sur des considérations théoriques, par lesquelles on a le mieux réussi à représenter la marche des tensions de la vapeur aqueuse, peuvent servir, en en déterminant convénablement les constantes, à représenter la marche des tensions observées de la vapeur du mercure; soit à fin de pouvoir fixer au moins approximativement la tension de cette vapeur à d'autres températures que celles particulières pour lesquelles les observations ont été faites, et dans tout l'intervalle compris entre la température où cette tension commence à être sensible, jusqu'à celui de l'ébullition du mercure, où elle devient égale à la pression atmosphérique ordinaire; soit pour vérifier si les idées théoriques, qui ont paru pouvoir servir de base à quelques unes de ces formules, se soutiennent dans leur application à la vapeur du mercure.

Une des formes générales de fonction que l'on a trouvé les plus propres à représenter la marche de la tension de la vapeur aqueuse, dans de très-grands intervalles de température, est celle-ci, $e=(1+at)^m$, dans laquelle e représente la tension ou force élastique de la vapeur au maximum, en prenant pour unité la pression d'une atmosphère ou de $0^m,76$ de mercure, t la température à laquelle correspond cette force, comptée du point de l'ébullition du liquide, et le coefficient a, ainsi que l'exposant m devant être déterminés par les observations. Cette formule satisfait d'ailleurs par sa forme même à la condition nécessaire que e soit égal à 1, c'est-à-dire à la pression atmosphérique, pour la température de l'ébullition du liquide, puisqu'on a $e=1$ lorsque $t=0$, quelles que soient les valeurs de a et m.

Pour les tensions de la vapeur d'eau on a trouvé que les valeurs entières de m les plus appropriées sont 5 et 6, la première

de ces valeurs avec le coefficient a convenablement déterminée, représentant mieux les tensions supérieures à la température de l'ébullition, telles qu'elles ont été dernièrement fixées pour les Commissaires de l'Académie Royale des Sciences de Paris, qui se sont en conséquence principalement servis de cette formule pour en calculer la table, et l'autre étant plus propre à représenter, avec une valeur de a un peu différente, les tensions inférieures à l'ébullition, comme dans la formule que M. Tredgold a employé pour cet usage. En déterminant même à la fois a et m par les deux observations les plus éloignées, l'une répondante à 0° de température, pour laquelle la tension est de 5 millimètres de mercure ou 0,0066 d'atmosphère, l'autre à 224° C, température pour laquelle la tension est de 24 atmosphères, et prenant pour unité de t une échelle entière de 100° C, les t étant pris positivement en montant au-dessus de la température de l'ébullition, et négativement en descendant au-dessous, je trouve que la valeur de m qui en résulte, est peu différente de 6, savoir 5,94 environ, et que la valeur de a est 0,5706, en sorte que la formule $e=(1+0{,}5706.t)^{5{,}94}$ satisfait à-peu-près à toutes les observations dans cet intervalle.

Pour déterminer d'une manière semblable les deux constantes d'une formule analogue, savoir l'exposant m, et le coefficient a, pour les tensions de la vapeur du mercure, d'après les résultats de mes observations, je me servirai des deux observations extrêmes données par une moyenne entre les deux marches, ascendante, et descendante, savoir celles relatives aux températures 230° et 290°. Pour désigner ces deux températures, d'après la signification que nous avons attribuée à t, il faut considérer que $360°-230°=130°=1{,}3$ échelles, et $360°-290°=70°=0{,}7$ échelles; on a donc $t=-1{,}3$ pour la première, et $t=-0{,}7$ pour la seconde. Les deux tensions correspondantes données par nos observations, dans l'unité que nous adoptons ici, sont

$$e=\frac{58{,}01}{760}=0{,}07633,\quad e=\frac{252{,}51}{760}=0{,}33225.$$

Nous avons donc pour déterminer a et m les deux équations

$$0,33225=(1-a.0,7)^m;\ 0,07633=(1-a.1,3)^m$$

$$\text{ou } 1-a.0,7=(0,33225)^{\frac{1}{m}};\ 1-a.1,3=(0,07633)^{\frac{1}{m}};$$

la première donne $a=\frac{1-(0,33225)^{\frac{1}{m}}}{0,7}$, et par la substitution de cette valeur, la seconde devient

$$\frac{13}{7}(0,33225)^{\frac{1}{m}}-(0,07633)^{\frac{1}{m}}=\frac{6}{7}=0,85714,$$

et on trouve par des substitutions successives, qu'on satisfait à très-peu-près à cette équation, en faisant $m=2,873$, ce qui donne ensuite $a=\frac{1-(0,33225)^{\frac{1}{2,873}}}{0,7}=0,45507$. Ainsi la formule, qui satisfait aux deux observations extrêmes, est

$$e=(1+0,45507.t)^{2,873}.$$

On peut au reste, sans altérer sensiblement les résultats, prendre pour plus de simplicité pour l'exposant $2,875=2+\frac{7}{8}=\frac{23}{8}$. Le coefficient a déterminé par l'observation à 290° est alors 0,45480, et la formule devient $e=(1+0,4548.t)^{2,875}$; cette formule donne pour la tension relative à 230°, $e=0^{atm},07638=58^{mm},04$, à peine différente de 58,01 qui a donné l'observation. Si on calcule maintenant, d'après cette formule $e=(1+0,4548.t)^{2,875}$, les tensions répondantes aux autres températures, auxquelles nos observations se rapportent, en y ajoutant même celle relative à la température 300°, pour laquelle nous n'avons que le résultat donné par la marche ascendante, nous en aurons la table suivante, où les résultats calculés sont mis à côté des résultats observés.

Températures.	Tensions de la vapeur du mercure.			
	Calculées.			Observées.
230 . . .	$0^{atm},07638$	$=$	$58^{mm},04$ . .	$58^{mm},01$
240 . . .	0 ,10344		78 ,61 . .	80 ,02
250 . . .	0 ,13609		103 ,43 . .	105 ,82
260 . . .	0 ,17482		132 ,86 . .	133 ,62
270 . . .	0 ,22012		167 ,29 . .	165 ,22
280 . . .	0 ,27243		207 ,05 . .	207 ,59
290 . . .	0 ,33225		252 ,51 . .	252 ,51
300 . . .	0 ,40005		304 ,04 . .	

On voit par ce tableau, que la formule $e=(1+0,4548.t)^{2,875}$ peut-être considérée comme l'expression très-approchée de l'ensemble de nos observations, dans la forme de fonction dont il s'agit, puisqu'elle satisfait exactement aux deux observations extrêmes qui lui ont servi de base, et s'accorde avec toutes les autres ou exactement, ou à un ou deux millimètres près, différence qu'on peut attribuer aux irrégularités accidentelles dans les observations. On observera que le résultat calculé relatif à 300° est encore tant-soit peu inférieur à celui que nous a donné notre observation extrème dans la marche ascendante, savoir $309^{mm},40$, en sorte que ce résultat de l'observation peut lui-même être regardé, quoique avec un peu plus d'écart, comme donné par les deux marches réunies, étant le dernier de la marche ascendante, et le premier de la descendante, et répondant à l'époque, où probablement la moitié environ de la petite perte d'air, dont j'ai parlé plus haut, avait déjà

eu lieu. On se rappellera que la formule dont-il s'agit satisfait en même temps, par sa forme même à la tension de l'atmosphère, ou de 760^{mm} qui doit répondre à la température de l'ébullition 360°, en sorte qu'on peut dire qu'elle exprime prochainement la marche des observations dans tout l'intervalle de 130 degrés, compris entre 230° et 360°.

10. Une circonstance cependant s'oppose à ce qu'on regarde cette formule, comme la véritable expression de la loi des tensions de la vapeur du mercure à toutes les températures, et qu'elle soit applicable en particulier aux tensions répondantes à des températures notablement inférieures à celle où commencent nos observations ci-dessus. On sait en effet que le mercure émet dans l'air, même aux températures ordinaires de l'atmosphère, de la vapeur, dont l'existence se manifeste par ses effets sur l'économie animale, par son action chimique sur les métaux etc.; et d'après les expériences de M. Faraday, cette évaporation n'a une limite qu'aux environs de la température de la glace fondante. D'après cela, quoique la tension de la vapeur du mercure soit trop petite à ces températures, et même à la température de l'eau bouillante, pour être évaluée en colonnes de mercure déterminables par l'observation, une formule exacte, et conforme à la loi même de la nature, ne devrait indiquer une tension absolument nulle, qu'aux environs de la limite dont nous avons parlé. Or s'est à quoi ne satisfait pas notre formule $e=(1+0,4548.t)^{2,875}$; car d'après cette formule la tension de la vapeur du mercure devient nulle lorsque $t=-\frac{1}{0,4548}=-2,2$ à très-peu-près, c'est-à-dire à 220 degrés au-dessous de la température de l'ébullition du mercure 360°, ou à 140 degrés au-dessus de la température de la glace fondante.

D'un autre côté, si en partant de l'observation de Faraday, on suppose la tension de la vapeur du mercure nulle à la température de la glace fondante, et qu'on combine cette donnée avec chacune de nos observations, aux températures 230, 240, etc.,

on obtient une formule différente par chacune de ces combinaisons, ce qui confirme qu'on ne peut représenter à la fois avec cette forme de fonction, nos observations réunies, et le fait observé par Faraday. Dans ce cas en effet le cofficient a est déterminé, quelque soit m, par la condition $1-a.3{,}6=0$, qui donne $a=\frac{1}{3{,}6}=0{,}27778$, en sorte qu'on doit avoir en général $e=(1+0{,}27778.t)^m$, où il reste à déterminer m par une seule observation. Or si dans cette équation, qui donne $m=\frac{\log e}{\log(1+0{,}27778.t)}$, on substitue pour e, et t, leurs valeurs correspondantes d'après nos observations pour les températures 230, 240, etc., on trouve par ces différentes observations, les différentes valeurs de m suivantes:

Températures.	Valeur de m.
230	5,74
240	5,55
250	5,42
260	5,34
270	5,30
280	5,17
290	5,10

On voit que ces valeurs de m vont en diminuant un peu à mesure que la température augmente. Si regardant l'inégalité de ces valeurs, qui à la vérité n'est pas très- grande, comme dûe aux erreurs des observations, erreurs qui dans ce cas devraient suivre aussi une marche progressive relativement aux températures, on

prend une moyenne entre elles, on aura $m = 5,374$, en sorte qu'il en résultera pour représenter à la fois autant que possible l'observation de Faraday, et les nôtres, la formule

$$e = (1 + 0,27778 . t)^{5,374},$$

ou si l'on veut, sans altération sensible,

$$e = (1 + 0,27778 . t)^{5,375} = (1 + 0,27778 . t)^{5+\frac{3}{8}}.$$

Si l'on calcule, d'après cette formule moyenne, les tensions relatives aux différentes températures, qui on fait l'objet de nos observations, il en résultera la table suivante des résultats calculés comparativement à ceux observés :

Températures.	Tensions calculées.		Tensions observées.
230° C .	0atm,08998 =	68mm,39	58mm,01
240 . .	0 ,11312	85 ,97	80 ,02
250 . .	0 ,14086	107 ,05	105 ,88
260 . .	0 ,17392	132 ,18	133 ,62
270 . .	0 ,21304	161 ,91	165 ,22
280 . .	0 ,25903	196 ,86	207 ,59
290 . .	0 ,31281	237 ,73	252 ,51

La formule satisfait, comme on voit, à peu-près exactement à l'observation relative à 260° qui est celle du milieu dans la série de nos sept observations : mais pour les températures inférieures à celle-là les tensions calculées sont plus grandes, et pour les températures inférieures elles sont moindres que celles observées ; les plus grandes différences vont, savoir celle en plus, pour la température 230°, à 10 millimètres environ, et celle en moins, pour

290°, à 15 millimètres environ. On voit encore ici la même progression des écarts; nos observations donnent pour l'intervalle qu'elles comprennent une marche des tensions plus rapidement croissante par rapport aux températures, que ne l'admet la forme de fonction dont-il s'agit, lorsqu'on veut l'assujettir à satisfaire à l'observation de Faraday.

A moins donc qu'on ne veuille regarder les résultats de nos observations comme affectés d'une erreur progressive assez considérable, dont on ne saurait assigner la source, nous devons conclûre de cette comparaison, que la forme de fonction dont-il s'agit n'est pas propre à représenter exactement les tensions de la vapeur du mercure à toutes les températures depuis 0° jusqu'à 360°. Il est cependant remarquable que l'exposant moyen que donnent nos observations combinées avec la limite de l'évaporation du mercure assignée par Faraday, soit placé entre 5 et 6, précisément comme celui, qui dans cette forme de fonction est propre à représenter le plus exactement les tensions de la vapeur aqueuse, quoique avec une valeur de *a* différente; la valeur de ce coefficient ne serait en effet qu'environ la moitié du coefficient relatif à la vapeur aqueuse.

On pourrait soupçonner que l'impossibilité de satisfaire à nos observations, en partant de la limite de Faraday, par cette forme de fonction, dépendît de ce que dans nos observations les températures sont rapportées à celles indiquées par le thermomètre à mercure, au lieu de l'être aux vraies températures, c'est-à-dire à celles qui seraient marquées par le thermomètre à air; mais je ferai remarquer que, comme dans les températures élevées le thermomètre à mercure devance le thermomètre à air, c'est-à-dire indique des températures plus hautes, qu'elles ne le seraient sur ce dernier, les tensions données par nos observations sont celles correspondantes à des températures prises sur le thermomètre à air, d'autant plus au-dessous de celles que nous avons supposées, qu'il s'agit de températures plus élevées; on aurait donc des tensions croissantes plus rapidement, si on les rapportait aux températures

indiquées par le thermomètre à air; or c'est déjà par la trop grande rapidité d'accroissement dans les degrés supérieurs, que ces tensions observées s'éloignent de la loi supposée; l'écart s'accroitrait donc au lieu de disparaître, ou de diminuer par la substitution des températures prises sur le thermomètre à air à celles indiquées par le thermomètre à mercure.

Au reste le défaut de capacité de la forme de fonction dont-il s'agit pour représenter la marche des tensions de la vapeur du mercure dans toute l'étendue de 360 degrés, depuis la glace fondante jusqu'à l'ébullition du mercure, n'aurait droit de nous étonner, qu'autant qu'on attribuerait à cette forme de fonction quelque rapport avec des principes théoriques d'où dépendît en général la loi des tensions des vapeurs des liquides, ce que rien ne nous indique *à priori*; car cette forme ne renfermant que deux constantes arbitraires à déterminer par les observations mêmes, (abstraction faite de l'expression de la force d'une atmosphère, répondant à la température de l'ébullition, et à laquelle elle est assujettie par sa forme) son usage, comme loi empirique, doit être nécessairement borné à un certain intervalle de température, et on peut regarder comme accidentel l'avantage qu'elle possède relativement à la loi des tensions de la vapeur aqueuse.

11. Je vais maintenant essayer de représenter nos résultats sur les tensions de la vapeur du mercure par une autre formule purement empirique, mais dans laquelle on peut faire entrer autant de quantités constantes qu'on le trouve nécessaire pour représenter avec une exactitude suffisante toutes les observations connues. C'est celle que La-Place a d'abord employée avec deux constantes seulement pour représenter les observations de Dalton sur les tensions de la vapeur aqueuse (Mécanique céleste, livre X, chap. 1.er) et que M. Biot a employée ensuite dans son *Traité de Physique* avec trois constantes, qu'il a trouvées nécessaires pour exprimer plus exactement la marche de ces tensions entre 0° et 100° de température. Cette formule, en désignant par $\mathcal{A}$ la tension qui a lieu

à la température de l'ébullition du liquide, c'est-à-dire celle équivalente à la pression atmosphérique, est de la forme

$$e = A.\,10^{at + bt^2 + ct^3 + \text{etc.}} \quad (1)$$

$$\text{ou} \log e = \log A + at + bt^2 + ct^3 + \text{etc.},$$

e étant les tensions correspondantes aux températures t, comptées du point même de l'ébullition du liquide, et a, b, c, etc. étant des coefficiens constans à déterminer par les observations. Je me bornerai de même, dans l'application de cette formule à la vapeur du mercure, aux trois premières puissances de t, ce qui présentera trois constantes à déterminer par nos observations, au lieu de deux seules qu'en présentait la forme de fonction précédente, et nous examinerons si la formule qui en résultera satisfera à tous les faits connus relativement aux tensions de la vapeur du mercure dans l'étendue de température de 0° à 360°. Pour plus de commodité des calculs je prendrai encore ici une atmosphère entière de 0m,76, ou la tension qui a lieu à la température de l'ébullition du mercure, pour unité des tensions, et une échelle entière thermométrique de 100° pour unité des températures comptées de l'ébullition; mais pour éviter les changemens de signe selon les différentes puissances de t, je prendrai les t positivement en descendant, au lieu que nous les avons pris positivement en ascendant, et négativement en descendant dans l'emploi de la formule précédente. La forme générale, en observant que $\log 1 = 0$, devient ainsi simplement $\log e = at + bt^2 + ct^3$. Nos sept observations entre 230° et 290° nous fournissent sept équations de cette forme, qu'il faudrait à la rigueur combiner par la méthode des moindres carrés

---

(1) Il n'est presque pas besoin de remarquer que la quantité 10 n'est ici introduite que pour l'application immédiate des logarithmes tabulaires; car en mettant la formule sous la forme

$$e = A.\,10^{a\left(t + \frac{b}{a}t^2 + \frac{c}{a}t^3 + \text{etc.}\right)},$$

on voit qu'on peut la représenter en général par

$$e = A.\,\alpha^{t + \beta t^2 + \gamma t^3 + \text{etc}}$$

pour avoir les valeurs les plus probables des coefficiens de la formule, d'après toutes ces observations réunies; mais nous nous contenterons d'employer à la détermination des trois constantes les deux observations extrêmes répondantes à 230° et à 290°, et celle relative à la température intermédiaire 260°, et nous verrons jusqu'à quel point les autres s'accorderont avec la formule que nous en déduirons.

Selon nos observations on a, pour ces trois températures 230°, 260°, et 290° respectivement,

$$e = \frac{58{,}01}{760} = 0^{atm}{,}07633\,;\ \log e = -\,1{,}1173047$$

$$e = \frac{133{,}62}{760} = 0\quad{,}17582\,;\ \log e = -\,0{,}7549317$$

$$e = \frac{252{,}51}{760} = 0\quad{,}33225\,;\ \log e = -\,0{,}4785350.$$

On a d'ailleurs ici respectivement pour les trois observations,

$$t = 1{,}3;\quad t = 1\,;\quad t = 0{,}7.$$

Ces observations nous fournissent donc les trois équations :

$$-\,1{,}1173047 = a.\,1{,}3 + b\,(\,1{,}3\,)^2 + c\,(\,1{,}3\,)^3$$

$$-\,0{,}7549317 = a + b + c$$

$$-\,0{,}4785350 = a.0{,}7 + b\,(\,0{,}7\,)^2 + c\,(0{,}7\,)^3;$$

en exécutant les calculs numériques, et combinant les trois équations, on trouve pour les valeurs des trois constantes,

$$a = -\,0{,}64637\,;\ b = +\,0{,}075956\,;\ c = -\,0{,}18452.$$

Il en résulte en conséquence la formule

$$\log e = -\,0{,}64637.t + 0{,}075956.\,t^2 - 0{,}18452.t^3.$$

En calculant d'après cette formule les valeurs de e, ou les tensions de la vapeur du mercure, pour toutes les températures auxquelles nos observations se rapportent, on forme la table suivante des valeurs calculées comparées avec celles observées :

que la loi des tensions est la même pour tous les liquides, abstraction faite de la température absolue, à laquelle répond pour chacun d'eux une tension donnée. On a déjà remarqué que plusieurs liquides plus volatils que l'eau, et dont quelques-uns, comparés avec l'eau, avaient paru à Dalton suivre cette loi, ne s'y accordent que très-imparfaitement, et Dalton même paraît en avoir reconnu l'inexactitude. Mais la discordance devient tout-à-fait évidente par rapport au mercure comparé avec l'eau; car si la loi dont il s'agit était exacte dans ces deux liquides, la tension de la vapeur du mercure ne devrait être que de 4 ou 5 millimètres à la température 260° C comme cela a lieu pour la vapeur d'eau à la température 0° qui est abaissée au-dessous de la température de son ébullition de 100 degrés, comme la température 260° l'est au-dessous de la température d'ébullition du mercure; or c'est ce dont mes observations démontrent absolument la fausseté, d'après ce que j'ai déjà eu occasion de remarquer, et comme on pouvait s'y attendre; on a vû qu'à cette température 260° la tension de la vapeur du mercure est déjà de plus de 130 millimètres de mercure, et que conformément à ce résultat les constantes des formules empiriques que nous avons trouvées propres à représenter les tensions observées de la vapeur du mercure pour les différentes températures comptées de celle de l'ébullition du mercure même, présentent des valeurs très-différentes de celles des formules correspondantes pour la tension de la vapeur aqueuse; et telles que la diminution de tension de la vapeur du mercure, par un abaissement donné de la température au-dessous de celle de son ébullition, est beaucoup moindre que celle qui a lieu pour l'eau par un abaissement égal de température au-dessous de l'ébullition de celle-ci, ou, plus généralement, que les tensions de la vapeur croissent ou décroissent moins rapidement avec les accroissemens et les décroissemens de température pour le mercure que pour l'eau à partir de l'ébullition respective de ces liquides.

17. Je passe maintenant à examiner, par rapport à son appli-

qui donne

$$t^2 - 0,27444 \cdot t = -1,16766 ,$$

d'où $t - 0,13722 = \sqrt{-1,16766 + (0,13722)^2}$, quantité imaginaire. Les tensions de la vapeur du mercure doivent donc diminuer de plus en plus, d'après cette formule, par l'abaissement de la température, et devenir tout-à-fait insensibles, sans jamais être mathématiquement nulles.

Si par exemple on cherche, d'après notre formule, quelle doit être la tension de la vapeur de mercure à la température de la glace fondante, c'est-à-dire lorsque $t = 3,6$, on trouve $\log e = -9,95046$, qui répond à

$$e = 0^{atm},00000000011208 = 0^{mm}00000008518,$$

tension qu'on peut regarder comme physiquement nulle, puisqu'elle n'arrive pas même à un dix-millionième de millimètre de mercure.

L'observation de Faraday, que le mercure cesse d'émettre de la vapeur aux environs de la température de la glace fondante ne peut-être considérée comme contraire à ce résultat ; car on peut bien concevoir que les moyens délicats que ce chimiste a employés pour constater la présence de cette vapeur par son action sur les métaux aient pû la lui rendre sensible jusqu'à cette température, mais qu'au-de-là la vapeur parvenue à un tel degré de tensité, ait échappé même à ce genre d'observations. D'ailleurs on peut supposer aussi que la limite trouvée par Faraday, considérée même comme absolue, doive être attribuée à quelque raison physique indépendante de la loi des tensions de la vapeur, et qui à une basse température empêcherait brusquement la vapeur de se former, et de prendre ainsi même la petite tension, qui d'après la loi continue des tensions aurait pû avoir lieu encore dans la vapeur une fois formée. En un mot, l'observation de Faraday, et en général celles qui prouvent la présence de la vapeur à des températures assez basses, peuvent bien former une objection contre les formules qui donnent cette tension déjà nulle à des températures supérieures à celles auxquelles ces observations se rapportent,

comme nous l'avons vû pour la formule $e = (1 + at)^m$, mais non pas contre les formules, qui donnent cette tension réelle, quoique très-petite à des températures même inférieures à celles où la présence de la vapeur cesse de pouvoir être constatée par ces observations.

Si l'on cherche encore quelle serait d'après notre formule à trois coefficiens, la tension de la vapeur du mercure à 100°, ou à la température de l'eau bouillante, c'est-à-dire lorsque $t = 2,6$, on trouve log $e = -4,41019$, d'où $e = 0^{atm},00003889 = 0^{mm},02944$, c'est-à-dire moins de 3 centièmes de millimètres, tension qu'on peut bien considérer comme insensible dans toutes les expériences qu'on peut faire sur la force de la vapeur, ainsi que cela est généralement admis par la vapeur du mercure à cette température.

Notre formule, quoique purement empirique, est donc propre à représenter non seulement toutes les tensions de la vapeur du mercure observées, depuis 230° jusqu'à 360°, température de son ébullition, mais aussi toutes les observations connues sur l'existence et les effets sensibles de cette vapeur dans les températures moins élevées jusqu'à la température de la glace fondante. J'ai cru en conséquence pouvoir m'en servir, pour calculer à l'usage des physiciens une table des tensions de la vapeur du mercure, de 10 en 10 degrés de température, depuis la température 100°, au-dessus de laquelle elle commence à présenter des fractions de millimètre un peu sensibles, jusqu'à 360°, température de son ébullition sur le thermomètre à mercure; table qu'on trouvera à la suite de ce mémoire, et qu'on peut regarder comme le résultat final de l'ensemble de mes observations. Il est probable que la considération de la tension de cette vapeur pourra introduire quelque correction nécessaire dans certaines expériences faites sur d'autres points, et où on l'avait négligée jusqu'ici, faute de la connaître, quoique opérant à des températures où elle commence à être sensible.

Notre formule se trouverait sans doute en défaut pour représenter même approximativement les tensions de la vapeur du mer-

cure à des températures notablement supérieures à son ébullition, si elles venaient à être observées, et on ne pourrait y étendre cette forme de fonction, qu'en y faisant entrer un plus grand nombre de puissances de t, et par là de cofficiens à déterminer par les observations, ainsi qu'on l'a trouvé pour la formule analogue relativement à la tension de la vapeur aqueuse à des températures très-élevées au-dessus de celle de l'ébullition de l'eau ; mais rien n'indique que la connaissance de ces tensions de la vapeur du mercure à des températures supérieures à son ébullition puisse être dans ce moment de quelque utilité aux physiciens dans les différentes expériences, où l'on fait usage de ce métal liquide.

Quant à l'intervalle de température de 100° à 360° C que ma table comprend, on ne pourra sans doute compter sur les indications de cette table qu'à quelques millimètres près, quoique j'aie marqué les centièmes de millimètre, tels que les donne la formule calculée sur mes observations. Des expériences faites avec des appareils plus parfaits, et avec toute l'exactitude dont leur usage sera susceptible, pourront par la suite rendre ces indications plus précises, que cela n'a pû être obtenu dans une première recherche (1); mais je crois pouvoir me flatter que mes résultats représentent du moins, d'une manière assez approchée, les circonstances principales de la marche des tensions dont il s'agit, et dont on n'avait jusqu'ici aucune idée.

L'inspection de notre tableau montre que la tension de la vapeur du mercure ne s'élève à un millimètre entier de mercure qu'entre 130° et 140° C de température ; qu'elle ne monte à environ un dixième de la pression atmosphérique que vers la température 240°, à un quart à-peu-près de cette même pression entre 270° et 280°, à la moitié entre 310° et 320° et aux $\frac{3}{4}$ dans les environs de 240°, température qui n'est plus éloignée que de

---

(1) Dans ces expériences il serait aussi convenable de substituer à l'air renfermé, dans lequel se repand la vapeur du mercure, un gaz non susceptible de se combiner avec ce métal, tel que l'azote ou l'hydrogène, afin d'éviter la correction pour l'oxidation.

20 degrés de la température de l'ébullition du mercure, où elle soutient la pression atmosphérique entière.

Je n'ai point étendue la table aux températures comprises entre 100° et 0°; dans ces températures plus éloignées de celles auxquelles les observations se rapportent, et où la tension est si peu considérable, ma formule ne donne probablement que l'indication de l'ordre des quantités, sans qu'on puisse compter sur la précision des chiffres qui les expriment.

13. Dans notre formule ci-dessus nous avons pris une échelle entière de 100° pour l'unité des températures; si on voulait prendre pour unité le degré centésimal, en appellant t' les températures ainsi comptées, toujours en partant de l'ébullition du mercure, positivement en descendant, il n'y aurait qu'à faire $t = \frac{t'}{100}$, et la formule en t' deviendrait

$$\log e = -0,0064637.t' + 0,0000075956.t'^2 - 0,000\,0001845 2.t'^3.$$

Si de plus on voulait prendre pour unité des pressions le millimètre de mercure au lieu de la pression atmosphérique de 760mm, en désignant par e' la tension ainsi exprimée, on aurait $e = \frac{e'}{760}$, et $\log e = \log e' - \log 760$, en sorte que la formule deviendrait $\log e' = \log 760 - 0,0064637.t' + \text{etc.}$ Enfin si on voulait prendre pour unité des pressions le mètre même au lieu du millimètre, il n'y aurait qu'à mettre log 0,76 au lieu de log 760 dans cette formule.

Si maintenant on compare notre formule réduite à cette forme avec celle par laquelle M. Biot a représenté les observations de Dalton sur les tensions de la vapeur aqueuse, qui est, en se bornant, dans les coefficiens, à cinq chiffres significatifs,

$$\log e' = \log 0,76 - 0,015373.t' - 0,000067320.t'^2$$
$$+ 0,0000003374.t'^3,$$

on voit d'abord que le coefficient du terme en t' qui est le plus considérable, et qui détermine principalement la rapidité du décroissement de la force de la vapeur en descendant au-dessous de

la température de l'ébullition de chaque liquide, n'arrive pas même, par rapport à la vapeur du mercure, à la moitié de celui qui a lieu pour la vapeur de l'eau, ce qui annonce en général un décroissement moins rapide pour les tensions de la vapeur du mercure, que pour celles de la vapeur d'eau; comme cela doit-être, puisqu'à 0°, ou à 100° au-dessous de l'ébullition de l'eau, la tension de la vapeur aqueuse est déjà réduite à 5 millimètres, au lieu qu'à 100° au-dessous de l'ébullition du mercure, c'est-à-dire à la température 260°, la tension de la vapeur du mercure est encore, selon nos observations, de plus de 130^{mm}. On voit en outre que dans la formule pour la vapeur d'eau le terme en t'^2 est négatif comme celui en t', et tend avec lui à accélerer la marche du décroissement de la tension par l'abaissement de la température, et le terme en t'^3 positif ou tendant à retarder cette marche, tandis qu'au contraire dans notre formule pour la vapeur du mercure, c'est le terme en t'^2 qui est positif, ou tendant à retarder le décroissement, et le terme en t'^3 qui est négatif, ou coopérant avec le terme en t' à accélerer le décroissement de la tension; les coefficiens de ces deux termes en t'^2 et en t'^3 présentent d'ailleurs des rapports très-différens dans les deux formules, soit entre eux, soit avec le coefficient de t'.

14. Je remarquerai ici que connaissant la tension de la vapeur du mercure au maximum pour les différentes températures, on en pourra conclûre aisément la densité que cette vapeur ainsi portée au maximum de tension aura dans une unité connue, par exemple en prenant pour unité la densité de l'air à 0° sous la pression 0^m,76, pourvu qu'on connaisse la densité qui appartient à la vapeur du mercure en prenant pour unité celle de l'air sous une même température et pression; car si on désigne par m cette dernière densité de la vapeur du mercure, ce sera aussi celle que cette vapeur aurait à la température 0°, et à la pression 0^m,76 en prenant pour unité celle de l'air à cette même température et pression, dans la supposition qu'elle pût subsister à cette température et pression sans

se condenser en liquide ; et si T est la température qu'on considère, en degrés du thermomètre centigrade comptés de la glace fondante, et E la tension de la vapeur du mercure au maximum, qui y répond, selon notre formule, ou selon la table, en millimètres de mercure, la densité actuelle de cette vapeur portée au maximum, exprimée en prenant pour unité celle de l'air à 0° et à 0^m,76, sera $m.\frac{E}{760}.\frac{1}{1+0{,}00375.T}$. Ainsi si nous admettons que la densité de la vapeur du mercure en prenant pour unité celle de l'air, sous une température et pression commune, soit environ 7, comme cela résulterait des expériences de M. Dumas, la densité de cette vapeur au maximum à la température T sera $\frac{7E}{760(1+0{,}00375.T)}$. Nous avons vû, par exemple, que selon notre formule, à la température 100° C, la tension au maximum de la vapeur du mercure est environ 0,03 de millimètre; on aura donc la densité $\frac{0{,}21}{760.1{,}375}=0{,}0002$ à très-peu-près, c'est-à-dire que la densité de la vapeur du mercure, dans un air qui serait, comme on dit, saturé de vapeurs de mercure à cette température, serait 0,0002 de la densité de l'air à 0°, et sous la pression 0^m,76; et puisqu'un litre, ou décimètre cube d'air dans ces circonstances pèse 1^{gram},3, il y aura alors dans un espace d'un décimètre cube 0^{gr},00026, ou un quart de milligramme environ de vapeur de mercure en poids. De semblables calculs appliqués à des températures inférieures à 100°, par exemple à 20°, à 15°, en partant des très-petites tensions de la vapeur du mercure que la formule y indique, pourront donner en quelque manière la mesure du danger qu'il y aura à respirer de l'air exposé à la vapeur du mercure à ces différentes températures, dans des circonstances où cette vapeur pourra s'y élever à une tension plus ou moins approchante de son maximum, ou de la saturation de l'espace.

15. Dans tout ce qui précède nous avons cherché à exprimer

par notre formule à trois coefficiens les tensions au maximum de la vapeur du mercure, rapportées aux températures marquées par le thermomètre ordinaire à mercure, telles qu'elles sont données immédiatement par nos observations. On pourrait trouver la formule analogue, et avec des coefficiens un peu différens, qui conviendrait aux tensions rapportées aux températures prises sur le thermomètre à air corrigé de la dilatation du verre, en convertissant en degrés de ce thermomètre, d'après les expériences de Dulong et Petit les températures des observations dont nous nous sommes servis pour établir notre formule, et déterminant les coefficiens de la nouvelle formule d'après les équations fournies par les observations ainsi modifiées. Mais on peut aussi convertir notre formule déjà trouvée dans celle qui aurait lieu pour les températures indiquées par le thermomètre à air. Pour cela il faut d'abord exprimer les indications du thermomètre à mercure en fonction de celles correspondantes du thermomètre à air. M. August a remarqué dans un mémoire sur ce sujet (*Annalen der Physik und Chemie* 1828 n.° 5) que d'après les expériences de Dulong et Petit les différences 2^{des} dans la marche relative des deux thermomètres sont à-peu-près constantes, en sorte qu'on peut représenter la relation de leurs degrés par une fonction du 2^e degré; mais il a exprimé cette relation d'une manière un peu embarassée; pour l'établir de la manière la plus simple, nous observerons qu'en appelant t les degrés du thermomètre à mercure, et τ les degrés correspondans du thermomètre à air comptés les uns et les autres de la glace fondante, on aura, d'après la forme de fonction indiquée, $t=a+b\tau+c\tau^2$; mais il faut d'abord satisfaire à la condition que $t=0$ lorsque $\tau=0$, ce qui réduit l'expression à $t=b\tau+c\tau^2$. Il faut ensuite déterminer b et c par les conditions que $t=100$ lorsque $\tau=100$, et $t=360$ lorsque $\tau=350$, conditions dont l'une est imposée par la graduation même des deux thermomètres, et l'autre est donnée par la limite extrême des observations de Dulong et Petit. On a d'après cela les deux équations

$$100 = b.100 + c.10000$$
$$360 = b.350 + c(350)^2.$$

En les combinant on trouve $b = 0,9885714$, $c = 0,0001142867$, en sorte que la formule devient $t = 0,9885714.\tau + 0,0001142867.\tau^2$. On pourrait tirer de cette formule, celle qu'on doit avoir en comptant les températures de l'ébullition du mercure sur les deux thermomètres; mais il est plus commode de l'établir directement d'après ce que deviennent en ce cas les conditions ci-dessus; en désignant encore par t et τ les températures ainsi comptées, ces deux quantités doivent alors être toutes deux nulles à la température même de l'ébullition du mercure, ce qui annulle le terme tout constant, et réduit la formule à la forme $t = b\tau + c\tau^2$; en outre $t = 260$ lorsque $\tau = 250$, c'est-à-dire à la température de l'ébullition de l'eau, et $t = 360$ lorsque $\tau = 350$, c'est-à-dire à la température de la glace fondante. Ainsi on a les deux équations.

$$260 = b.250 + c(250)^2; \quad 360 = b.350 + c(350)^2;$$

en les combinant on trouve $b = 1,06851714$, $c = -0,0001142856$, en sorte que la formule devient $t = 1,0685714\tau - 0,0001142856.\tau^2$. Mais si on veut prendre par unité tant de t que de τ une échelle entière de 100 degrés, on aura $t = 1,0685714.\tau - 0,01142856.\tau^2$. Si maintenant on substitue cette valeur de t dans la formule

$$\log e = -0,64637.t + 0,075956.t^2 - 0,18452.t^3,$$

elle devient, en supprimant les puissances de τ supérieures à la 3.e,

$$\log e = -0,69069.\tau + 0,094117.\tau^2 - 0,22700.\tau^3.$$

Cette formule ne s'accorde pas tout-à-fait précisément avec celle en t, pour les indications des deux thermomètres qui répondent à une même température, à cause des puissances de τ qu'on a négligées dans la transformation; mais elle s'en écarte fort-peu, et on pourrait s'en servir pour calculer une table des tensions de la vapeur du mercure rapportées aux températures prises sur le thermomètre à air, analogue à celle que nous avons construite pour les températures indiquées par le thermomètre à mercure. On trouvera par exemple pour $\tau = 1$, c'est-à-dire pour la tempé-

rature 250° sur le thermomètre à air, $e = 0^{atm},15012 = 114^{mm},09$ tandis qu'à la température 250° sur le thermomètre ordinaire à mercure la tension de la vapeur du mercure, selon notre formule et notre table, n'est que de $103^{mm},78$.

16. Les deux formes de fonctions que nous avons employées dans ce qui précède, pour représenter nos observations, et les autres faits connus sur la tension de la vapeur du mercure à différentes températures, n'ont été considérées que comme des formes arbitraires plus ou moins propres à exprimer empiriquement ces résultats, par la détermination de leurs constantes. Mais la loi des tensions de la vapeur d'une substance telle que le mercure, qui diffère si fort de l'eau et des autres liquides plus volatils, de la tension des vapeurs desquels les physiciens s'étaient occupés jusqu'ici, paraît très-propre à servir d'épreuve à quelques idées théoriques qu'on a proposées sur la loi des tensions des vapeurs en général, et à quelques formules auxquelles elles ont servi, au moins en partie, de fondement, et qu'on avait trouvé se vérifier jusqu'à un certain point dans les liquides dont nous venons de parler; car si ces idées, et ces formules pouvaient s'étendre aussi au mercure, en les appliquant de la manière convenable à ce liquide, c'en serait là une confirmation très-satisfaisante; mais dans le cas contraire on pourra regarder comme purement accidentelle la conformité que la marche des tensions de la vapeur de l'eau, et de quelques autres liquides a présentée avec ces idées.

Nous allons nous occuper de la comparaison de nos résultats sur les tensions de la vapeur du mercure avec quelques unes de ces idées et de ces formules théoriques.

Et d'abord il se présente ici le principe que Dalton avait autre fois avancé, savoir que la tension au maximum des vapeurs des différens liquides est la même à des températures également distantes de leur température respective d'ébullition sous la pression atmosphérique, c'est-à-dire de la température où leur tension est égale à cette pression atmosphérique; ou en d'autres termes,

que la loi des tensions est la même pour tous les liquides, abstraction faite de la température absolue, à laquelle répond pour chacun d'eux une tension donnée. On a déjà remarqué que plusieurs liquides plus volatils que l'eau, et dont quelques-uns, comparés avec l'eau, avaient paru à Dalton suivre cette loi, ne s'y accordent que très-imparfaitement, et Dalton même parait en avoir reconnu l'inexactitude. Mais la discordance devient tout-à-fait évidente par rapport au mercure comparé avec l'eau; car si la loi dont il s'agit était exacte dans ces deux liquides, la tension de la vapeur du mercure ne devrait être que de 4 ou 5 millimètres à la température 260° *C* comme cela a lieu pour la vapeur d'eau à la température 0° qui est abaissée au-dessous de la température de son ébullition de 100 degrés, comme la température 260° l'est au-dessous de la température d'ébullition du mercure; or c'est ce dont mes observations démontrent absolument la fausseté, d'après ce que j'ai déjà eu occasion de remarquer, et comme on pouvait s'y attendre; on a vû qu'à cette température 260° la tension de la vapeur du mercure est déjà de plus de 130 millimètres de mercure, et que conformément à ce résultat les constantes des formules empiriques que nous avons trouvées propres à représenter les tensions observées de la vapeur du mercure pour les différentes températures comptées de celle de l'ébullition du mercure même, présentent des valeurs très-différentes de celles des formules correspondantes pour la tension de la vapeur aqueuse; et telles que la diminution de tension de la vapeur du mercure, par un abaissement donné de la température au-dessous de celle de son ébullition, est beaucoup moindre que celle qui a lieu pour l'eau par un abaissement égal de température au-dessous de l'ébullition de celle-ci, ou, plus généralement, que les tensions de la vapeur croissent ou décroissent moins rapidement avec les accroissemens, et les décroissemens de température pour le mercure que pour l'eau à partir de l'ébullition respective de ces liquides.

17. Je passe maintenant à examiner, par rapport à son appli-

cation à la vapeur du mercure, une forme de fonction fondée en tout ou en partie sur des principes théoriques, que M. August de Berlin, et M. Roche Professeur à Toulon, ont proposés, chacun de leur côté, et sans doute sans connaître le travail l'un de l'autre, pour représenter les tensions de la vapeur d'eau à différentes températures, le premier dans un mémoire publié dans les *Annales de Physique et de Chimie* de Poggendorff en Allemagne, année 1828, n.° 5, le second dans un mémoire présenté à l'Académie des Sciences de Paris dans la même année 1828. Les formules de ces deux auteurs pour cet objet sont en effet essentiellement les mêmes, quoique sous deux formes en apparence différentes, qui en avaient fait, ce semble, méconnaître l'identité réelle, même par les Commissaires de l'Académie des Sciences de Paris, dans leur Rapport sur les expériences à ce sujet, dont j'ai déjà parlé.

La forme sous laquelle M. August a présenté sa formule est $e = a\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{(\omega+n)t}{n(\omega+t)}}$; dans laquelle e désigne la tension de la vapeur aqueuse, t les degrés de température comptés de la glace fondante, n la température à laquelle a lieu l'ébullition dans l'échelle thermométrique que l'on emploie, ω le nombre de degrés au-dessous de la glace fondante auquel répond le zéro absolu de température d'après la loi de la dilatation des gaz, savoir la température à laquelle le volume d'un gaz sous pression constante, deviendrait nul par le refroidissement, d'après cette loi, a la force ou tension de la vapeur à la température de la glace fondante, b la pression barométrique à laquelle on rapporte l'ébullition de l'eau. Mais on peut généraliser cette formule dans son application, de manière que ω signifie le nombre de degrés au-dessous d'une température donnée quelconque, auquel se trouve le zéro absolu, n le nombre de degrés au-dessus de cette température, auquel a lieu l'ébullition, ou auquel la tension est égale à la pression de l'atmosphère, t les degrés de température comptés de la même température donnée,

a la tension de la vapeur à cette température donnée, et b toujours la pression barométrique à laquelle l'ébullition se rapporte. Et si au lieu de compter les degrés de température du point auquel répond la tension a, on veut les compter de la température de l'ébullition, il n'y a qu'à substituer $t'+n$ à t, t' étant la température ainsi comptée, en sorte que la formule devient

$$e = a\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{(\omega+n)(t'+n)}{n(\omega+t'+n)}},$$

ou simplement

$$e = a\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{\Omega(t'+n)}{n(\Omega+t')}},$$

en mettant Ω au lieu de $\omega+n$, en sorte que Ω soit le nombre de degrés dont le zéro absolu se trouve au-dessous de la température d'ébullition même. En prenant les logarithmes, on met cette formule sous la forme

$$\log e = \log a + \frac{\Omega(t'+n)}{n(\Omega+t')}(\log b - \log a);$$

et si pour plus de simplicité on exprime les tensions, en prenant pour unité la pression atmosphérique $0^m,76$, en sorte que $b=1$, elle se reduira à

$$\log e = \log a \left\{1 - \frac{\Omega(t'+n)}{n(\Omega+t')}\right\} = -\log a \,.\, \frac{\Omega-n}{n} \,.\, \frac{t'}{\Omega+t'},$$

et pourra être représenté simplement par

$$\log e = A \,.\, \frac{t'}{\Omega+t'}, \text{ en faisant } A = -\log a \,.\, \frac{\Omega-n}{n},$$

ou ce qui revient au même A étant une constante qu'on détermine par l'observation de la valeur de e répondant à la température $t'=-n$, qui est le nombre quelconque au-dessous de la température de l'ébullition, auquel cette valeur est a; puisqu'en effet on aura par là $\log a = -A \,.\, \frac{n}{\Omega-n}$, d'où l'on tire la valeur de A indiquée.

D'après la dilatation des gaz de 0,00375 du volume qu'ils ont à la température de la glace fondante, pour chaque degré centésimal de variation de température, le zéro absolu de température ici supposé est placé, comme on sait, à $\frac{1}{0,00375}$ ou 266 $\frac{2}{3}$ degrés au-dessous de la température de la glace fondante. En conséquence pour l'eau, dont le point d'ébullition est élevé de 100 degrés au-dessus de la glace fondante, on aura

$$\Omega = 366,67 = \frac{1}{0,00375} + 100 = \frac{1,375}{0,00375};$$

ainsi la formule ci-dessus, en supprimant en outre l'accent de t, devient pour la vapeur aqueuse,

$$\log e = A . \frac{t}{366,67 + t} = A . \frac{0,00375 . t}{1,375 + 0,00375 . t},$$

dans laquelle il n'y a plus qu'à déterminer A par une seule observation de tension de la vapeur aqueuse.

Cette forme à laquelle nous avons ramené la formule de M. August revient essentiellement à celle que M. Roche a donnée à la sienne, qui est, en continuant à désigner la tension de la vapeur par e, et la température comptée de l'ébullition par t,

$$\log e = N . \frac{11 . t}{11 + 0,03 . t};$$

en effet celleci est la même chose que

$$\log e = N . \frac{\frac{11}{8} . t}{\frac{11}{8} + \frac{3}{800} . t} = N . \frac{\left(1 + \frac{3}{8}\right) t}{1 + \frac{3}{8} + \frac{3}{800} . t} = N . \frac{1,375 . t}{1,375 + 0,00375 . t}$$

$$= N . 366,67 . \frac{0,00375 . t}{1,375 + 0,00375 . t},$$

ou simplement $\log e = A . \frac{0,00375 . t}{1,375 + 0,00375 . t}$, en faisant

$$N . 366,67 = A.$$

Le principe fondamental que M. August et M. Roche ont donné l'un et l'autre à cette formule, est que la tension de la vapeur doit devenir nulle au point qu'on regarde comme le zéro absolu de température, savoir à $\frac{1}{0{,}00375}$ ou $266\frac{2}{3}$ degrés sous la glace fondante, ce qu'en effet il semble assez naturel de supposer; car puisque les gaz permanens mêmes ne doivent plus à cette température exercer aucune force élastique, aucune portion d'un liquide ne doit pouvoir s'y gazéfier. La forme de fonction que ces physiciens ont admise satisfait à cette condition, puisqu'en faisant dans la formule générale $t = -\Omega$, ou dans celle pour la vapeur aqueuse, $t = -366{,}67 = -\frac{1{,}375}{0{,}00375}$, qui est le nombre de degrés dont ce zéro absolu est au-dessous de la température d'ébullition, on obtient $\log e = -A \cdot \frac{\Omega}{0} = -\infty$, et par conséquent $e = 0$; et si des formules empiriques qui ne satisfont pas mathématiquement à cette même condition, représentent d'ailleurs assez bien les observations sur la tension de la vapeur des liquides, on peut supposer que ce n'est qu'autant qu'elles donnent à la tension de la vapeur en ce point une valeur si petite, qu'on peut la considérer comme physiquement nulle.

Mais on aurait pû imaginer une infinité de formes de fonction différentes de celles de la formule de MM. August et Roche, qui auraient aussi satisfait rigoureusement à cette condition; en sorte que sous ce point de vue la formule dont il s'agit pourrait être considérée comme donnée par la forme de fonction entiérement arbitraire $\log e = \frac{\alpha t}{\beta + \gamma t}$, qu'on peut reduire, sans en diminuer la généralité, à

$$\log e = \frac{\frac{\alpha}{\gamma} t}{\frac{\beta}{\gamma} + t} = \frac{A t}{B + t},$$

et dans laquelle on eût ensuite déterminé B par la condition que $B+t=0$ lorsque $t=-\Omega$, ce qui donne aussitôt $B=\Omega$.

M. August ne parait avoir cherché à donner aucun fondement théorique particulier à la forme qu'il a choisie ; M. Roche au contraire a cherché à prouver par des raisonnemens physiques, que cette forme est celle qui doit avoir lieu en effet par la nature des forces qui président à la loi dont il s'agit. Les Commissaires de l'Académie de Paris, dans le rapport cité, ne croient pas que les raisonnemens de M. Roche puissent obtenir l'assentiment des physiciens, quoiqu'ils aient trouvé que la formule de M. Roche satisfait très-bien à leurs propres observations sur la marche des tensions de la vapeur aqueuse. Ce serait trop m'éloigner de l'objet de ce mémoire, que de chercher ici à discuter ces raisonnemens ; ce que je crois pouvoir dire, c'est qu'ils ne me paraissent pas avoir été exposés bien clairement par l'auteur même, du moins à en juger, par ce qu'il en a dit dans un article publié dans le *Bulletin universel* de M. Ferussac, mars 1830 ; car je n'ai pas vû le mémoire original présenté à l'Académie de Paris, lequel, je crois, n'a pas même été publié jusqu'à présent.

18. Mais si les principes sur lesquels cette formule est fondée, sont justes, ils doivent également se vérifier pour les tensions de la vapeur du mercure, en les y appliquant convenablement, et la formule qui en résultera devra satisfaire aux observations sur les tensions de cette vapeur, aussi bien que cela a lieu pour les tensions de la vapeur aqueuse. Pour en faire l'essai, il n'y a qu'à mettre dans la formule générale, $\log e = A \cdot \frac{t}{\Omega + t}$, la valeur de Ω qui convient au mercure, en comptant les températures t de la température de l'ébullition de ce liquide, savoir de 360° C; cette valeur est $\Omega = 266{,}67 + 360 = 626{,}67$. On aura ainsi la formule $\log e = A \cdot \frac{t}{626{,}67 + t}$, t étant les degrés centésimaux comptés de l'ébullition du mercure, positivement en montant, et négative-

ment en descendant, et l'unité des tensions e étant la pression atmosphérique.

Pour déterminer la constante A nous nous servirons de notre observation relative à 260°, savoir à 100° au-dessous de l'ébullition du mercure, ou à $t = -100$. Nous avons trouvé à cette température $\log e = -0,7549317$; on aura donc l'équation

$$-0,75493 = -A \cdot \frac{100}{526,67},$$

d'où l'on tire $A = 3,976$; ainsi la formule devient

$$\log e = \frac{3,976 \cdot t}{626,67 + t}.$$

Si cette formule ainsi déterminée par l'observation relative à une température qui tient le milieu entre nos observations extrêmes est exacte, elle doit satisfaire à-peu-près à ces observations extrêmes, savoir à celles relatives à 230° et à 290°, pour lesquelles $t = -130$, et $t = -70$. Or à la première de ces températures la formule donne $\log e = -1,040691$, d'où $e = 0^{atm},091056 = 69^{mm},20$; l'observation n'a donné que $58^{mm},01$. A la température 290° la formule donne $\log e = -0,49997$, d'où $e = 0^{atm},31625 = 240^{mm},35$, tandis que l'observation a donné $252^{mm},51$. On voit donc que la formule, avec le coefficient déterminé par l'observation à 260°, donne les tensions aux températures inférieures à celle-là, plus grandes que celles observées, et les tensions aux températures supérieures moindres que celles observées; ce sont à-peu-près les mêmes écarts, et dans le même sens que ceux que nous a présentés plus haut la formule $e = (1 + at)^m$ assujettie à satisfaire à la limite de l'évaporation du mercure observée par Faraday; ainsi la formule théorique de MM. August et Roche appliquée au mercure donne aux tensions de la vapeur, comme celle-là, dans l'intervalle auquel mes observations s'étendent, une marche moins rapide relativement aux accroissemens de température, que les observations ne l'indiquent. Cette épreuve n'est donc pas favorable aux principes que M. Roche a cru pouvoir servir de base à cette formule, et à moins

qu'on ne regarde mes observations comme affectées d'une erreur progressive, qui donnerait aux tensions de la vapeur du mercure une marche plus rapidement croissante qu'elle ne l'est réellement, cette formule ne saurait être admise.

Je dois noter ici qu'à la rigueur le calcul ci-dessus aurait dû être fait sur les tensions rapportées aux températures indiquées par le thermomètre à air, puisque c'est ce thermomètre qu'on regarde comme la vraie mesure des températures selon les principes sur lesquels on a fondé la formule; mais je remarquerai encore, comme pour la formule $e=(1+at)^m$, que cette substitution des températures du thermomètre à air, à celles du thermomètre à mercure ordinaire, ne ferait qu'accroitre la discordance entre les observations et la formule, d'après le sens des écarts que nous avons indiqués.

Il me parait probable d'après cela, que cette formule n'a réellement aucun avantage sur toute autre formule tendante à représenter les tensions dont il s'agit d'une manière empirique, et qui n'aurait, comme elle, qu'une seule constante à déterminer par les observations. Elle est dans le même cas que la formule $e=(1+at)^m$ assujettie à l'observation de Faraday, condition qui déterminant une des deux constantes qu'elle contient, d'une manière indépendante des autres observations, la réduit dès lors à une seule constante à déterminer par celles-ci. On a vû qu'en déterminant les deux constantes a et m de cette même formule par les observations mêmes, on pouvait satisfaire à nos observations autant que les irrégularités accidentelles dont elles sont nécessairement affectées, peuvent le permettre; mais alors on ne satisfait plus à l'observation de Faraday, ou en général à celles qui prouvent que le mercure émet de la vapeur à toutes les températures un peu supérieures à celle de la glace fondante. Ce n'est qu'en employant une formule à trois constantes, comme celle analogue à la formule de M. Biot pour la vapeur aqueuse, qu'on peut satisfaire à la fois à ces observations, et à toutes les circonstances

connues de la tension de la vapeur du mercure entre 0° et 360°; et c'est ainsi à des formules purement empiriques qu'il faudra s'en tenir pour le moment pour représenter les tensions des vapeurs des liquides à différentes températures, faute de connaissances théoriques suffisantes pour en déterminer la loi *a priori*.

19. Je finirai ce mémoire par un autre exemple d'idées théoriques employées pour la détermination de la loi des tensions des vapeurs, et qui ne se soutiennent pas plus que les formules dont je viens de parler, à l'épreuve de leur application à la vapeur du mercure. Cet exemple me sera fourni par la forme de fonction par laquelle j'ai cru autrefois moi même (*Giornale di Fisica* etc. *di Pavia*, 3.e bimestre de 1819) pouvoir représenter la loi des tensions de la vapeur aqueuse, en la liant avec une formule que j'avais proposé antérieurement pour la loi de la dilatation de l'eau. Si les principes théoriques sur lesquels j'avais fondé cette liaison, et que j'ai exposés dans le mémoire cité, étaient réels, une forme de fonction semblable devrait aussi s'appliquer à la loi des tensions de la vapeur du mercure, en donnant seulement les valeurs convenables aux constantes qu'elle renferme. La forme de fonction dont il s'agit, en appelant e la force élastique ou tension de la vapeur, et t la température, est

$$\log e = \log E + a \{ \sqrt{t + b^2} - b \},$$

E étant la tension correspondante à la température d'où l'on compte les t, et a, b deux constantes à déterminer par les observations. Si l'on part de la température de l'ébullition du liquide, et qu'on prenne pour l'unité de pression la pression atmosphérique, on a $\log E = \log 1 = 0$, et la formule se reduit à

$$\log e = a \{ \sqrt{t + b^2} - b \}.$$

D'après cette forme de fonction si l'on a deux tensions de la vapeur observées g, h, répondantes à deux températures p, q, comptées du point de l'ébullition, on aura pour déterminer a, et b, comme on peut voir dans le mémoire cité, les deux expressions

$$a = \sqrt{\frac{(\log g - \log h) . \log h . \log g}{\log h . p - \log g . q}}\ .$$

$$b^2 = \frac{\{ \log^2 g . q - \log^2 h . p \}^2}{4 (\log g - \log h) . \log g . \log h . \{ \log h . p - \log g . q \}}.$$

Cela posé, si pour appliquer la forme de fonction dont il s'agit, aux tensions de la vapeur du mercure, nous déterminons les constantes a et b par les observations répondantes aux températures extrèmes dans notre série d'observations, 230° et 290°, pour lesquelles $p = -130$, $q = -70$, et selon nos observations $\log g = -1{,}1173$, $\log h = -0{,}4785$, en négligeant les chiffres ultérieurs, nous trouverons, en substituant ces valeurs dans les expressions que nous venons d'indiquer, $a = 0{,}14607$, $b^2 = 151{,}832$, et par là $b = 12{,}322$, et la formule pour la tension de la vapeur du mercure devient ainsi

$$\log e = \{ \sqrt{t + 151{,}832} - 12{,}322 \} . 0{,}14607\ ,$$

et en effet on trouve que cette équation satisfait exactement aux deux observations sur lesquelles elle est fondée. Et si par cette formule on calcule maintenant la tension qui doit répondre à la température 260° intermédiaire entre ces deux là, et où $t = -100$, on trouvera

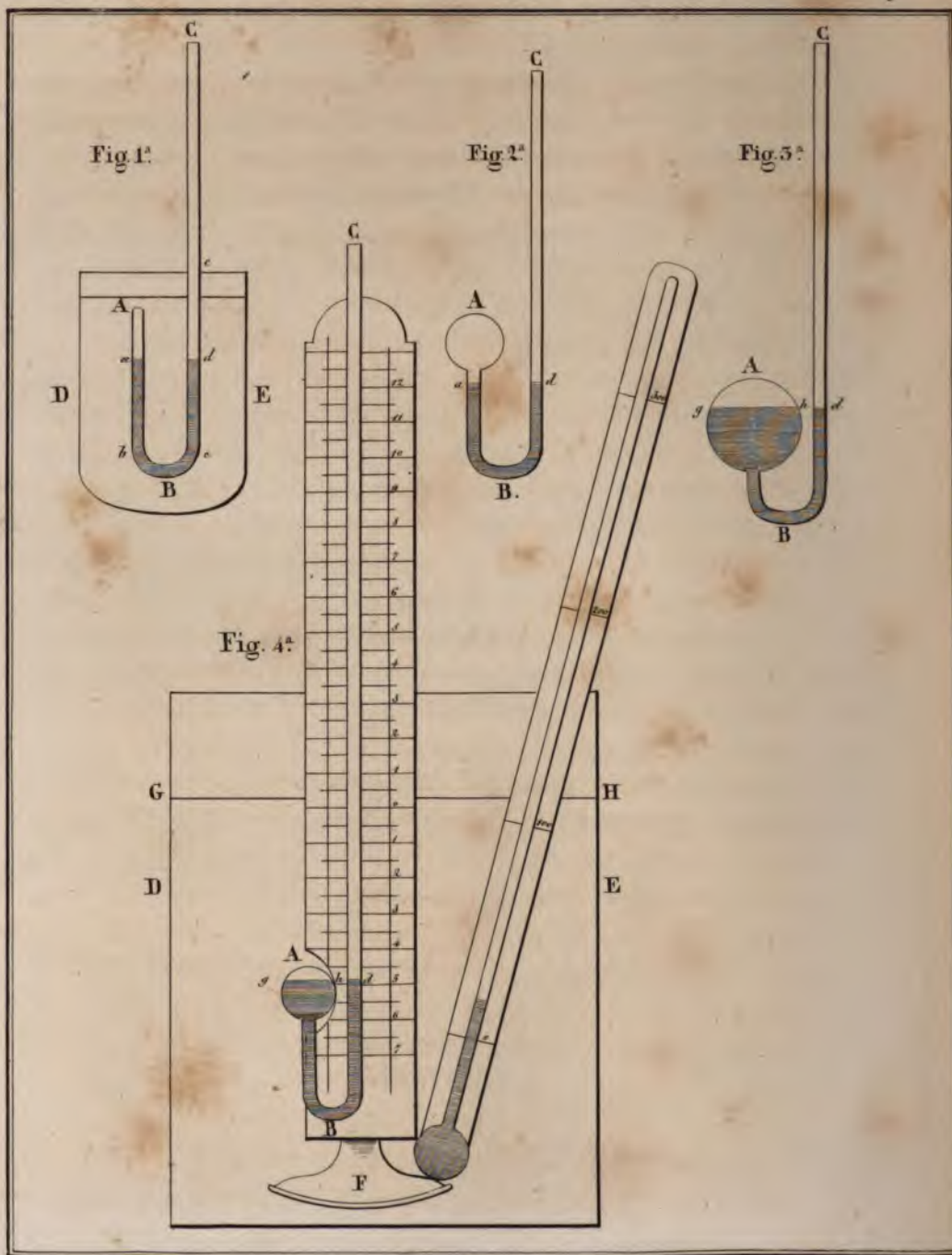
$$\log e = \{ \sqrt{51{,}832} - 12{,}322 \} \ 0{,}14607 = -0{,}74826\ ,$$

d'où $$e = 0^{atm}{,}17854 = 135^{mm}{,}70.$$

L'observation a donné $133^{mm},62$ qui n'en diffère que de 2 millimètres environ, et on ne peut douter que notre formule ne satisfasse aussi approximativement à toutes les autres observations intermédiaires, à-peu-près comme le ferait toute autre formule empirique à deux constantes arbitraires, qu'on déterminerait par les deux observations extrèmes. Cependant cette formule est inadmissible, d'après les faits connus relativement aux tensions de la vapeur du mercure à des températures inférieures; car d'après sa forme, l'expression de cette tension deviendrait imaginaire pour toute valeur négative de t plus grande que 151, 832, laquelle rendrait négative la quantité sous le signe radical, c'est-à-dire pour

toute température plus basse que ce nombre de degrés au-dessous de l'ébullition du mercure, ou pour toute température inférieure à 208 C environ, et à cette température qui serait la limite de l'existence de la vapeur du mercure, sa tension se trouverait donnée par $\log e = 12{,}322 . 0{,}14607 = -1{,}80007$, d'où $e = 0^{atm}{,}01585 = 12^{mm}{,}05$, c'est-à-dire cette tension serait encore de 12 millimètres environ de mercure. Cette reduction de la tension de la vapeur à l'imaginaire avait aussi lieu dans l'application de cette forme de formule à la vapeur de l'eau, dont je m'étais occupé dans le mémoire cité; mais à cause de l'élévation beaucoup moins grande de la température de l'ébullition de l'eau, cette circonstance n'était indiquée par la formule qu'à une température très-basse au-dessous de celle de la glace fondante, et à laquelle l'eau ne peut jamais arriver sans se congéler, et peut-être sans cesser d'émettre de la vapeur, en sorte qu'on pouvait la regarder comme une conséquence mathématique de la loi de la tension, laquelle n'aurait jamais pû avoir d'application physique. Dans le mercure au contraire cette circonstance vient à répondre, comme on a vû, à une température très-élevée, et où l'observation la contredit évidemment. Ainsi l'absurdité qui résulte de l'extension de la forme de formule dont il s'agit au mercure, montre que les idées théoriques, d'après lesquelles je l'avais proposée pour l'eau, ou n'étaient pas fondées, ou doivent subir quelque modification essentielle dans leur application au mercure.

Fig. 1a
Fig. 2a
Fig. 3a
Fig. 4a
A
B
C
D
E
F
G
H

TABLE

Des forces élastiques ou maximum de tension de la vapeur du mercure de 10 en 10 dégrés C de température, depuis 100° jusqu'à 360° selon les observations rapportées dans le Mémoire, et la formule empirique qui les représente.

Températures.	Tensions de la vapeur du mercure	
	En prenant pour unité la pression atmosph. 0m,76.	En millimètres de mercure.
100° *C*	0,00004	0,03
110	0,00009	0,07
120	0,00022	0,16
130	0,00047	0,35
140	0,00096	0,73
150	0,00188	1,43
160	0,00343	2,61
170	0,00603	4,58
180	0,01015	7,71
190	0,01638	12,45
200	0,02539	19,30
210	0,03790	28,80
220	0,05466	41,54
230	0,07633	58,01
240	0,10349	78,65
250	0,13655	103,78
260	0,17582	133,62
270	0,22145	168,30
280	0,27355	207,90
290	0,33225	252,51
300	0,39780	302,33
310	0,47073	357,75
320	0,55181	419,38
330	0,64261	488,38
340	0,74523	566,37
350	0,86286	655,77
360	1,00000	760,00

MEMORIA

PER SERVIRE ALLA STORIA NATURALE

DI UNA SPECIE DI CECIDOMIA CHE VIVE SUGLI IPERICI

DEL PROFESSORE GIUSEPPE GENÈ

Letta nell'adunanza del 29 gennajo 1832.

Il genere *Cecidomya* instituito da Latreille, or sono circa venti anni (1), per ricevervi la *Tipula del ginepro* di Linneo e di Degeer, contiene nello stato attuale della scienza circa ventiquattro specie di dipteri, diecisette delle quali trovansi descritte nella classica opera di Meigen (2), e sei da Vallot (3). Io sono d'avviso che pochi insetti meritino al par di questi l'attenzione del naturalista. La storia loro si ravvicina moltissimo a quella dei Cinipi, e come essi hanno la singolare facoltà di eccitare sui vegetabili mostruosità svariate, la di cui formazione comunque possa talvolta apparire men difficile a concepirsi di quella delle vere Galle, non lascia

(1) Considerations générales sur l'ordre naturel des Crustacès et des Insectes.
(2) Klassification und Beschreibung der zweiflügligen insecten, I. p. 93.
(3) V. Bulletin des Sciences Naturelles et de Géologie par M. de Ferrussac, tom. 15. p. 318.

però di essere, siccome opera di sì piccoli e deboli moscerini, oggetto di altissima meraviglia.

A due categorie principali possonsi ridurre le mostruosità cagionate dalle Cecidomie nel regno vegetabile. Alcune consistono semplicemente in una alterazione, più sovente in eccesso, di certi particolari organi della pianta, quali sono le foglie, gli steli, i pistilli, ecc.: altre, e sono in minor numero, possonsi chiamare produzioni affatto estranee alla pianta considerata nello stato normale, non dissimili in ciò dalle vere Galle, che, dipendenti dal vegetabile sul quale si trovano, non ne sono però porzione naturale e necessaria.

Gli autori, con una appellazione che sente un po' troppo del generale, chiamarono *Galle* ambedue queste sorta di mostruosità, identificandole per la somiglianza dell'origine, e talvolta delle forme, alle vere galle prodotte dai Cinipi.

La specie di Cecidomia che io intendo descrivere vive sull'*Hypericum perforatum* e sull'*humifusum*, pianticelle, come ognun sa, ovvie, anzi volgarissime nei terreni incolti, aridi e sabbionosi. La mostruosità da essa eccitata sugli indicati vegetabili appartiene alla prima categoria da me or ora stabilita, e non esito a dirla una delle più belle e sorprendenti fra le curiosità naturali di analogo genere che sonosi finora osservate. Meglio che una Galla essa può dirsi una capsuletta, avente il volume di un cece all'incirca, di figura conico-sferica, un po' ristretta e acuminata all'apice, impiantata per la base mediante un cortissimo e quasi non visibile picciuolo nelle ascelle od in capo ai rami dell'iperico. La tavola che unisco alla presente Memoria, tratta dal vero colla più scrupolosa esattezza, varrà più che ogni prolissa descrizione a darne una chiara e giusta idea (V. tav. XIII di questo vol.). Vedesi in essa, in dimensioni poco meno delle naturali, un ramo dell'*Hypericum perforatum* portante otto esemplari, segnati *a, a, a, a,* ecc., di codesta produzione. — A chi la osserva per la prima volta in natura, senza trattarla fra le mani, apparisce siccome fatta d'un

solo pezzo, ma in realtà trovasi essere composta di due valve che altro non sono se non se due foglie della pianta istessa, per ragioni che verrò più tardi esponendo, stranamente ingrossate, molto concave nella parte loro interna ed esattamente applicate l'una contro l'altra per tutto l'ambito dei bordi. La concavità delle predette valve, che non chiamerò foglie non compiendone veramente in tale stato gli offizi, determina una cameretta interna, nella quale vive, cresce e si trasforma la Cecidomia.

La larva del Diptero, produttore e padrone di sì curioso albergo, oltrepassa di poco in lunghezza i due millimetri all'epoca del suo maggiore accrescimento: la sua forma è cilindrica, allungata, un po' rigonfia verso la parte anteriore, assottigliata verso la posteriore, divisa in tredici anelli compresavi la testa, e soprattutto cospicua per un bellissimo colore rosso-ranciato sì esterno che interno; colore che è proprio di tutte le larve delle Cecidomie che io ebbi finora occasione di osservare. — La piccolezza della larva e la sua mollezza non mi permisero, comunque usassi di buone lenti, di conoscerne con precisione la struttura della bocca od a meglio dire del succhiatojo; mi parve soltanto di ravvisarlo formato esteriormente a modo di piccolo tubercolo carnoso, retrattile ... manca di piedi siccome le altre larve dell'ordine, e ciò non impertanto trovasi quasi sempre stanziare sull'una o l'altra delle pareti della capsuletta (vedi fig. 2.), sia che a questo movimento d'ascesa giovino certi minutissimi bitorzoletti carnosi che parvemi di osservare alla parte sua inferiore, o sia piuttosto che a ciò serva un certo umor viscido e appiccaticcio di cui l'animaletto è spalmato tenendolo fisso alle pareti quantunque verticali, e mantenendovelo anche allorquando, facendo forza cogli anelli estremi del corpo, egli si spinge da un punto all'altro delle pareti istesse.

Queste larve sono di rado solitarie: più sovente se ne riscontrano due, tre, quattro, cinque e ben anche sei nella medesima capsula. Non sempre però gli abitatori di essa sono Cecidomie: assai volte trovasi con esse confusa la larva di un minuto imenoptero della tribù delle Calciditi, la quale, giusta il proprio istinto,

que' suoi compagni d'alloggio consuma e distrugge. Distinguesi quest'ospite straniero pel colore assai più sbiadato, per la statura sensibilmente maggiore e per la tinta affatto oscura che assume poco dopo esser passato allo stato di ninfa, laddove le Cecidomie continuano a ritenere anche in tale periodo di vita il lor colore rosso-ranciato, ad eccezione soltanto di que' due o tre giorni che precedono la trasformazione loro in insetti perfetti, nei quali giorni le parti anteriori, ma più specialmente le ali, si fanno via più oscure e finiscono per diventar quasi affatto nere.

La ninfa di questa nostra Cecidomia è molto somigliante per la forma a quella della specie descritta da Degeer nel volume 6.°, pag. 404 e seg., delle sue celebri Memorie, ed ivi rappresentata alla tavola 25, fig. 13. — È di figura ovale e porta alla testa due punte coniche, diritte, a maniera di corna. La lunghezza di queste appendici, risguardate dall'osservatore Svezzese siccome organi di respirazione, varia considerabilmente da individuo a individuo, avendovene alcuni che le hanno lunghe pressochè quanto la terza parte del torace, ed altri nei quali sono a mala pena discernibili. Io non ebbi opportunità di chiarirmi se la diversità di proporzione di questi organi accenni differenza di sesso, o se sia meramente accidentale...

Queste ninfe, non altrimenti di quelle state osservate da Degeer, hanno bisogno per vivere non solamente di rimaner chiuse nei loro alberghi, ma vuolsi eziandio che questi conservinsi freschi, vegetanti e capaci perciò di fornire esalazioni che le umetti e le rinfreschi. Le ninfe di tutte le capsule strappate alla pianta e tenute a secco vi morirono e si diseccarono costantemente senza arrivare allo stato d'insetto alato. Per essere testimonj di quest'ultima loro trasformazione convien mantenere in una boccetta piena d'acqua, ovveramente far vegetare in apposito vasetto la pianticella dell'iperico. Veggonsi allora, a tempo debito, uscire le Cecidomie dichiarate, lasciando impegnata tra una valva e l'altra di quel loro albergo la spoglia della ninfa che abbandonano: giacchè egli è ap-

punto coll'obbligare codeste valve a discostarsi l'una dall'altra che se ne procurano agevolmente l'uscita.

Codeste piccole tipularie rivestite delle loro ultime forme non sono più lunghe di quattro millimetri, ed hanno le antenne di diversa forma secondo il sesso. Nei maschi sono composte di articolazioni cilindriche, guernite di molti peli assai lunghi e poste a qualche distanza le une dalle altre; nelle femine in vece le articolazioni sono assai più ravvicinate e congiunte apice ad apice in modo da non lasciare che un leggerissimo intervallo fra loro; i peli vi sono altresì molto più rari e corti. — Il capo e il torace sono lisci, lucenti, sparsi di poca peluria: le ali, uniformemente cenerine, vellose su tutta la superficie, con una frangia di peli più lunghi ai margini, percorse da tre sole nervature e fortemente ristrette alla base, si addossano orizzontalmente l'una all'altra e ricuoprono nello stato di tranquillità tutta la parte superiore dell' addome. Questo è sottile nel maschio, di grossezza quasi eguale in tutta la sua lunghezza e fornito all'estremità da uncini e da laminette probabilmente destinate a ritenere la femina durante l'accoppiamento: negli individui di quest'altro sesso l'addome è molto più rigonfio, assottigliato verso la estremità e terminato da due sorta di tubi allongati e cilindrici che sortono e rientrano l'uno nell'altro come i pezzi d'un cannocchiale, ed il cui offizio non può che riferirsi alla deposizione delle uova — I piedi poi sono lunghi quanto il corpo, semplici, pelosi, con cinque articoli a ciascun tarso, il primo corto, il secondo lunghissimo, gli altri brevi quasi eguali: la lunghezza del tarso sorpassa quella delle tibie ed è terminato da uncini.

Al primo apparire sotto le forme perfette queste Cecidomie sono interamente di colore sanguigno, eccettuatene le ali: a poco a poco però le parti vanno prendendo una tinta bruna, finchè, dopo uno spazio di tempo più o men considerevole secondo la temperatura dell'ambiente, trovansi affatto nere, eccettuato l'addome delle femine che conserva quel primitivo colore, interrotto però da mac-

forsechè siffatta forma e posizione vien determinata e mantenuta dalla presenza stessa e dall'azione delle larve, giacchè egli è un fatto assai rimarchevole, che poco dopo usciti gli insetti perfetti, la capsuletta si apre, e non di rado le sue valve diminuiscono di spessore, si allungano, e riprendono a poco a poco la forma e gli altri caratteri delle foglie normali...

Trovansi queste capsulette in ogni tempo dell'anno, ma più specialmente in primavera ed autunno. Le riscontrai soltanto sull'*Hypericum perforatum* e sull'*humifusum*, ma è assai probabile che si producano anche sulle altre specie men comuni di questo genere. Molti anni sono, prima che mi procurassi quel tanto di erudizione botanica che poscia riconobbi essenzialmente necessario a chi vuol istudiare con profitto proprio e d'altrui il ramo di zoologia che riguarda gl'insetti, io aveva creduto che esse fossero niente meno che una parte affatto naturale degli iperici accennati, e propriamente i semi di essi, tanta era la regolarità, la costanza di forma e dirò anche la copia loro su quelle due sorta di piante per avventura oltremodo moltiplicate nei luoghi ove in allora mi trovava. Non tardai poscia ad accorgermi di ciò che erano in fatto; ma comunque ciò sia piacemi d'aver accennato questo mio errore, perchè so essere stato anche d'altri, e perchè lo considero con molta probabilità siccome l'unica cagione per cui le suddette produzioni non divennero assai tempo prima oggetto d'esame per coloro cui spettano siffatte ricerche.

Accad. R.le delle Sc. di Torino. Class. di Sc. fis. e mat. Tom. 36. Tav. XIII. pag. 294.

SAGGIO CHIMICO-MEDICO

SULLA PRESENZA SIMULTANEA DEL PRUSSIATO DI FERRO, E D'UNA MATERIA ZUCCHERINA IN UNA PARTICOLARE VARIETÀ D'ORINA UMANA

DEL MEDICO COLLEGIATO

G. LORENZO CANTÙ

PROFESSORE STRAORDINARIO DI CHIMICA GENERALE APPLICATA ALLE ARTI

NELLA R. UNIVERSITA'

Letto il 27 dicembre 1831.

La presenza dell'acido prussico nell'orina umana, elaborata sotto morbosa condizione dell'economia animale, venne già annunciata dal chiarissimo Brugnatelli, son quarant'anni e più; ed i signori Moyon, e Julia-Fontenelle v'hanno dimostrato, pochi anni sono, quella del prussiato di ferro. Nessuno però, almeno per quanto mi sia noto, vi dimostrò sinora la simultanea presenza del prussiato di ferro, e della materia zuccherina.

La conoscenza di questo fatto singolarissimo potendo divenire feconda di nuove osservazioni, e d'ulteriori indagini per parte dei Medici, e dei Chimici; ed influire per tal modo sui progressi della teoria, e della pratica della scienza medica, mi pare di veder in essa un argomento non indegno dell'attenzione di questa Real Accademia. Ond'è ch'io mi reco a premura di farle conoscere in succinto gli sperimenti che ho instituito su questo soggetto, i risul-

tamenti che ho ottenuto, ed i corollarj che mi pare lecito di dedurre nell'interesse della scienza.

L'orina, di cui si tratta, m'è stata rimessa dal chiarissimo Dottore Prefetto Berrutti, membro del Collegio di Medicina. Dalle notizie ch'egli si compiacque comunicarmi, la medesima proviene da una ragazza di circa ott'anni, la quale non si lagnava d'alcun notabile incommodo di salute, ad eccezione di qualche leggero dolore colico, che si faceva talvolta sentire alla regione epigastrica, poco prima che si eccitassero la volontà ed il bisogno di orinare. E giova qui notare, che la medesima non era in quel tempo assoggettata ad alcun regime medico, e non faceva uso che di bevande e d'alimenti famigliari e comuni. Perciocchè egli è dalla sola straordinaria circostanza del colore azzurro di questo liquore, che si eccitò l'attenzione dei parenti, e che vennero dessi indotti a consultare il Medico su tale strano emergente, da cui non senza ragione si temeva qualche sinistro avvenire.

Quest'orina, tosto evacuata, era di color ceruleo, analogo a quello della dissoluzione d'indaco nell'acido solforico, allungata nell'acqua, almeno tale era il colore dell'orina della notte, men intenso essendo il colore di quella del giorno, la quale tendeva leggermente al verde, appunto perchè più acquosa, e meno ricca di prussiato di ferro, da cui, come vedremo fra breve, dipendeva il suo color azzurro.

Esaminando attentamente il suo odore ed il suo sapore, appena vi si potevano riconoscere quelli che son proprj e caratteristici dell'orina comune; ma, in vece, vi si riconoscevano un odore analogo a quello del sciloppo di zucchero, ed un sapore decisamente dolcigno, consimile a quello dell'orina del *Diabete melato*.

Una parte di quest'orina, posta in un vaso di vetro aperto, e così abbandonata all'azione dell'aria, in un ambiente, la di cui temperatura si manteneva dai 13 ai 18 gradi del termometro reaumuriano, dopo lo spazio di 10 o 12 ore cominciò a perdere del suo intenso colore azzurro; diventò quindi verdognola, finalmente acquistò un color

giallo citrino, lasciando deporre alcuni fiocchi di materia mucosa del medesimo colore. Frattanto, mentre tai cangiamenti si manifestavano, svolgevasi un odore leggiermente ammoniacale, il quale mostrava coi reagenti proprietà veramente alcaline. Da tali fenomeni si può dedurre, che l'orina ha sofferta una parziale decomposizione, mercè di cui si è generata dell'ammoniaca, la quale decomponendo il prussiato di ferro nella medesima contenuto, ne dissipò il color ceruleo da quello dipendente.

L'orina così scolorita, ed alterata nella sua natura, ulteriormente abbandonata all'influenza delle stesse cause, ha perduto a poco a poco l'odore ammoniacale, ed ha acquistato nello spazio di due giorni un odor agro, leggermente alcoolico, ed è ricomparso il suo color azzurro, poco meno intenso di prima. Da ciò si rileva, che l'ulteriore decomposizione dell'orina diede luogo alla formazione dell'acido acetico, e dell'alcool; e che, per mezzo dell'acido acetico, venendo saturata l'ammoniaca prodottasi, l'acido prussico ha nuovamente agito sull'ossido di ferro, ed ha prodotto per naturale conseguenza la materia azzurra dell'orina, ossia il prussiato di ferro.

L'orina azzurra, non alterata, posta in un vaso di vetro ben chiuso, in un ambiente, la di cui temperatura non oltrepassava i sei gradi del termometro reaumuriano, si è conservata per ben otto giorni, senza perdere sensibilmente del suo colore. Ma, aperto il vaso, ed abbandonata all'influenza dell'aria, in un ambiente di più elevata temperatura, in poco d'ora ha perduto notabilmente del suo colore, e nello spazio d'un giorno si è intieramente scolorita, ed ha acquistato un odore ammoniacale. Ma continuando però a rimanere sotto le stesse influenze, ha presentato i sopranarrati fenomeni, vale a dire ha riacquistato il suo color azzurro, un odor agro, leggermente alcoolico. Laonde si possono dedurre le medesime conseguenze.

Un'altra porzione d'orina cerulea, non alterata, a cui si erano aggiunte alcune centesime d'acido solforico, abbandonata all'azione dell'aria, sotto la temperatura di 13 a 16 gradi in circa, ha con-

servato il suo colore per quindici giorni, senza mai tramandare odor d'ammoniaca.

Questo sperimento prova, che la presenza dell'acido solforico si opponeva a che l'orina così facilmente si decomponesse, e che vi si generasse conseguentemente dell'ammoniaca, e che quand'anco se ne fosse formata, tosto doveva esser saturata dall'acido solforico, con cui trovavasi a contatto; quindi è che inalterato si mantenne il suo colore azzurro.

L'orina, di cui si tratta, poco dopo esser evacuata, non alterava sensibilmente la carta curcuma, nè quella di tornasole, vale a dire non manifestava caratteri nè d'alcalinità, nè d'acidità.

Gli acidi solforico, nitrico, l'idroclorico, e l'acetico versati sulla detta orina in tanta dose da comunicarvi caratteri di ben pronunciata acidità, non diminuivano sensibilmente il suo color ceruleo. Il cloro medesimo, portato a reagire con essa in piccola dose, non produceva maggior effetto.

Al contrario cogli alcali, cioè colla potassa, e coll'ammoniaca, tosto si distruggeva il color azzurro, ed il liquor acquistava un giallo citrino, analogo a quello dell'orina ordinaria, e di quella che prima cerulea, per una spontanea decomposizione si era ingiallita, come abbiamo già dissopra notato, per l'azione dell'alcali ammoniacale in quella prodottosi. Versando poscia in sufficiente dose gli acidi sopraddetti nell'orina ingiallita dalla potassa, o dall'ammoniaca, tosto ricompariva il colore azzurro di prima; la qual cosa accadeva pure versando i medesimi nell'orina ingiallitasi per mezzo della spontanea sua decomposizione, cioè per l'azione dell' ammoniaca nell'orina prodottasi in tale circostanza.

L'orina azzurra, e non ancor alterata, sottomessa all'azione del fuoco, e spinta insino alla bollizione, tramandava appena appena l'odor caratteristico dell'orina comune, ma sentiva distintamente quello d'una soluzione di zuccaro bollente, il qual odore si faceva vieppiù sensibile, a misura che il liquore si concentrava, e mas-

sime quando s'avvicinava alla consistenza del sciloppo. Durante questa operazione il color ceruleo non è stato sensibilmente alterato.

Il residuo, procedente dall'evaporazione dell'orina, diligentemente esaminato, ha bensì presentato i principj, proprj dell'orina normale; ma fatto paragone delle proporzioni, quelli si trovavano in dose infinitamente minore nell'orina particolare, di cui si tratta, e specialmente l'urea e l'acido urico, che vi si trovavano in tenuissima quantità; vi erano in vece il prussiato di ferro, ed una materia zuccherina analoga a quella che s'incontra nelle orine del *Diabete melato*.

Una piccola porzione di detto residuo gettata sui carboni accesi, tramandava bensì qualche odore ammoniacale, ma vi si distingueva particolarmente quello dello zuccaro bruciato.

Un'altra parte del medesimo residuo, distillata in una storta di vetro a fuoco nudo, ha somministrato lievi indizi di sotto-carbonato d'ammoniaca, ma più particolarmente i prodotti che danno le sostanze vegetali, quando si trattano al fuoco in vasi chiusi.

La materia carbonizzata, che è rimasta nella ritorta, venne assoggettata all'azione dell'acido idroclorico; la soluzione feltrata, ed esplorata col prussiato di potassa, e coll'infuso di galla, ha presentato col primo un colore intensamente azzurro, col secondo si è notabilmente annerita, ciò che prova esser considerevole la quantità di prussiato di ferro, che esisteva in questa particolare orina.

Li varj sperimenti, che vengo di descrivere, già evidentemente appalesano in questo liquor escrementizio la simultanea presenza del prussiato di ferro, e della materia zuccherina. Tuttavia, per togliere di mezzo ogni ragion di dubbio, ho preso altra porzione, che ancor mi rimaneva, del residuo sciropposo di detta orina, e l'ho allungata in sufficiente quantità d'acqua distillata; col riposo si è precipitata una materia polverosa di color azzurro, la quale, separata dal liquore, per via di decantazione, lavata ben bene, ha acquistato un color ceruleo più elegante; sottomessa quindi all'azione degli alcali, degli acidi, del cloro, e d'altri reattivi nella circo-

stanza opportuni, si è comportata esattamente alla maniera del prussiato di ferro.

Ciò fatto, ho versato nel superstite liquore del sotto-acetato di piombo con legger eccesso; per tal modo si è precipitata ogni sostanza organica, eccettuata la materia zuccherina, la quale è rimasta in soluzione nell'acqua. Allora ho feltrato il liquore, attraverso del quale ho fatto passare un torrente di gaz idrogeno solforato, sufficientemente protratto per precipitare tutto l'ossido di piombo in solfuro; allora ho nuovamente feltrato il liquore, e fatto svaporare sino a consistenza di denso sciroppo. In tal guisa ho ottenuto una materia di color bianco-giallino, di sapor dolce distinto, la quale, posta sui carboni accesi, tramandava schietto odore di zuccaro bruciato; e, trattata coll'acido nitrico, presentava tutti quei fenomeni, e tutti quei risultati, che offre in genere la materia zuccherina col medesimo agente.

Dal complesso di questi risultati mi pare si possano dedurre i seguenti corollarj.

1.° Che la detta orina contiene del prussiato di ferro, ed una materia zuccherina analoga a quella che si riscontra nell'orina del *Diabete melàto*.

2.° Che il color azzurro delle orine può anche dipendere talvolta dalla presenza d'altra particolar materia scoperta da Braconnot, da esso designata col nome di *Cianorina*; ma che però questo dotto chimico senza fondata ragione mosse dei dubbj sulla scoperta del prussiato di ferro nelle orine azzurre, fatta ed annunciata da Julia-Fontenelle negli archivj generali di Medicina, nel 1823.

3.° Che verisimilmente la straordinaria presenza delle dette sostanze, cioè il prussiato di ferro, e la materia zuccherina si può ripetere dall'innormalità della funzione secretoria dei reni, la quale, dietro le sperienze di Wollaston, si può riguardare, in qualche maniera, come un processo chimico-galvanico.

4.° Che essendosi scoperto l'acido prussico libero nell'orina d'un idropico da Brugnatelli, il prussiato di ferro nel sangue d'una donna

isterica da Fourcroy, il prussiato di ferro nelle orine da Moyon, e da Julia-Fontenelle, ed essendosi osservato da Reisel consimile materia azzurra negli sputi d'una donna affetta da pneumonia cronica, accompagnata da vomito frequente; e lo stesso fenomeno essendosi presentato a Dolxe, a Mogi, ed al prelodato Julia-Fontenelle nel sudore d'altri individui affetti da malattia d'indole nervosa, sembra ragionevole il credere che nell'economia animale sotto morbosa condizione si possa generare l'acido prussico, od idrocianico, più frequentemente che non si è sinora creduto, ma che però, stante la presenza d'alcune basi capaci di neutralizzarlo, e di paralizzarne la qualità deletera, rare siano le circostanze in cui quest'effetto diventi causa di gravi disordini dell'economia animale.

5.° Che finalmente fatto il paragone dei sintomi e delle lesioni organiche che si presentano nell'avvelenamento prodotto dall'acido prussico, e nel *cholera-morbus* delle Indie, mi pare di non abusare dell'analogia nel portar opinione con altri Medici, che l'acido prussico abbia parte in questa terribile malattia, il qual pensiero va d'accordo con quanto già scrisse il chiarissimo collega Cavaliere Rossi sui miasmi, e sulla stessa colera indica.

OSSERVAZIONI

INTORNO ALLA TILIGUERTA O CALISCERTULA DI CETTI

(*LACERTA TILIGUERTA*, GM.)

DEL PROFESSORE GIUSEPPE GENÈ

Lette nell'adunanza del 29 gennajo 1832.

Uno de' migliori servigj che possansi rendere alla Zoologia è sicuramente la eliminazione delle specie nominali, di quelle cioè che per nulla differenti dalle già descritte, o differenti soltanto per caratteri di conosciuta insufficienza, vengono con nuovo nome intruse nei sistemi; ed io ho perfino l'intimo convincimento, che ai nostri tempi assai più giovi all'interesse ed alla dignità della Scienza una di siffatte eliminazioni, che non la scoperta e la conseguente aggiunta di una nuova e vera specie all'indice già sterminato degli animali. Sotto questo punto di vista avranno, io credo, favorevole accoglimento le brevi osservazioni che sono per esporre.

Cetti nella sua Storia della Sardegna consacra varie pagine alla descrizione di una Lucertola chiamata dagli indigeni *Tiliguerta* o *Caliscertula*, la quale, secondo l'Autore, sarebbe in quell'Isola, nel riguardo della frequenza e delle abitudini, il rappresentante della Lucertola comune d'Europa, che assolutamente ei dice mancarvi. L'autore cerca in vano nelle opere di Linneo, ed in altre una descrizione che si confaccia a codesto suo rettile; dopo averlo paragonato al Ramarro de' Naturalisti ed alla Ameiva del Linneo,

sole specie fra le descritte in allora che paressero somigliargli, finisce col dire che nè all'uno, nè all'altra può in alcun modo riferirsi. Un'infelice sistema vigente in que' primordii della scienza ammetteva il colore nel novero de' caratteri proprii alla distinzione delle specie; imbevuto de' pregiudizii del suo tempo e fermo nella credenza che la Lucertola comune d'Europa fosse straniera alla Sardegna, il nostro Osservatore ommise quel solo confronto, che, come vedremo, doveva tornarli veramente necessario e proficuo, per modo che dopo essersi avvolto in certe congetture, che ai giorni nostri non parrebbero meritare l'onore di una discussione, si limita a sospettare indescritta la sua Tiliguerta e ad assegnarle un posto fra le Lucertole a coda verticillata del sistema Linneano.

Gmelin, il quale frugava nelle Biblioteche per trarne i materiali della sua celebre compilazione, innalzò francamente al rango di specie la Tiliguerta di Cetti colla sistematica denominazione di *Lacerta Tiliguerta*: Daudin, Merrem ed altri la ricevettero e la considerarono per tale, non senza però che alcun di loro si lagnasse delle imperfezioni e delle lacune di cui ridonda la descrizione originaria di Cetti, alla quale fu pur sempre forza di riferirsi infin qui, giacchè di quanti Scrittori fecero dopo Cetti menzione di questo animal Sardo, nissuno ebbe mai occasione di vederlo in natura. Se non che altri Zoologi men deferenti all'autorità di Gmelin e animati da spirito di più severa critica, impugnarono apertamente la ammissibilità della specie suddetta e la fecero discendere alla categoria di semplice varietà. Primo fra questi fu il Lacépède, secondo il Barone Cuvier, ultimo, a saper mio, il signor A. Dugès nostro contemporaneo, al quale, sulle orme di Milne Edwards, la storia e la classificazione delle Lucertole indigene va finalmente debitrice di illustrazioni, quanto potevansi desiderare, luminose e positive. Non men però sfortunati di quanto lo fossero gli altri loro fratelli di Scienza, neppure essi ebbero certa cognizione di codesto animale contenzioso, cioè nol videro mai in natura: per conseguenza le riduzioni sistematiche che ne proposero, non furono che

mere congetture, e, come dimostrerò, congetture niente affatto felici. Il primo de' citati Naturalisti riguardò la Tiliguerta di Cetti e di Gmelin siccome una varietà del Ramarro occhiellato (*Lacerta ocellata*, Daud.); il secondo si astenne dal darne un giudizio positivo, ma si rifiutò a tenerla in conto di specie; Dugès poi la credette una varietà, da lui detta *bariolée*, del Ramarro comune, o *Lacerta viridis*, Daud. — In questo stato di cose e in siffatta discrepanza d'opinioni non altro era a desiderarsi, se non che l'opportunità si presentasse a qualcuno di osservare e studiare in natura la Tiliguerta, e questa opportunità io la trovai nel Museo Zoologico Torinese da poco tempo confidato alla mia direzione. Questa insigne Raccolta, testimonio e monumento della stupenda attività e dottrina del mio celebre Predecessore, rapito sì innanzi tempo all'incremento delle Scienze Naturali ed al lustro della Patria, possiede, conservati nello spirito di vino, oltre cento esemplari della Tiliguerta Sarda stati raccolti in sito dai signori Bongioanni e Regis, e più recentemente dal chiarissimo e benemerito signor Cavaliere Alberto della Marmora al quale deve il nostro Museo quanto ha di nuovo e di più raro in fatto di naturali produzioni della Sardegna; e siccome fra tanti individui ve n'ha d'ambo i sessi e d'ogni età, così mi tengo autorizzato a parlarne e a giudicarne con ogni sicurezza. Ponendo adunque un termine alle vicende sistematiche cui questo animale andò soggetto dall'epoca della pubblicazione dell' opera di Cetti fino ai dì nostri, io dico altro egli non essere che la Lucertola comune, cioè la *Lacerta agilis* di Linneo, o la *Lacerta muralis* de' moderni Erpetologi.

La semplice e superficiale inspezione de' sopraddetti esemplari mi indusse primamente in siffatto giudizio: un esame poi che con ogni possibile attenzione ne ho fatto, confrontandoli a parecchie delle nostre comuni Lucertole, mi vi confermò in maniera sì chiara e positiva da escludere ogni benchè minimo dubbio d'errore. Nè credetti di dovermi rimanere in que' limiti comunque sufficienti; ma per dare ai miei confronti maggior estensione, ebbi eziandio

ricorso alle descrizioni date di codeste ultime dai signori Milne Edwards e Dugès nelle rispettive loro monografie (1), e il risultato che ne ottenni fu che ogni cosa è comune e perfettamente eguale nella Lucertola di Sardegna, e nella Lucertola volgare d'Europa. Eguale è in ambidue la lunghezza assoluta del corpo, non che la proporzione e forma degli arti; eguale il numero, la disposizione e la figura delle piastre componenti lo scudo che copre il cranio; comune ad ambedue un disco masseterico: eguali in numero, forma, ed ogni altra proprietà le piastre sottomascellari, il collare, il triangolo pettorale, i sei ordini di laminette pettorali, le preanali, i pori dei femori, i verticilli della coda: eguali in fine le minute scaglie del dorso. Cetti scrive che la Tiliguerta di Sardegna è vivamente verde come il Ramarro, non però senza mischianza di nero, talora in forma di macchie, talora in forma di lunghe linee solcanti tutto il dorso; e furono certamente queste espressioni che indussero gli Scrittori, che vennero poscia, a confrontarla e a ravvicinarla ai Ramarri; ma il medesimo Cetti dopo le addotte parole immediatamente soggiunge essere codesto color verde incostante, e trovarsene di tali che ei crede femmine, le quali sono del tutto fosche. Gli esemplari del Museo mostrano realmente tutti i modi di colorazione accennati da Cetti, ma il color verde, infievolito probabilmente dall'azione dell'alcool, vi è generalmente poco discernibile. Codesta tinta per altro, comunque non si riscontri nel più gran numero delle Lucertole comuni del nostro paese e del restante d'Europa, non è affatto straniera alla specie, e ciò tanto per mia propria osservazione, quanto eziandio per testimonianza de' citati signori Milne Edwards e Dugès. Il primo infatti scrive *qu'il en est (des Lezards des murailles) dont le dessus du corps est presque entièrement vert* (2); il secondo con espressione quasi identica avverte *qu'il en est des individus presque tous verts* (3). Questo carattere adunque, sebbene incostante e perciò da non an-

(1) Vedi *Annales des Sciences Naturelles*, tom. 16, pag. 67 e 380.
(2) V. Op. cit. tom. 16. pag. 68.
(3) Ibid. pag. 382.

noverarsi fra quelli che concorrono a determinare la specie, è, al pari d'ogni altro, comune alla Tiliguerta Sarda ed alla Lucertola volgare d'Europa, considerate ambedue nella massa de' rispettivi loro individui; quindi neppure in suo riguardo può stabilirsi fra esse alcuna positiva differenza sistematica.

Qui però conviene che io prenda a risolvere una quistione la quale nasce naturalmente dalla lettura della descrizione di Cetti, e sembra niente meno che rovesciare tutto quanto fu da me fin qui stabilito rapporto alla necessità di riunire in una sola le due pretese specie. Cetti, parlando delle piastrelle o laminette che guerniscono l'addomine della Tiliguerta, dice bensì che esse trovansi disposte in sei ordini (come precisamente osservasi nella Lucertola comune), ma nel riferirne il numero si scosta notabilissimamente da quanto noi vorremmo ch'egli avesse pronunciato. Egli le fa ascendere a sole ottanta, mentrechè nelle Tiliguerte del Museo io ne conto da cento sessanta a cento sessantadue, cioè nè più nè meno di quante ne presentano le Lucertole volgari d'Europa. Siffatta quistione non può in conto alcuno risolversi se non accusando e provando d'inesattezza l'Autore, al quale scopo per sè facile valgono principalmente due ragioni. Primieramente egli è a notarsi che codesto numero di ottanta laminette ventrali non si riscontra in alcuna delle Lucertole a coda verticillata fin qui conosciute, il che è già per se stesso tale argomento da svegliare gravissimo dubbio sulla verità del computo di Cetti; in secondo luogo volendolo ritenere siccome esatto, converrebbe necessariamente ammettere nella Sardegna l'esistenza non di una sola, ma di due distintissime Lucertole propriamente dette, in eguale misura della comune Europea moltiplicate e diffuse; la quale supposizione è contraria al fatto ed alle asserzioni ben anche del medesimo Autore. Egli dimorò dieci anni consecutivi in quell'isola, sempre intento, a quanto pare, ad istudiarne le naturali produzioni, eppure nella storia che in capo a tale non breve tempo ne pubblicò, dà positivamente a conoscere non esistervi altra vera Lucertola che la

Tiliguerta, imperocchè gli altri tre rettili ch'egli cita e descrive sotto questa generica denominazione, cioè lo Stellione, la Cicigna e il Tiligugu, lungi dall'appartenere in oggi al genere indicato, ne formano ciascuno un proprio e ben distinto. Il signor Dugès, il quale sebben posto in circostanze assai men favorevoli delle mie mi prevenne già in alcuna di queste critiche osservazioni, lascia sfuggire una sua supposizione, mediante la quale viensi a conciliare in modo al tutto soddisfacente il computo di Cetti colla verità. Egli inclina a credere che il nostro Autore abbia voluto con quel suo numero esprimere non già la quantità delle lamelle che coprono l'intera faccia dell'addomine, ma soltanto la metà di esse. Nè questa supposizione deve apparire strana od affatto arbitraria se si consideri il modo in che stanno naturalmente disposte le lamelle medesime. Sono esse distribuite regolarmente e simmetricamente in sei ordini longitudinali e paralelli, tre a diritta, tre a sinistra della linea mediana; e comunque il loro numero sia parzialmente diverso negli ordini di un medesimo lato, si ripete tuttavia con esattezza nei corrispondenti dell'altro, dal che si fa manifesto esser bastevole il numerare le lamelle di un sol lato per venire in positiva conoscenza del loro numero totale. Questo metodo è quello infatti che seguesi generalmente nell' atto pratico di siffatte osservazioni, nè io sono alieno dal credere, che, siccome lo sospettò il signor Dugès, possa essere stato usato dal Cetti medesimo, il quale in tal caso non d'altro più si avrebbe a rimproverare che di non averne prevenuto il lettore, e d'aver adoperato in quel punto essenziale della sua descrizione espressioni affatto ambigue e di penosa interpretazione. Io mi arresto tanto più volontieri in questa idea in quantochè duplicando al solito modo il numero da lui riferito vengo ad ottenere per la Tiliguerta Sarda un totale di cento sessanta lamelle ventrali, non altrimenti che nelle Tiliguerte del Museo e nelle Lucertole volgari d'Europa, il che finisce di rendere chiara e manifesta la necessità di unire, come io faccio, sì le une che le altre in una sola e identica specie.

ADDITION AU MÉMOIRE

SUR LE DÉVELOPPEMENT DES TERMES ETC.

PAR M.r PLANA

(*Voyez page* 45-196).

§ XI.

Remarque sur la manière d'exécuter le développement de la fonction

$$m'\frac{r}{r'^2}\cos(v'-v)-m'\{r^2-2rr'\cos(v'-v)+r'^2\}^{-\frac{1}{2}}$$

(41) Lorsqu'on suppose $\gamma=0$, et qu'il est uniquement question de développer cette fonction suivant les puissances et les produits des deux excentricités e et e', il convient de faire disparaître, dès le commencement, les coefficiens différentiels de $A^{(\lambda)}$ relatifs à a'. En reprenant, sous ce point de vue, les formules posées dans les pages 53-55, et faisant la somme $P+Q+S+V+T$, on trouvera aisément, à l'aide des équations données dans les pages 68-70, la la formule suivante; où la lettre λ remplace la lettre i.

$$m'\frac{r}{r'^2}\cos(v'-v)-m'(r-2rr'\cos(v'-v)+r'^2)^{-\frac{1}{2}}=$$

$$\frac{m'}{2}\Sigma\left\{\begin{array}{l}A^{(\lambda)}\{P'\cos\lambda p-\lambda(v_1'-v_1)Q'\sin\lambda p\}\\[2mm] +a.\dfrac{dA^{(\lambda)}}{da}\{P''\cos\lambda p-\lambda(v_1'-v_1)Q''\sin\lambda p\}\\[2mm] +a^2\dfrac{d^2A^{(\lambda)}}{da^2}\{P'''\cos\lambda p-\lambda(v_1'-v_1)Q'''\sin\lambda p\}\\[2mm] +a^3\dfrac{d^3A^{(\lambda)}}{da^3}\{P^{IV}\cos\lambda p-\lambda(v_1'-v')Q^{IV}\sin\lambda p\}\\[2mm] +a^4\dfrac{d^4A^{(\lambda)}}{da^5}\{P^{IV}\cos\lambda p-\lambda(v_1'-v_1)Q^{IV}\sin\lambda p\}+a^5\dfrac{d^5A^{(\lambda)}}{da^5}P^{VI}\cos\lambda p\end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{l} P' = 1 - u_1' + u_1'^2 - u_1'^3 + u_1'^4 - u_1'^5 - \frac{\lambda^2}{2}(v_1' - v_1)^2(1 - u_1' + u_1'^2 - u_1'^3) \\ \qquad + \frac{\lambda^4}{24}(v_1' - v_1)^4(1 - u_1'); \\ Q' = 1 - u_1' + u_1'^2 - u_1'^3 + u_1'^4 - \frac{\lambda^2}{6}(v_1' - v_1)^2(1 - u_1' + u_1'^2) + \frac{\lambda^4}{120}(v_1' - v_1)^4; \end{array}\right\};$$

$$\left\{\begin{array}{l} P'' = (u_1 - u_1')(1 - 2u_1' + 3u_1'^2 - 4u_1'^3 + 5u_1'^4) \\ \qquad - \frac{\lambda^2}{2}(v_1' - v_1)^2(u_1 - u_1' + 2u_1'^2 - 2u_1u_1' - 3u_1'^3 + 3u_1u_1'^2) \\ \qquad + \frac{\lambda^4}{24}(v_1' - v_1)^4(u_1 - u_1'); \\ Q'' = (u_1 - u_1')(1 - u_1' + 3u_1'^2 - 4u'^3) + u_1'^2 + \frac{\lambda^2}{6}(v_1' - v_1)^2(u_1' - u_1 - 2u_1'^2 + 2u_1u_1'); \end{array}\right\};$$

$$\left\{\begin{array}{l} P''' = \frac{1}{2}u_1^2 + \frac{1}{2}u_1'^2 - u_1u_1' - \frac{3}{2}u_1'^3 - \frac{3}{2}u_1'u_1^2 + 3u_1u_1'^2 + 3u_1'^4 \\ \qquad - 6u_1u_1'^3 + 3u_1^2u_1'^2 - 5u_1'^5 + 10u_1u_1'^4 \\ \qquad + \frac{\lambda^2}{4}(v_1' - v_1)^2\{2u_1u_1' - u_1^2 - u_1'^2 + 3u_1'^3 + 3u_1'u_1^2 - 6u_1u_1'^2\}; \\ Q''' = \frac{1}{2}u_1^2 + \frac{1}{2}u_1'^2 - \frac{1}{2}u_1u_1' - \frac{3}{2}u_1'^3 - 3u_1u_1'^2 + \frac{3}{2}u_1'u_1^2 + 3u_1'^4 - 6u_1u_1'^3 \\ \qquad + 3u_1^2u_1'^2 - \frac{\lambda^2}{12}(v_1' - v_1)^2(u_1^2 + u_1'^2 - 2u_1u_1'); \end{array}\right\};$$

$$\left\{\begin{array}{l} P^{IV} = \frac{1}{6}(u_1^3 - u_1'^3) - \frac{1}{2}(u_1'u_1^2 - u_1u_1'^2) + 2(u_1^2u_1'^2 - u_1u_1'^3) \\ \qquad + \frac{2}{3}(u_1'^4 - u_1'u_1^3) + 5(u_1u_1'^4 - u_1^2u_1'^3) - \frac{5}{3}(u_1'^5 - u_1'^2u_1^3) \\ \qquad - \frac{\lambda^2}{12}(v_1' - v_1)^2(u_1^3 - u_1'^3 + 3u_1u_1'^2 - 3u_1'u_1^2); \\ Q^{IV} = \frac{1}{6}(u_1^3 - u_1'^3) - \frac{1}{2}(u_1'u_1^2 - u_1u_1'^2) + 2(u_1^2u_1'^2 - u_1u_1'^3) + \frac{2}{3}(u_1'^4 - u_1'u_1^3); \end{array}\right\};$$

$$\left\{\begin{array}{l} P^{v}=\frac{1}{24}(u_{,}^{4}+u_{,}'^{4})-\frac{1}{6}(u_{,}'u_{,}^{3}+u_{,}u_{,}'^{3})+\frac{1}{4}u_{,}^{2}u_{,}'^{2}-\frac{5}{24}(u_{,}'^{5}+u_{,}'u_{,}^{4}) \\ \quad -\frac{5}{4}u_{,}^{2}u_{,}'^{3}+\frac{5}{6}(u_{,}u_{,}'^{4}+u_{,}^{3}u_{,}'^{2})\,; \\ Q^{v}=\frac{1}{24}(u_{,}^{4}+u_{,}'^{4})-\frac{1}{6}(u_{,}'u_{,}^{3}+u_{,}u_{,}'^{3})+\frac{1}{4}u_{,}^{2}u_{,}'^{2}\,; \end{array}\right\};$$

$$\left\{ P^{vi}=\frac{1}{120}(u_{,}^{5}-u_{,}'^{5})-\frac{1}{24}(u_{,}'u_{,}^{4}-u_{,}u_{,}'^{4})+\frac{1}{12}(u_{,}^{3}u_{,}'^{2}-u_{,}^{2}u_{,}'^{3}) \right\}.$$

On pourrait exprimer autrement ces fonctions de $u_{,}$; $u'_{,}$, $v_{,}'-v_{,}$: mais la longueur déjà trop considérable de ce Mémoire m'empêche d'exposer ici les autres recherches que j'ai fait sur ce sujet.

SUITE DE LA NOTE IMPRIMÉE DANS LE VOLUME PRÉCÉDENT

PAR M.r PLANA

(Voyez page 402).

Calcul de $\delta\zeta$, en faisant dans son expression $i=8$.

$aF^{(3)}=-0{,}000287$; $G^{(3)}=50'',10$ $a'H^{(3)}=0{,}00032$; $\Pi^{(3)}=-20'',27$

$f_{II}=0$; $g_{II}=0$ $f_{III}=0$ $g_{III}=0$.

$\text{Log.}\ \frac{8}{3}f\left(\frac{n'}{n}-1\right)G^{(3)}=1{,}8246892$; $\text{Log.}\ -\frac{8}{3}.f\left(\frac{n'}{n}-1\right)F^{(3)}=1{,}6705128$;

$\text{Log.}\ \frac{5}{2}f.\Pi^{(3)}=1{,}6274737$; $\text{Log.}\ \frac{5}{2}f.H^{(3)}=1{,}6501991\ (-)$

$\text{Log.}\ 8.\frac{a'M^{(0)}}{m'}=0{,}7874422$; $\text{Log.}\ \frac{a'M^{(1)}}{m'}=1{,}4461422\ (-)$

$\text{Log.}\ 6.\frac{a'M^{(2)}}{m'}=1{,}6184423$; $\text{Log.}\ \frac{5a'M^{(4)}}{m'}=1{,}2990818\ (-)$

$\text{Log.}\ \frac{a'}{m'}.a\frac{dM^{(0)}}{da}=0{,}8183138$; $\text{Log.}\ \frac{a'}{m'}.a'\frac{dM^{(0)}}{da'}=0{,}8661426\ (-)$

$\text{Log.}\ \frac{a'}{m'}.a\frac{dM^{(1)}}{da}=1{,}4805503\ (-)$; $\text{Log.}\ \frac{a'}{m'}.a'\frac{dM^{(1)}}{da'}=1{,}5343869$;

$\text{Log.}\ \frac{a'}{m'}.a\frac{dM^{(2)}}{da}=1{,}6592152$; $\text{Log.}\ \frac{a'}{m'}.a'\frac{dM^{(2)}}{da'}=1{,}7205665\ (-)$;

$\text{Log.}\ \frac{a'}{m'}.a\frac{dM^{(3)}}{da}=1{,}3465391\ (-)$; $\text{Log.}\ \frac{a'}{m'}.a'\frac{dM^{(3)}}{da'}=1{,}4181622$.

$$\begin{aligned}\delta\zeta=&\sin 5n't-2nt+g_{II}(-0'',2786)+\cos 5n't-2nt+g_{II}(+0'',0196)\\&+\sin 5n't-2nt+g_{III}(-0'',1769)+\cos 5n't-2nt+g_{II}(+0'',0124)\\&+\sin 5n't-2nt+f_{II}(-0'',2159)+\cos 5n't-2nt+f_{II}(+0'',0101)\\&+\sin 5n't-2nt+f_{III}(-0'',2390)+\cos 5n't-2nt+f_{III}(+0'',0036);\end{aligned}$$

d'où l'on tire

$$\begin{aligned}\delta\zeta=&(-0'',2786-0'',1769-0'',2159-0'',2390=-0'',9104)\sin(5n't-2nt)\\&+(0'',0196+0'',0124+0'',0101+0'',0036=+0'',0458)\cos(5n't-2nt);\end{aligned}$$

$$\delta\zeta'=-\frac{m}{m'}\sqrt{\frac{a}{a'}}=+2'',2003.\sin(5n't-2nt)-0'',1109\cos(5n't-2nt).$$

On peut regarder comme insensibles les valeurs de $\delta\zeta$ et $\delta\zeta'$ qui répondent à des valeurs de i plus grandes que huit.

MEMORIE

DELLA CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE.

PROGRAMMA

DEL PREMIO PROPOSTO DALLA CLASSE DELLE SCIENZE

MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

nel mese di giugno 1830.

La ricerca dei documenti, e la critica di essi nelle storie ristrette e speciali, sono senza dubbio gli studi più utili all'avanzamento della scienza storica. Tuttavia giova talvolta allargar gli argomenti, moltiplicare i paragoni, e considerare le generalità, le quali ben chiarite riflettono poi nuova luce sugli eventi più particolari. L'Accademia intende del paro promuovere queste due parti d'ogni buona e compiuta critica; epperciò avendo già premiato alcuni lavori di Storia specialmente nostrale, ora ha deliberato proporre una disquisizione critica spettante alla Storia generale d'Italia. Quindi ha scelto un argomento, che quanto più è stato trattato anticamente ed ultimamente da nazionali e stranieri, tanto più abbisogna oramai d'esser definito con una metodica esposizione.

Adunque ella desidera un lavoro storico-critico *Sulle Instituzioni Municipali in Italia, dalla caduta dell'Imperio Occidentale al fine dell'Imperio della Casa di Svevia* (*Hohenstaufen*), dall'anno 476 al 1254.

E più particolarmente:

1.° Che fatto un ritratto delle ultime instituzioni municipali romane, si vengano distinguendo le mutazioni succedute in ogni età sotto i Goti, i Greci, i Longobardi, i Carolingi, mentre il regno e l'imperio erano disputati tra Principi Italiani, Francesi e Germani, e in ultimo sotto gl'Imperatori e i Re delle due case di Franconia e Svevia.

2.° Che sulla questione della più o meno intera distruzione di quelle instituzioni romane, si renda particolare ragione degli scrittori che tennero per l'una o per l'altra parte, particolarmente

Sigonio (1), Fumagalli (2), Lupi (3), Sismondi (4), Muratori (5), Savigny (6), Leo (7) e Pagnoncelli (8).

3.° Che a definire, quanto sia possibile, tale questione, e ridurla a distinte particolari certezze, si raccolgano e si illustrino quanti più si possono Diplomi Imperiali ed altri documenti atti a chiarire concessioni di diritti e governi municipali; ovvero si dimostri quali città esercitarono tali diritti senza aver mai di siffatte concessioni.

Il premio sarà una medaglia d'oro del valore di seicento lire.

I lavori dovranno essere presentati prima del fine di ottobre 1832, in lingua italiana, latina o francese, manoscritti e senza nome d'autore.

Essi porteranno un'epigrafe, ed avranno unita una polizza sigillata con dentro il nome e l'indirizzo dell'autore, e di fuori la stessa epigrafe posta sullo scritto. Se da questo non sarà vinto il premio, la polizza non aprirassi e sarà bruciata.

Sono esclusi dal concorso i soli Accademici residenti.

Il giudizio sarà pronunziato nel primo trimestre del mille ottocento trentatre.

I pieghi dovranno essere diretti per la posta od altrimenti, ma sigillati e franchi di porto, *alla Reale Accademia delle Scienze di Torino*. Quando non vengano per la posta, dovranno essere consegnati all'uffizio dell'Accademia medesima, dove al portatore se ne darà la ricevuta. Torino il 15 giugno 1830.

(1) *De Regno Italiae*. Lib. VII.
(2) *Antichità Longobardico-Milanesi*. Dissert. VI. XI. XXI.
(3) *Cod. Diplomat. Civit. et Eccles. Bergomatis*. 2 vol. in fol.
(4) *Histoire des Républ. Italiennes*; principalmente i Capi I. II. V. VI.
(5) *Antiquit. Italiae medii aevi*; principalmente le Dissert. XVII. XXII. XLV. XLVI. XLVII. XLVIII. XLIX, L. LII.
(6) *Geschichte des Römischen Rechts in Mitteralter*. *Heidelberg* 1814-1816.
(7) *Entwicklung der verffassung der Longobardischen Staedte*. Hamburgo 1824 8.vo.
(8) *Sull'antichissima origine e successione dei governi municipali nelle Città Italiane*. Bergamo 1823. 2 vol. 8.vo

Il Presidente
Conte Prospero Balbo.

L'Accademico Segretario Aggiunto
Prof. Costanzo Gazzera.

PROGRAMMA

DEL PREMIO PROPOSTO DALLA CLASSE DELLE SCIENZE

MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

nel mese di giugno 1831.

L'innalzamento al trono Sabaudo della linea secondogenita, nella persona dell'Augusto Re CARLO ALBERTO, ha richiamato l'attenzione degli eruditi su gli illustri progenitori della famiglia regnante, le geste dei quali o non sono abbastanza conosciute, o non vennero sin'ora, quanto si conviene, degnamente celebrate.

La vita operosa e le magnanime azioni del principe Tommaso, figliuolo ultimogenito del duca Carlo Emanuele I, e stipite de' principi di Carignano, note appieno ai pochi che fecero particolare studio della storia o politica o militare della patria nostra, non lo sono in ugual modo all'universale.

Verso questo fine di illustrarne la vita, volle indirizzare le mire degli scrittori, e particolarmente de' nazionali, il cavaliere Ferdinando Dalpozzo, coll'assegnare un premio da vincersi, a giudizio dell'Accademia, dall'autore del miglior *Elogio storico del Principe Tommaso di Savoja, stipite del ramo di Savoja Carignano.*

Il premio sarà una medaglia d'oro del valore di seicento lire.

I lavori in lingua italiana, latina o francese, manoscritti e senza nome d'autore, dovranno essere presentati prima del fine dell'anno mille ottocento trentadue.

Essi porteranno un'epigrafe, ed avranno unita una polizza sigillata, con dentro il nome e l'indirizzo dell'autore, e di fuori la stessa epigrafe posta sullo scritto. Se da questo non sarà vinto il premio, la polizza non aprirassi, e sarà bruciata.

Sono esclusi dal concorso i soli Accademici residenti.

Il giudizio sarà pronunziato nel primo semestre dell'anno mille ottocento trentatre.

I pieghi dovranno essere diretti, per la posta od altrimenti, ma sigillati e franchi di porto, *alla Reale Accademia delle Scienze di Torino*. Quando non vengano per la posta, dovranno essere consegnati all'uffizio dell'Accademia medesima, dove al portatore se ne darà ricevuta. Torino il 17 giugno 1831.

Il PRESIDENTE
Conte PROSPERO BALBO

L'Accademico Segretario
Professore COSTANZO GAZZERA

DELLA POLITICA

E

DELLE LETTERE

DEL CAV. GIUSEPPE MANNO

Letta nelle adunanze 18 novembre 1830; 6, 27 gennajo, 17 febbrajo e 24 marzo 1831

MARC. *Mediocriter doctos magnos in republica viros et doctissimos homines non nimis in republica versatos, multos commemorare possumus. Qui vero utraque re excelleret, ut et doctrinae studiis et regenda civitate princeps esset, quis facile praeter hunc* (Demetrium Phalereum) *inveniri potest?*

ATTIC. *Puto posse.*

Cicer. De legib. III. 6. 7.

I.

Le operazioni degli uomini di stato sono governate dal senno e dalla fortuna, e giudicate nondimeno dalla malignità come se la fortuna non v'avesse parte. Gli errori non sono mai sceverati dalle disgrazie, e perciò tutto dicesi errore nelle cose mal tornate. Non si vuole mai scernere nelle azioni politiche quello che muove dalla volontà di chi comanda, e quello che essenzialmente dipende dalla disposizione d'animo o dall'abilità di chi obbedisce; e perciò contro alle sole autorità più elevate è indiritta la censura.

Tali censure le più riguardano agl'individui, e possono qualche volta essere fallaci; altre riguardano ancora a classi intiere di persone, e sono sempre temerarie. Io mi ho proposto di esaminare una delle sentenze generalmente accreditate in tal materia, quella cioè per cui si vuole che l'uomo letterato o scienziato sia inabile al maneggio degli affari politici. Argomento questo, che ai miei occhi è dell'importanza la più grande: giacchè se è vero che le cose

faccia, non ha per quanto ei ti dice fatto altro di meglio in questi trent'anni che contemplare tacitamente le fasi tutte della tua gloria crescente, e compiacersene tanto più come più accostavansi alla pienezza, non più abile a rattenere lo sfogo delle proprie acclamazioni, dappoichè hai già tocco il sommo della fortuna. Ora ciascheduna di siffatte amicizie è per parte dell'uomo di stato una esercitazione continua della virtù di cui ragioniamo; tanto è l'artifizio del pregare, tanta la costanza del rimembrare, tanta la fallacia nell'informare, tanta la dissimulazione nel sopportare le contrarietà, e la svegliatezza nel corre dappoi il buon momento.

La rettitudine giova eziandio all'uomo di stato in rispetto ai propri nemici: poichè talvolta il personale risentimento sembra zelo di giustizia, e si giudica della maniera con cui taluno si comporterà verso lo stato col paragone del contegno suo verso di noi.

La rettitudine in fine rende l'uomo pubblico cauto contro a se stesso, cioè contro alle proprie opinioni; nulla essendo più dannoso per uno stato, che quella pretensione all'infallibilità per cui noi sappiamo, veggiamo ed operiamo meglio di qualunque altro.

Queste, s'io mal non m'appongo, sono le condizioni principali che deggiono desiderarsi in chi governa, per quanto concerne alla rettitudine dell'animo. Resta pertanto a riconoscere se tale corredo di virtù non possa trovarsi nel cuore di un letterato.

IV.

Nessuno vorrà certamente avvilire in tal maniera le lettere e le scienze, che osi di affermare non potersi lo studio conciliare con quella virtù, poichè ciò sarebbe stolidezza. Non vi sarà nè pure alcuno che creda non poter accordarsi lo studio con quel vigore d'animo e con quella dispostezza alla resistenza per cui si distingue la virtù inoperante dalla virtù posta in cimento: poichè le anime nostre hanno entro a loro stesse non solamente quella dote virtuosa di cui sono state privilegiate da Dio, ma quella tempera ancora

quali si sale e si scende nell'esercizio del potere, tante sono le facilità o gli ostacoli che vi s'incontrano pel buono o cattivo successo delle cose; con questa differenza solamente, che ne' gradi superiori la malleveria maggiore che richiedesi dalle persone e la maggior luce in cui son vedute possono servire ad afforzare la loro virtù; ed all'opposto tanto è più facile la corruttela quanto chi vi si espone è più ignorato e più oscuro. Or siccome non è dato a nissuno di vedere per se solo le parti tutte di un'operazione politica, e di necessità addiviene che una parte di consiglio o di ricerche o di esecuzione sia commessa ad altri, la rettitudine dell'uomo di stato entra per così dire nella coscienza altrui, e con occhio perspicace esamina l'indole, l'ingegno, le correlazioni, le fiacchezze di ciascuno; ed egli accorda oggi la sua confidenza a quello stesso cui la negherà al domane; o spia le occasioni per sorprendere inavveduta la passione e farne giudizio; o contrappone il giudizio de' parziali a quello degli spassionati; o riserba a se quelle parti nelle quali ei dispera di essere ben inteso o ben obbedito.

La rettitudine dell'uomo di stato fa anche sì che ei diventi guardingo contro alle passioni dei suoi amici. Beato colui che infino dalla fanciullezza non altri legami ebbe a stringere che quelli preparati dalle virtuose inclinazioni e dagl'innocenti affetti. Allora egli non vedrà attorno a se nella prosperità che quegli stessi avrebbe incontrato nel più basso della disavventura. Ma a pochi è conceduta tanta felicità. L'amistà della maggior parte degli uomini è come un principio imperfetto dato ad un lavoro, di cui siccome gitteranno le sorti si ripiglierà o si lascerà in dimenticanza la continuazione. Basta il più leggiero appicco di antiche correlazioni perchè intorno all'uomo possente si moltiplichi la schiera degli amici. Quegli lo è perchè congiunto di sangue, od almeno come tale chiaritosi nel giorno stesso del tuo innalzamento: quell'altro perchè nella gioventù fu tuo socio di passatempo: questi era il confidente di tuo padre, e quell'altro è il cliente della tua famiglia: quell'antico tuo collega nelle scuole, di cui sono già trent'anni non avevi più veduto la

forze della mente le difficoltà dell'oggetto postole innanzi. Con la qual cosa se il letterato ha già un abito e un abito ragionato di rientrare in se medesimo per giudicare di cose egualmente spirituali e non meno nobili o meno importanti di ciò che lo sieno le virtù morali, ha anche agevolato a se il vantaggio di poter nelle operazioni dell'animo che a queste virtù morali si riferiscono, vedere più facilmente quello che il cuor nostro comporta e quello che egli ricusa.

VI.

Un altro mezzo eziandio avanza al letterato, sia per formare questo giudizio, sia per operare rettamente, cioè l'esperimento ch'ei fe' più volte per cagione del suo studio di questa stessa virtù morale di cui l'uomo di stato ha così gran bisogno. Anche il letterato nel pubblicare le proprie opinioni, ebbe in vista più volte il bene dell'universalità dei cittadini, e tentennò perciò lungo tempo in prima fra la sentenza la più accetta e la più utile, fra il vantaggio altrui e il profitto proprio, e qualche fiata ancora fra il vantaggio altrui e'l proprio danno. Quindi esperimento fatto d'ardente amore pel pubblico bene. Il letterato ebbe anch'esso ad esser tentato a far troppa onoranza ad un privato colle sue scritture, ed a raccorre dovizioso frutto della piacenteria, e per fino del silenzio. Tuttavia ei tacque ciò che potea ingraziarlo, e parlò parole dispiacenti ai grandi. E così fe' esperimento d'imparzialità e di coraggio. Il letterato ha anch'ei bisogno di cooperatori, sia che inviti in proprio soccorso altri studiosi, sia che si ajuti delle fatiche dei trapassati. Ma ei non gittasi alla cieca e senza diffidenza in braccio altrui: perchè giudica in prima di qual diligenza e di quale perspicacia sieno dotati i suoi compagni; e la critica letteraria lo ha ammaestrato a conoscere il lato debole di ogni buono scrittore, ed a fare in qualche parte il suo pro anche degli autori manco accreditati. E perciò esperimento fatto nel portar giudizio degli altrui ajuti. Il

MEMORIE

DELLA CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE.

« stino, come ad indirizzare una battaglia, acciò questa torni la più
« disastrosa al nemico, e quello sia il più possibile gradito ai
« convitati (1).

VII.

Accennato così quanto ha rispetto alla rettitudine, e lasciando che i principj generali testè sviluppati servano egualmente per le altre virtù politiche, consideriamo solamente ciò che di particolare dee notarsi nel ragionare delle modificazioni che tali virtù possono avere nel cuore di un letterato. Fra le quali virtù niun'altra dopo la rettitudine è di più gran momento che la prudenza.

La prudenza da Cicerone a buon diritto giudicata necessaria in tutte le arti (2) è specialmente utile all'uomo di stato, onde preservarlo dalla precipitanza de' giudizj; il quale vizio induce ad abbracciare le cose incognite come fossero già note, e ad acconsentire ad esse temerariamente. Vizio che non con miglior mezzo può essere schivato, salvo che adoperando nel considerar gli affari il tempo e la diligenza necessaria (3). L'uomo studioso in nessun'altra virtù politica potrà forse trovarsi esercitato, come in questa; sia che abbia timidamente incominciato i suoi studj, e perciò soprastando più volte prima di assicurarsi delle cose; sia che ponendovisi addentro con animo avventato, ed imprendendo a far cose che erano sopra la sua facoltà, l'esperimento della infruttuosa sua presunzione lo abbia fatto uscir d'inganno. Nè il disinganno de' letterati è fatto come quello de' politici. Questo giunge assai tardi: poichè mentre il favore del Principe tiene in seggio l'imprudente, la precipitanza nell'esaminare le cose è appellata prontezza di giudizio, la temerità nell'eseguirle animo risoluto, la pertinacia negli errori costanza di cuore. I quali rispetti punto non s'adoprano allorquando trattasi di

(1) Plut. in vit. Paul. Emil
(2) Cic. de fin. V.
(3) Cic. de Offic. I.

letterato ha pur egli i suoi amici che lo vezzeggiano facendo plauso alle scritture imperfette, e commendando argomenti frivoli od empi. E se ciò non ostante ei seppe tenere nello scrittojo le carte giovanili, ed appellare dalla sentenza degli amici a quella di se stesso, e se nella scelta degli argomenti per nulla stimò quella gloria contro alla quale potesse rivoltarsi la propria coscienza, ei fe' certamente un gagliardo esperimento del grado delle sue forze nel ributtare le lusinghe della falsa amicizia. Anche il letterato ha i suoi nemici, o diventati tali per accidentali ragioni o più frequentemente per discordanza di opinioni e per ispirito di parte. Se dunque egli esaminando le scritture di chi fu a lui privatamente ostile, seppe dimenticare l'autore; se entrando a discutere quistioni che accennano alle opinioni di partito seppe stare in mezzo le due fazioni, ei die' per certo tale arra dell'animo suo, che non si può dubitare, non abbia egli fatto un'eccellente prova del vigore della propria virtù, nel serbar inalterata la sua rettitudine al cospetto de' nemici. Egli infine ha da stare guardingo contro alle proprie opinioni, avvezzo qual è a vedere l'immensa distanza che passa fra le sentenze di uomini egualmente grandi e probi, come i tempi, o l'incremento delle altre scienze, o le scoperte del caso, o le invenzioni dell'industria, o le mutate condizioni civili de' popoli si accomodano più facilmente ad una o ad altra opinione. Da un letterato adunque si può per prova fattane aspettare anche in tal rispetto quella diffidenza di se stesso, che si diceva elemento sustanziale della virtù politica.

Nè è da dirsi che la virtù sua sia per iscemare variandosi oggetto: poichè non solo dalle grandi alle grandi cose, ma anche dagli affari leggerissimi agl'importanti si può formar giusta conghiettura dell'altrui virtù. Della quale perciò si può dire per l'ordinario quello che Paolo Emilio rispondeva ai greci maravigliatisi della minuta diligenza di sì gran generale negli apprestamenti delle feste da lui celebrate dopo le sue vittorie nella Macedonia: « essere « cioè egualmente necessaria la perspicacia a ben ordinare un fe-

« stino, come ad indirizzare una battaglia, acciò questa torni la più
« disastrosa al nemico, e quello sia il più possibile gradito ai
« convitati (1).

VII.

Accennato così quanto ha rispetto alla rettitudine, e lasciando che i principj generali testè sviluppati servano egualmente per le altre virtù politiche, consideriamo solamente ciò che di particolare dee notarsi nel ragionare delle modificazioni che tali virtù possono avere nel cuore di un letterato. Fra le quali virtù niun'altra dopo la rettitudine è di più gran momento che la prudenza.

La prudenza da Cicerone a buon diritto giudicata necessaria in tutte le arti (2) è specialmente utile all'uomo di stato, onde preservarlo dalla precipitanza de' giudizj; il quale vizio induce ad abbracciare le cose incognite come fossero già note, e ad acconsentire ad esse temerariamente. Vizio che non con miglior mezzo può essere schivato, salvo che adoperando nel considerar gli affari il tempo e la diligenza necessaria (3). L'uomo studioso in nessun'altra virtù politica potrà forse trovarsi esercitato, come in questa; sia che abbia timidamente incominciato i suoi studj, e perciò soprastando più volte prima di assicurarsi delle cose; sia che ponendovisi addentro con animo avventato, ed imprendendo a far cose che erano sopra la sua facoltà, l'esperimento della infruttuosa sua presunzione lo abbia fatto uscir d'inganno. Nè il disinganno de' letterati è fatto come quello de' politici. Questo giunge assai tardi: poichè mentre il favore del Principe tiene in seggio l'imprudente, la precipitanza nell'esaminare le cose è appellata prontezza di giudizio, la temerità nell'eseguirle animo risoluto, la pertinacia negli errori costanza di cuore. I quali rispetti punto non s'adoprano allorquando trattasi di

(1) Plut. in vit. Paul. Emil
(2) Cic. de fin. V.
(3) Cic. de Offic. I.

gastigare l'avventataggine di uno scrittore; ma sorge tosto o un giornalista mordente che gli rivede severamente le partite, o gli viene al fianco un amico che lo illumina, o un nimico che lo umilia, o l'opera sua dimentica e senz'avventori resta infilata negli scaffali del librajo, argomento tacito sì ma incontrastabile della temerità dell'autore.

VIII.

Questo è sapere, diceva uno dei più arguti scrittori dell'antichità (1), veder non già quello che ti sta fra i piedi, ma le cose che sono per avvenire. E l'uomo politico è chiamato ogni dì a far questa prova, la quale se non è propriamente prudenza, è certamente mezzo necessario di tal virtù. Egli ha perciò a sua regola la scienza delle cose passate, che sono imagini non fallaci del futuro. Egli ha l'esperienza de' proprj suoi fatti, i quali ammaestrandolo dell'efficacia de' mezzi da lui adoperati altra volta, lo assicurano del novello impiego che è per farne. Egli si ajuta ancora della cognizione degli ostacoli che possono attraversarsi al suo intento, e studiando il grado di resistenza che saranno per opporre li combatte anticipatamente onde non esser colto alla sprovveduta. Ed anche in ciò l'uomo letterato ha speciali sussidj ne' suoi studj. Ma di questi cadrà meglio il ragionare dove terrò conto delle cognizioni necessarie all'uomo di stato, dappoichè giova in questo argomento il considerare partitamente le virtù del cuore, e le doti o i lavori dell'ingegno.

IX.

Intanto continuando a discorrere sopra i varj effetti o i diversi espedienti della prudenza nella condotta delle cose politiche, dirò

(1) Terenzio.

che parte necessaria di questa difficile virtù si è il mutare consiglio, come entra nell'animo nostro un diverso convincimento. Succede ogni dì nel maneggio de' governi quello che nelle cose ordinarie della vita: poichè non può un uomo così diligentemente e minutamente disporre ed ordinare le parti tutte de'suoi negozj, che gli accidenti, il correre dell'età, l'uso medesimo delle cose non vi apportino sempre un qualche mutamento. Una consulta malamente provocata sparge di falsa luce l'aspetto della quistione che trattasi. Un mezzo di esecuzione rimaso inosservato è cagione della ruina di un'operazione in tutti gli altri rispetti ben ordinata. Le teorie le più brillanti della civile economia poste al cimento de' fatti si trovano qualche fiata difettive, perchè nelle cose governate da tante instabili ed oscure cagioni è raro il caso in cui si possa sicuramente fondare un principio generale. Tante sono in una parola le contrarietà che incontransi non solo ne' negozj azzardati, ma nelle cose stesse le meglio apprestate, che il cedere all'impero de' contrarj avvenimenti, e il cangiare o temperare le prese deliberazioni è virtù che tanto vale, quanto importa il cansare i più grandi disastri.

Chi però sarà in tali vicende più proclive ad arrendersi di colui che nel periodo intiero di una vita studiosa, ha consumato i suoi giorni emendando gli errori delle proprie opinioni, o notando gli errori delle opinioni altrui? Due sono le cose per cui difficultasi quel disinganno. O una tempera d'animo per cui, sia orgoglio, sia impazienza di novella disamina, l'uomo tenace ribaditasi in capo la propria opinione ritrosisce contro ad ogni tentativo fatto per istornarnelo. Ed in tal caso io non veggo come questo vizio tutto morale, o muova dalla natura, o venga inserito nell'animo per gli abiti dell'educazione, possa meglio abbarbicarsi nel cuore dello scienziato, che in quello di qualunque altro uomo. O pure la resistenza nasce da vizio dell'intelletto, il quale lasciasi talmente occupare dalla primiera persuasione, che perde per così dire la libertà del giudizio nell'esaminare l'opposta sentenza, ed allora è chiaro trovarsi tutto il vantaggio da canto del letterato; nel quale

tanto ha di momento l'esercizio più frequente della propria intelligenza, ch'ei ne riesce più abile e più pronto a considerare i diversi ed i contrarj aspetti di un medesimo negozio. Anzi se vogliamo internarci in questa considerazione della ritrosia dell'intelletto a uscir d'inganno, riconosceremo essere ciò che dicesi intelletto preoccupato lo stesso che dire intelletto circoscritto in angusti termini: poichè se si arriva a conoscere una nuova e vittoriosa ragione, è impossibile che l'animo non se le sottometta; tale essendo l'evidenza della verità, che non può esservi chi la vegga e non la riconosca. Allorchè dunque gli uomini di una sola sentenza ricusano il disinganno, dicasi pure che non cape nel giudizio loro la ragione del disinganno, e che la tempera del loro ingegno accomodata alle apparenti dimostrazioni di una sentenza fallace non patisce le considerazioni più astruse o più ardue alle quali è d'uopo innalzarsi nello studiare la sentenza vera. Nella qual cosa quanta sia la superiorità dell'uomo letterato sopra gli altri, non è d'uopo ch'io 'l dica.

X.

Alle considerazioni sulla prudenza politica conseguitano naturalmente quelle sulla moderazione: perchè o questa si riguarda come virtù abituale dell'animo, ed è figliuola della prudenza; o si applica alle gravi faccende, ed è allora la prudenza medesima, la quale ci ammaestra, che di rado torna vantaggioso l'avventurare il successo intiero di un affare, e che le più volte maggiore si è il nocumento che deriva dal non lasciar luogo veruno a penitenza, che l'utilità la quale può ritrarsi dal recar a pieno compimento un negozio.

Nell' assunto però preso ad esaminare questa virtù dee trapassarsi con brevi parole: giacchè allorquando trattasi di doti puramente morali può chiamarsi fortunato chi le possiede, e più ancora chi bene le usa; ma se havvi di quegli sfortunati che non

le posseggono, non havvi certamente di quelli de' quali sia permesso il dire che non possono esserne forniti, e molto meno se non d'individui si parli, ma di classi intere di persone, e di classi elette. E con questa osservazione io ragunerò compendiosamente in un sol luogo quanto può essere detto di più sostanziale sopra le tante altre morali prerogative di cui l'uomo di stato abbisogna.

XI.

Egli abbisogna di fermezza onde piantarsi immobile, e non lasciarsi mai ritrarre all'aspetto delle difficoltà. Egli abbisogna di coraggio civile per ispregiare i clamori di coloro ai quali è d'uopo apprestare i rimedj salutari come a fanciulli incapaci d'altro pensiero, che quello mosso dalle sensazioni presenti: egli ne abbisogna ancora per opporre il petto a quegli altri ai quali a maniera di furiosi e di mentecatti conviene amministrare i rimedi forzatamente. Egli abbisogna di amore al lavoro, poichè le alte magistrature non sono tanto onori quanto fatiche, e la fatica che non si ama, o non si fa o si fa malamente. Egli abbisogna di amabilità di maniere, acciò la verità possa venire a lui, e di paziente attenzione acciò la verità possa parlargli. Egli abbisogna di sagacità per distinguere dalla verità la maschera di essa, e di antivedimento per rimuovere ogni ostacolo acciò la verità che ha trovato libera la via fra l'oppresso e il ministro, la trovi anche sgombra fra il ministro e il trono. Egli ha bisogno di altezza di sensi acciò non vegga al disopra di se che il principe e la giustizia, e comportisi verso quelle che chiamansi superiorità sociali in maniera che i grandi personaggi sieno sempre al suo cospetto più grandi che possenti. Egli abbisogna di una certa temperanza di rispettosa schiettezza, per cui all'orecchio del Sovrano arrivi sempre la voce del vero, ma vi arrivi come a Sovrano: quindi nè confidenza che abbassi il principe, nè viltà che degradi il ministro. Egli abbisogna di dignità di forme perchè il comando è seria faccenda; e di severità

di costumi, perchè chi comanda non è mai invisibile. Egli abbisogna soprattutto d'idee e di sentimenti religiosi, perchè chi spera tutto dagli uomini, o paventa gli uomini soli, è quello di cui gli uomini deggiono fidarsi meno. Egli abbisogna di zelo tale pel pubblico prò, che gli paja diletto la fatica ch'ei dura, e vantaggio il danno personale che può tornargli, e calamità propria la calamità del popolo. Egli abbisogna in fine non solo di tutte quelle virtù morali che formano la felicità del famigliare e domestico consorzio, ma di quelle ancora fatte per una sfera più ampia di correlazioni e di dipendenze; o almeno se le virtù chiamate pubbliche non sono altro che le stesse private virtù esercitate più largamente, ei dee possedere queste in tal grado da poterne fare il miglior uso accomodato alla sua positura.

Or siccome niuno vi sarà che voglia disconoscere l'utilità e necessità di tali pregi in un ministro, così niun uomo ragionevole potrà asserire che questi pregi quantunque distribuiti assai inegualgualmente, lo sieno però in modo, che si posseggano costantemente da una medesima classe di persone, e da un'altra non possano giammai conseguirsi. Che anzi, se gli eccellenti uomini di stato sono rari in certi luoghi e in certi tempi, forse ciò addiviene, perchè le scelte fannosi fra pochi; e perciò un buon ministro cesserebbe di essere stimato un frutto peregrino, se si reputasse, qual è, frutto proprio di ogni terreno.

XII.

Tai pregi essendo di natura uniforme poteano essere disaminati con un solo ragionamento. Havvi però un'altra dote politica, che mezzo morale e mezzo intellettuale, merita per l'importanza sua se ne tenga in questo luogo più disteso conto. È questa il così detto uso di mondo, pel quale gli uomini che trovansi di continuo in riguardo di altri uomini di ogni tempera e di ogni classe, acquistano per se stessi l'abito di manifestare i soli loro sentimenti

non offensivi, e studiano negli altri insino a qual punto sappiano essi usare la medesima cautela. Da questa mescolanza di diffidenza di cuore e di acume di mente nasce quella avvedutezza, per cui si ravvisa a primo tratto in chi s'accosta, se egli è sagace o di poca levatura, schietto od infinto, passionato od imparziale, di generosa o meschina natura. E di quest'avvedutezza grandemente giovasi l'uomo di stato non solamente per ischermirsi dagli artifizj degli ipocriti, e per schivare gli errori delle buone apparenze, ma soprattutto nelle scelte che dee fare per l'amministrazione del governo, delle quali le tante che fannosi co' panni in su gli occhi sono per molti giusto argomento onde affermare che il conoscere gli uomini è ne' ministri dote più importante che comune.

Forse potrà dirsi con egual ragione, che se tal prerogativa non è comune nelle altre classi di persone, sia anche più rara fra i letterati. Chiusi nel loro gabinetto, impiegando nella meditazione le molte ore che disperdonsi nei così chiamati doveri sociali, disgustati più volte di non incontrare nelle cose di quaggiù quel bello ideale che careggiarono nella loro fantasia, e che può del pari concepirsi nelle astrazioni fatte sopra le cose fisiche come sui movimenti morali dell'animo, presi in somma d'ardente affetto pel loro studio, e meno curanti perciò di quanto li distoglie dai pensieri prediletti, eglino contraggono le tante volte un abito o di ripugnanza per gli altri negozj, o di spregio per le idee e per le faccende comuni, o più di frequente acquistano nei dolci lavori delle lettere una tal quale mollezza e bontà di cuore, che li rende od incapaci di sopportare il peso della pubblica amministrazione, od inabili a resistere alle mille contrarietà quotidiane, che l'uomo di stato incontra nelle sue operazioni, o facili ad esser aggirati in quel cerchio di persone scaltrite che non manca giammai intorno al potere.

Io non niego che lo studio abbia in se tanta soavità, che se ne disgradi per l'uomo saggio ogni favore ed ogni onoranza mondana. Non niego che lo studio innalzi l'animo a tanta nobiltà di sensi da

far apparire come poste in assai basso stato molte delle cose delle quali menasi più gran rumore fra gli uomini. Ma non perciò voglio affermare, che quella spassionatezza ed indifferenza sia frutto del solo studio, o siane effetto necessario ed universale. Non v'ha professione, non v'ha maniera di vita anche privata, che non attacchi fortemente l'uomo virtuoso agli abiti che vi ha contratto, e lo studioso non ama meglio i suoi libri e le sue scritture, di ciò che il padre di famiglia ami i domestici penetrali e i cari pegni dell'amor suo, o l'uomo industrioso i suoi ingegni e i suoi trovati, o il trafficante i suoi negozi. E se ristringonsi le riflessioni dalle cure o private o libere alle pubbliche, ogni maniera di pubblico officio è come un modello entro al quale s'informano egualmente uno dopo l'altro gli uomini chiamati ad esercitarlo; e perciò, come dicesi, che i servigi aulici rendono somiglianti fra loro persone poste in distanti paesi, così anche può dirsi, che dappertutto i giudici si assomigliano in qualche rispetto fra loro, e dappertutto gli amministratori hanno eguali maniere, non già per le forme estrinseche, ma per lo spirito da cui sono animati che spira dappertutto egualmente. Onde trovasi quasi sempre nelle persone esercitate a render la giustizia una severità di massime e uno scrupoleggiar di forme, che quanto è necessario nel porre i fatti in confronto della legge scritta, altrettanto può tornar dannoso nel ragguagliare i pubblici bisogni coi rimedj da apportarvisi. Come per una ragione di egual origine l'amministratore o scambia le più volte l'interesse pubblico per l'interesse fiscale, o non bastantemente costretto da regole lascia luogo all'arbitrio laddove ha già il suo impero la legge.

Qual cosa adunque conseguita da tutto ciò? Che il letterato è al pari di tutti gli altri uomini governato dai propri abiti, o lo è anche più strettamente; ma non già ch'ei non possa serbare la libertà dell'animo e delle sue applicazioni, o mutar pensieri e cure. Se dunque il letterato non ama i pubblici negozj, ben gliene torni. Qualora però la natura de' suoi studj, o la sua positura sociale, o

l'occhio perspicace del principe, che talvolta si affisa in luogo dove non è pregato a volgersi, son cagione che il letterato chiamisi a lasciare il pacifico suo scrittojo ed a sottentrare al peso de' pubblici negozj, allora dee solamente desiderarsi che il letterato sia un uomo dabbene: perchè l'uomo dabbene e scevro d'ambizione farà squittinio rigoroso nella propria coscienza; e s'ei non sentesi tale da rispondere alla grandezza de' novelli doveri, ei li ricuserà. Ma se egli accetta l'incarico, ciò sarà argomento che non gli è mancato quell'uso di mondo, e quell'accortezza che acquistasi nel conversare coi cattivi: giacchè non perchè i letterati amino gli studj solitarj hanno da esser tenuti in conto di salvatichi, o di abitatori di un diverso mondo: nè la finezza della continuata pratica è da porre in confronto con la penetrazione e con la sicurezza del primo muover d'occhio dell'uomo perspicace.

XIII.

Veggiamo adesso se come dal lato delle doti morali così anche per ragione dei pregi dell'intelletto l'uomo dedicato alle scienze o alle lettere debba riputarsi abile alla trattazione delle faccende politiche.

Già sopra si è detto essere necessaria all'uomo politico la notizia delle cose in addietro avvenute onde giudicare e conghietturare dell' avvenire. Gli studj storici che gli sono necessarj sono in particolare oltre la storia patria quelli ragguardanti ai paesi, i quali per ragione di commercio, di vicinanza, di politica dipendenza, o di politiche convenzioni, hanno con il paese che si governa comuni o distinti i vantaggi, libera o necessaria la corrispondenza delle pubbliche operazioni. Nella qual cosa tanto è lontano che il letterato sia per iscapitare, che l'uomo di stato dee in tal rispetto essere quasi un letterato: poichè il suo studio nella storia dei tempi andati non dee già essere, come quello degli uomini tolti dal mezzo, una cognizione nuda di alcuni ordini di fatti o importanti o curiosi, ma un

giudizio continuo della moralità delle azioni, e delle cagioni che le produssero; e una rivista di fatti, sperperati per l'uomo volgare, e per lui rispondenti l'uno all'altro, col confronto de' quali ei s'avvezza non a metter in filza una genealogia di nomi o i fasti di poche illustri famiglie, ma a misurare il grado di civiltà ne' popoli, a riconoscere l'effetto delle buone instituzioni, a commendare per leggi perfette quelle sole che sono più acconce all'indole ed alla capacità de' governati, a ridurre in somma lo studio della storia per mezzo della filosofia a que' finali risultamenti, i quali riproducendosi infallibilmente ogni qual volta ritornano le medesime cagioni, sono vera scienza per l'uomo studioso, e sicuro avvertimento per l'uomo politico.

XIV.

Si è anche sopra accennato, che nella cognizione de' mezzi di governo e degli ostacoli che si attraversano alle operazioni politiche, era studio sustanziale quello dello stato attuale del paese, cioè dell'attitudine sua materiale alle cose che vogliono innovarsi, e della disposizione d'animo de' governati. Questa cognizione elevata giustamente in questi nostri tempi alla dignità di scienza, in quanto ragguarda ai metodi più agevoli e più chiari di ordinare le notizie statistiche, non richiede già grande perspicacia d'intelletto, ma solamente attenzione di mente e pazienza di lavoro; o per meglio dire ricerca solamente amore al proprio officio, giacchè colui che volonteroso si accinge ad un'impresa non cura la noja o la molestia di qualunque minuta indagazione che gli sia perciò necessaria. E meno di qualunque altro la curerà lo scienziato, che in minutissime ed anche disamene investigazioni spende tratto tratto il suo tempo, o per vedere ciò che altri ha scritto sulla materia da lui trattata, o perchè una prima ricerca risveglia la curiosità della seconda, od anche per iscopo indeterminato e per solo amore al sapere. Veggansi perciò i fogli manuali, e i così detti zibaldoni

dell'uomo studioso. Tu vi trovi talvolta una serie ordinata di ricerche scientifiche, e compendiato o posto insieme il frutto di diverse letture: più sovente una mescolata di materie disparate, onde alla notazione d'uno squarcio di autore classico tien dietro l'estratto di un giornale, a due bei versi il cenno di una scoperta mecanica, ad una data di tempo o di luogo appartenente alla vita di un grand'uomo il nome di una pianta le cui ragioni di famiglia sono state di fresco chiarite, ad un ricordo storico di fatto peregrino un vezzo di lingua, ad una sentenza che ha venti secoli di vita un pensiero venuto d'improvviso in mente allo scrittore, e tenuto come in deposito fra quelle carte perchè vegga la luce in tempo opportuno; giacchè le felici concezioni vengono alle volte come le altre buone fortune, senza essere aspettate.

Ad uomini così avvezzi a far conserva di ogni ricordo od importante o dilettoso, non può tornare nuovo o molesto l'aver sott'occhio e il paragonare quei risultamenti che appellansi di aritmetica politica, i quali hanno per l'uomo di stato la maggiore importanza, e talvolta anche sono cagione per lui di gran compiacimento. Non v'ha in effetto scoperta nelle cose antiche che possa esser ragguagliata nel diletto con quella se non iscoperta almeno dimostrazione degli effetti prodotti da' politici ordinamenti. Nè v'ha illustrazione nello studio delle antiche vicende che sia più lampeggiante del tacito argomento che da qualcuna di quelle cifre s'inferisce. Giacchè la prosperità di un paese di rado resta occulta o dubbiosa; ma si chiarisce con l'incremento della popolazione, con l'agiatezza delle classi mezzane, col fruttuoso lavoro degli operaj, col numero delle industrie, col bilancio vantaggioso del commercio attivo e passivo; come la civiltà sua si manifesta nello stato della legislazione, nella rarità de' misfatti, nelle instituzioni di pubblica beneficenza, nella purità delle pratiche religiose, nell'indirizzamento de' buoni studj...

XV.

Il fondamento però di tali lavori è posto nella scienza dell'economia civile o politica, di recente rinata, od almeno di recente più ampiamente professata, di cui, sia detto in passando, gl'italiani diedero le prime lezioni e fecero i più antichi sperimenti. Forse è danno di tale scienza quello che tiene alcune altre scienze in una continua vibrazione di diverse o contrarie e sempre infelici prove, l'amore cioè dei sistemi generali: poichè lo sforzo che bisogna fare onde ridurre tutte le varie operazioni dell'uomo compagnevole ad un solo movente, o per risolvere le medesime operazioni in maniera che s'indirizzino ad un solo scopo, obbliga gli scrittori a curar meno l'evidenza de' fatti che la corrispondenza di essi alle teorie. Per la qual ragione nell'aver ritrovato difettive al confronto delle cose reali alcune di tali teorie, io pensava qualche volta, che siccome ogni clima ha in qualche rispetto la sua medicina speciale, così dovesse ogni provincia aver qualche regola separata di civile economia: giacchè a poco o nulla giova la comunione dei canoni fondamentali che formano una scienza di astrazioni, quando nella pratica tante sono le maniere di mettere ad effetto que' principj, quante sono le diversità degli uomini e delle cose con cui deggiono essere ragguagliati. Io perciò porto opinione che se l'uomo di stato il quale ignora o spregia le massime di tale scienza corre rischio di cadere ne' più dannosi abbagli, colui che vuole in ogni evento ed immutevolmente uniformarsi ai precetti della scienza corre pericolo uguale. Laonde siccome in dubbia luce non l'occhio solamente è nostra norma, ma si chiama in ajuto la mano, che tentando ne assicuri di ciò che ci si para innanzi, così negli affari di stato l'occhio solo della scienza senza il soccorso degli sperimenti fatti nelle condizioni d'ogni luogo può guidare erroneamente. Comunque siasi, la regola per governarsi in tali materie è nel cuore e nella mente del ministro, cioè nella pacatezza, imparzialità e sincerità delle discussioni, nella copia de' lumi che vi

si apportano, nella forza e profondità del ragionamento. Delle quali cose tutte, per le osservazioni di sopra fatte, meno che in qualunque altra persona dee trovarsi difetto negli uomini per professione studiosi.

XVI.

Dirassi forse che in tale giudizio può ad essi mancare quell'esperienza di negozj politici, la quale supplisce alle volte alla scienza, e non è colla sola scienza compensata. Ma è d'uopo non perder di vista che l'esperienza non è così la pratica di molti anni, come la cognizione sincera de' fatti, e il conto aggiustato delle cagioni dalle quali mossero. Più dunque che il tempo giova l'ingegno; e il giovanetto che incomincia la sua carriera ha perciò più volte la vista più penetrante e più sicura di coloro che attemparono nel mestiere. E se in ogni età si videro, e nella nostra specialmente, dalle professioni le più disparate e le più umili, sorgere in un tratto come per prodigio uomini di quasi innata maestria, che in un sol passo arrivarono e lasciarono tosto per lunghissimo spazio dietro a se coloro che erano passati pei gradi tutti dell'antico formolario, ciò prova che il vigore la risolutezza, la perspicacia e le altre virtù che abbreviano il tirocinio dell'esperienza non sono concedute o negate ad alcun ordine di persone; e che gli uomini sommi sono solamente rari, perchè non si sanno ricercare o riconoscere.

XVII.

Molte altre sono le scienze che l'uomo politico dee conoscere addentro, od almeno averne fatto assaggio tale, che vaglia a farlo giudicare per se solo del valore delle consulte da lui dimandate sugli affari di stato. Gli è necessario fra gli altri lo studio della giurisprudenza. E questa non così gli è utile per quanto ragguarda alle private ragioni, quanto perchè tale studio fatto con l'ajuto della

filosofia avvezza l'animo a ponderare ogni negozio colle bilance della giustizia; la quale avendo per l'ordinario due sole risposte a fare in ogni quistione, distoglie l'uomo che vi si è addimesticato da quella meschinità de' partiti mezzani, i quali anche dove non partoriscono danno, sono sempre un perditempo; nissuna cosa giovando meglio ad arrestare le pratiche de' presontuosi o de' malvagi come quello spedito *non si può fare*, che distrugge di primo tratto tutte le macchine apprestate; siccome nissuna cosa incoraggia maggiormente i maneggi, o facilita gl'ingiusti temperamenti ai quali la lunghezza del tempo presta l'occasione in alcuni affari, al pari di quelle melate parole, che sotto nome di riserva, di novella disamina, e di mezza concessione e mezzo rifiuto lasciano il ministro avviluppato senza necessità in un negozio imperfetto, e il chiedente dubbioso fra la confidenza e'l disinganno.

XVIII.

È pur necessaria al ministro una cognizione non del tutto leggiera delle scienze naturali e fisiche. Queste hanno così stretta correlazione coll'agricoltura coll'industria e col commercio del paese, che un ministro dee avere di esse la notizia che basti a fargli conoscere, se un nuovo progetto meriti disamina, se un nuovo ingegno voglia esser protetto, se una novella apertura di traffico prometta buona riuscita. Nè si dica che non mancano ai ministri le consulte degli uomini consumati nella scienza, co' quali egli si consiglia: perchè è regola di governo che i consigli sieno consigli, e e le deliberazioni non si confondano sempre con essi. Tante sono le condizioni di un negozio le quali non deggiono mettersi in consulta, o per cui il consigliere è sprovveduto di mezzi di giudizio, e tanto sono diversi gli aspetti delle cose secondo l'altezza donde sono vedute, che il ministro come dee esser egli il giudice del primo movimento da darsi agli affari, così dee esserlo dei decisivi ordinamenti. Per la qual cosa l'uomo di stato digiuno di

principj scientifici dovendo essere governato interamente dall'opinione altrui, mettesi nel pericolo di operare imperfettamente, come imperfette per vari accidenti possono essere state le disamine commesse a chi, avess'anch'egli tutta l'attitudine, non ha quello che chiamasi interesse per la cosa; il quale sia amor di gloria, sia timore del conto che dee rendersi del successo degli affari, non può essere così vivo nel cuore di un consigliere come in quello del ministro. Onde anche nelle cose politiche come nelle civili e famigliari io stimo vera la sentenza la quale vuole che ciascheduno faccia il suo officio.

XIX.

Non è d'uopo il dire, come in alcune parti delle scienze esatte sia necessario al ministro il proprio studio: poichè se il soccorso di qualche studio almeno elementare di tali scienze è indispensabile nell'amministrazione del proprio patrimonio, solo che sia alquanto esteso il maneggio de' privati affari, come non lo sarà pel governo di uno stato, e nell'indirizzamento a dare ai molti e complicati negozj che ne sono la materia?

XX.

Non è d'uopo nè pure di notare che tali osservazioni possono con eguale ragionamento e con eguale temperanza esser applicate a parecchie altre scienze, l'uso delle quali ne' termini de' diversi affari politici è come pietra d'assaggio per assicurarsi del valore delle cose. Solo nel dar termine a questa enumerazione degli studi scientifici necessarj all'uomo di stato io dirò, che quanto è discosto dal vero chi stimasse questi studj vano lusso di sapere in un ministro, tanto lo sarebbe chi volesse render impossibile un buon ministro richiedendo da lui studj profondi in tanta moltitudine e ricchezza di scienze. Non havvi uomo enciclopedico, e molto meno

può esserlo un ministro. Egli dee conoscere le varie province scientifiche pressochè al pari di quelle del proprio paese; le quali non v'ha d'uopo ch'egli abbia minutamente visitato ricercando ogni rivo ed ogni colle, ma basta a lui che ne sappia la positura, la distesa, le produzioni, le dipendenze territoriali, lo stato della popolazione, quelle cose in somma sulle quali in caso di bisogno o di opportunità possa far fondamento per maggiori ricerche.

XXI.

Dove tuttavia si dovessero pretermettere tutte queste considerazioni, non potrebb'essere passata in silenzio un'altra gravissima ragione sopra la necessità di quegli studj. Gli studj pubblici abbisognano sempre di direzione e di regola, gli studj privati d'incoraggiamento. Come il ministro novizio nelle scienze saprà compiere a sì alti e rilevanti doveri? Come non correrà il rischio di lasciare inonorati e senza conforto alcuni studj, che per la severità loro attraggono a pena l'attenzione comune, e per l'asprezza loro vogliono uomini portati da gagliardo amore per la scienza, od incalorati dalla speranza del favore? Come resisterà alla corrente di certi studj di moda che futili o dannosi conducono i più begl'ingegni a lavorare in terra sterile o in terra ripiena di piante malefiche? Come conoscerà la spendita infruttuosa di tempo che fassi col rimetter in onore alcune disputazioni delle quali la storia letteraria dei secoli passati ci palesa la vanità? Come schiverà il cimento cui s'espone talvolta la quiete de' cittadini, permettendo il ritorno di alcune altre disputazioni, delle quali la storia anche politica degli stessi secoli ha dimostrato il pericolo? Come distinguere le ricche e feconde scritture dalle opere meschine e senza frutto? Come le nobili fatiche dello scrittore originale da quelle di coloro che possono esser appellati indoratori delle opere altrui, e che non abbondano ma formicano oggidì in ogni luogo? Come in una parola potrà essere indirizzatore di studj l'uomo non studioso?

XXII.

Con queste riflessioni, per mezzo delle quali non solamente è chiarito l'ufficio del ministro, ma dimostrato ancora di quanto momento possa essere per lo stato la scelta d'un ministro scienziato, io pongo termine alla disamina di questo assunto particolare, che riguardava ai soli scienziati; e passo a considerare quanto in questo rispetto può dirsi per l'altra classe degli uomini studiosi, cioè pe' letterati.

Molti non considerano le lettere che come fiore del sapere. E fosse anche ciò vero, e non dovessero giammai questi fiori allegare e divenir frutti, sarebbe sempre necessario al ministro uno studio il quale ingentilisce l'animo irrigidito dalle gravi meditazioni, e conforta la mente spossata per le quotidiane fatiche. Ad essi ancora può essere perciò indirizzato quel noto consiglio di Platone a Xenocrate, sagrifica alle grazie: poichè, per servirmi delle parole del più illustre scrittore latino che fu ad un tempo illustre uomo di stato, le altre dilettazioni nè sono di tutti i tempi, nè di tutti i luoghi, nè di tutte l'età; ma gli studj delle lettere nutrono l'adolescenza, rallegrano la vecchiaja, sono ornamento nostro nelle cose prospere, rifugio e conforto nelle avverse, dilettano in mezzo alle faccende domestiche, non si attraversano al successo dei nostri negozi esterni, con noi pernottano, viaggiano, villeggiano (1). Ma non è vero che le lettere sieno solamente un aggradevole passatempo. Esse sono l'espressione la più nobile de' più nobili pensieri, la dipintura la più verace della natura, la molla segreta del cuore dell'uomo, e il mezzo più sicuro per governarne la volontà. E se le scienze ci associano quasi alla somma possanza del creatore, le lettere sollevano alquanto il velo che cuopre le belle forme divine, e ne danno un'idea della suprema bontà. I letterati illustri sono perciò giustamente stimati l'ornamento delle nazioni in mezzo alle

(1) Cicer. pro Arch. Poet.

quali nacquero, perchè nell'intelletto di essi ha Iddio stampato meglio che in qualunque altro più visibile orma; e a differenza delle scienze che hanno fasi diverse e diverse sentenze secondo i tempi, il bello delle lettere, quel bello ch'è la veste più preziosa del vero, è oggidì quello stesso che era già nella mente di Dio allorchè ordinò le leggi della natura, quello stesso che la natura ben contemplata ha fatto passare come in uno speglio nel cuore dei più eletti ingegni, e che da generazione in generazione ha formato le delizie degli uomini colti.

XXIII.

Lasciamo però anche da banda questi pregi da nessuno disconosciuti; non potrà negarsi non sia oggidì la letteratura un pubblico bisogno nello stato di crescente civiltà delle nazioni. Il perchè siccome ogni bisogno dei popoli entra necessariamente nel numero dei doveri dell'uomo politico, è obbligo indispensabile per lui (al pari di ciò che testè si notava per le scienze) di ben addirizzare gli studj letterarj, d'incoraggiare le buone scuole, di distinguere e guiderdonare i nobili ingegni. Egli dee dunque avere un giusto senso del bello letterario, il quale non si acquista senza studio. E allora non prenderà in iscambio dell'eloquenza l'affettazione di frasi peregrine, e saprà discernere il brio dalla leggerezza, la diligenza dalla ricerca di ogni minutaglia, e i pregi apparenti dai pregi veri. Allora saprà anche per se stesso conoscere le buone e le dannose dottrine, e metter per così dire il peso del suo favore nel guscio della bilancia, quando nel correre di malvagi tempi il giudizio delle cose letterarie è nelle mani d'uomini usciti fuori delle buone strade. Il qual favore forse si dovrà un giorno chiedere altamente se si allarga l'invasione delle matte opinioni di coloro, che ricercando il bello letterario nella natura guasta, o fuori della natura, sono già in sulla via per ricondurre le lettere ad una novella barbarie. Allora l'uomo di stato saprà rimeritare degnamente le scritture dei

letterati; e non si rinnoveranno gli esempi di quel ministro che premiava un sonetto dell'Achillini, come avrebbe potuto premiare i versi di Virgilio pel giovine Marcello; e di chi scrivendo Pietro Corneille privilegiava le rime di Chapelain.

XXIV.

Non è questa tuttavia la sola cagione per cui la letteratura e la politica deggiono darsi la mano. Havvene un'altra di tanto più grande importanza, quanto più poco considerata. Le scritture dell'uomo di stato o deggiano veder la luce e passar così sotto gli occhi degli stranieri, o deggiano aggirarsi solamente fra le mani de' nazionali sono sempre l'espressione della sovrana volontà; e dovrebbero perciò rispondere nella dignità dello stile alla grandezza del principe, nella proprietà alla condizione delle materie che trattansi in suo nome, nella temperanza alla delicatezza di tali materie, ed alle cautele che esse richieggono. Non si vuole già da me, che lo stile segretariesco sia un esemplare di stile classico, o che la chiarezza e la precisione si tengano in minor conto che le scrupolose avvertenze de' più severi legislatori delle favelle. Ma havvi una immensa distanza fra lo scrivere purgatissimo e lo scorretto, fra una temperata libertà nell'adoprar parole di nobile uso, e l'ignoranza della lingua, fra ciò che sarebbe ridevole per una squisitezza e lavoro di frasi non adeguate al suggetto, e ciò che lo è per la bassezza o scempiataggine delle forme di dire. E ciò sia inteso solamente per le scritture ordinarie.

XXV.

Ma sonovi fra le scritture dell'uomo di stato scritture tali, che tutta vogliono la finezza l'altezza e l'artifizio dello scrittore il più addestrato a colorare acconciamente le proprie idee. In certi casi ogni parola può racchiudere un mistero, e valer più o meno siccome

saranno per gittare le sorti; in certi altri casi ogni parola dee essere mezzo evidente di chiarezza ed argomento invincibile contro alle future interpretazioni. In certe condizioni di tempi si parla risolutamente come dall'alto, e in certe altre con artifiziata pacatezza come da chi è nel basso. In certe occasioni si combatte, ed in altre si schiva una sentenza. Ora si mettono in mostra, ed ora si fanno veder da lungi gli argomenti migliori. Or si parla lungamente di ciò che meno cale, e quasi alla sfuggita si tocca la molla più possente del negozio; ora si scambia l'artifizio del tacere con quello del parlare, e si mostra di voler aprire il proprio animo, acciò gli altri possano leggervi quello solo che noi vogliamo. Scritture di tanto momento male si commettono ad altri. Il ministro stesso dee allora stringer la penna, ed egli solo è fatto per esprimere degnamente quello che meglio di ogni altro egli dee comprendere. Ma il ministro si troverà al dissotto del suo debito, se negli altri suoi studj non hanno avuto gran parte le lettere; se per queste non ha arricchito la sua mente delle varie maniere di espressione colle quali può essere avvivato un medesimo pensiero; se non ha acquistato per esse la sottigliezza di gusto che fra queste diverse maniere gli fa tosto ravvisare quella che meglio risponde al bisogno; se, in una parola, non è egli così padrone delle proprie idee ch'ei possa ritrarle in carta quali le concepisce nell'intelletto: giacchè basta è vero per concepire altamente e nobilmente l'aver l'ingegno nobile ed alto, ma perchè queste idee producansi in luce senza essere digradate della nativa dignità, uopo è di avere sopra l'ingegno l'uso di bene scrivere. E come assennatamente dicea Cicerone dello stile mal acconcio con cui prima di lui erano state le materie filosofiche trattate dai latini, può ben avvenire che taluno rettamente senta, e nondimeno non possa esprimersi politamente. Nel qual caso, soggiungea egli, coloro che scrivono i proprj pensieri senza posseder l'arte di ordinarli ed illustrarli e di cattivare col diletto l'animo del leggitore, abusano intemperantemente dell'ozio e delle lettere; nè hanno a far altro di meglio,

che di leggere i libri loro nel mezzo di quelle persone che bramano per se stesse la licenza di così scrivere (1).

XXVI.

Qui dunque brilla particolarmente l'utile opera del ministro letterato, il quale scrive pel principe come scriverebbe per la propria gloria. Allora gli atti di un governo che per la picciolezza sua ha poca parte nell'attenzione degli stranieri sono ricercati e letti, e le cose che per se stesse resterebbero ignorate si propagano pel solo merito dello scrittore. Allora il sovrano parla come conviensi a sovrano, e il rispetto che per ogni riguardo se gli dee è anche cattivato dalla nobile maniera con cui è sempre palesata la sua volontà. E tolgasi pure dal capo la falsa opinione chiunque credesse, che nei negozj di stato le forme di dire sieno lieve cosa. Quando l'uomo di stato tratta un affare ha bisogno le più volte di persuadere altrui. Quando ei comanda la stessa persuasione gli è di grandissimo ajuto; giacchè meglio si obbedisce quando l'animo è convinto, e le passioni ed affezioni degli uomini, come osservò Plutarco ragionando della eloquenza politica di Pericle (2), sono come tuoni e accordi dell'anima, che vogliono essere suonati da mano maestra. In ogni caso pertanto l'uomo di stato dee essere fornito di quelle doti che vagliano a dare alle scritture sue tutta la maggior perfezione appropriata al suggetto.

XXVII.

La storia di tutti i tempi dimostra quanto sia felice questa colleganza della politica e delle lettere. Non voglio in tale rispetto dir cose troppo note, perchè meglio giova il ragionare che l'esemplificare.

---

(1) Cic. Tuscul. I.
(2) In vit. Pericl.

Accennerò nondimeno alcuni nomi più illustri, i quali dimostrano evidentemente che nell'antica e nella moderna età brillarono sovente unite quelle due doti. Sebbene per ciò che appartiene ai tempi antichi io veggo una ragione speciale di tal unione. Lo studio degli antichi era più spontaneo che il nostro. Mancavano ad essi quei tanti ajuti di pubblica instituzione che abbondarono dappoi; mancava soprattutto il gran mezzo di studio nato con la stampa. Pochi pertanto ed eletti uomini guidati da gagliarda inclinazione al sapere davansi agli studj; ed era quasi di necessità che in mezzo ad essi si dovessero trovare gli uomini abili a trattare le cose pubbliche, le quali anche per coloro che spregiano in questo riguardo le scienze e le lettere non possono venir condotte senza un qualche studio. Le lettere oltre a ciò mescolavansi coi negozi politici degli antichi, chiamati per le maniere del loro governo a ragionare in pubblico delle bisogne più importanti dello stato. Per queste ragioni Pitagora fu legislatore, e Platone uomo di stato. Per ugual motivo Solone era poeta, e Marco Catone storico ed oratore illustre, e filosofi ed oratori illustri erano il giovine Catone e Marco Bruto. Per ciò l'amore ardente delle lettere o della filosofia trovavasi congiunto colla scienza politica in Pericle, in Dione, nel secondo Scipione, in Ottaviano Augusto. Perciò i più bei commentarj di guerra si debbono al più gran capitano de' tempi antichi; e Senofonte comandò egli stesso e descrisse una delle più ben avvisate operazioni guerresche dei greci. Perciò il più grande degli scrittori latini fu un gran Console; e uno dei migliori imperatori di Roma uno scrittore di filosofia morale. Perciò nei tempi medesimi dell'impero, quando minoravasi ogni dì il numero dei grandi uomini, noi troviamo unita la dignità di Console, e la riputazione di Console illustre nel giovane Plinio, in Cornelio Tacito, in Dione Cassio, in Simmaco; e troviamo un saggio e coraggioso consigliere di principi in Dione Crisostomo, e un ministro di gran cuore in Ulpiano. Perciò l'animosa regina di Palmira guidossi col senno di Longino, e il Goto Teodorico ebbe accanto a se Boezio e Cassiodoro.

Perciò scendendo in giù nella stessa storia dei Longobardi e dei *due imperj Franco e Germanico*, veggonsi quei pochissimi uomini *che ebbero fama di sapere* e di lettere diventare gli amministratori *dei negozi maggiori* dei loro principi. E tal era presso all'ultimo *re dei Longobardi* lo storico di essi Warnefrido, meglio conosciuto col nome di Paolo Diacono. Tale appresso al distruttore del regno Longobardico fu quell'Alcuino maestro e consigliere di Carlo M., al quale è dovuto se nell'impero glorioso di lui si aggiunse agli altri vanti quello di aver ridestato ed onorato i buoni studj. Tale fu due secoli dappoi quel vasto e caldo ingegno di S. Bernardo, il quale tanta autorità ebbe ad esercitare sugli uomini della sua età, che rari sono nella storia gli esempi di chi al pari di lui abbia volto a suo talento le menti dell'universale dei popoli. Tale fu dopo altri due secoli quel Cancelliere Pier delle Vigne il quale, per servirmi delle parole di Dante, sapea volgere in modo assai soave le chiavi del cuore di Federigo II. imperatore, serrandolo e disserrandolo a sua posta, benchè poscia gran disavventura gliene sia tornata.

XXVIII.

Ma dappoichè le scienze furono più ben coltivate, e le lettere lo furono se non più bene da maggior numero di persone, la professione di scienziato e di letterato acquistò un carattere più speciale. Ogni scienza allargata oltre agli antichi termini volle per se tutto l'uomo. Le lettere diventarono quasi un privato mestiere. Quindi avvenne ciò che nelle industrie: vale a dire, che accrescendosi i bisogni e il lusso, si moltiplicarono non solamente le arti, ma ogni arte ebbe le sue divisioni, e le divisioni ebbero gradi diversi di finezza e di bontà, ed ognuno di questi gradi servì a distinguere una professione separata. E si videro allora in ciascuna scienza uomini di quella sola scienza, ed in ogni provincia letteraria uomini di nient'altro curanti, salvo del loro studio: come per ugual

ragione si videro in ogni pubblica magistratura candidati paghi di possedere il corredo di scienze e di lettere ch'è strettamente necessario e nulla più, e tuttavia abili o fortunati nel maneggiare i grandi affari.

Nulladimeno anche dopo avvenuta tal mutazione molti furono coloro che seppero rendersi chiari in ambe le maniere. E per tacere dell'età più vicine a noi, e della nostra (nella quale se abbondano unite queste due glorie in alcune regioni e soprabbondano in alcune altre ciò debbesi a particolari ragioni dei tempi) non havvi provincia d'Europa la quale dopo il risorgimento delle lettere non vada debitrice di grandi opere politiche al consiglio d'uomini per professione studiosi.

XXIX.

La vecchia Francia perciò onorò come uomo di gran senno nelle cose politiche e come scrittore degno di riguardo, secondo le condizioni dei tempi, quel Filippo di Mornay chiamato giustamente l'uomo saggio dell'Enriade, ministro ottimo d'un ottimo re, ed autore di molte opere di politica di filologia e di religione. Lo stesso ottimo re stimò grandemente come uomo politico il presidente De Thou autore della storia dei suoi tempi e di molte poesie latine. Eguale onore diede pure la vecchia Francia al cancelliere Daguesseau, rinomato per dottrina di stato, per vigore e costanza d'animo, per l'amor suo alle lettere coltivate da lui anche nell'età la più avanzata; e a quell'altro non meno celebrato cancelliere Michele de l'Hopital, il cui nome risveglia l'idea del complesso di tutte le virtù necessarie ad un uomo pubblico, quella non eccettuata dello studio delle lettere, ch'egli professò come poeta, come oratore, e come scrittore di memorie storiche. Il cardinale di Bernis fu meglio pregiato dalla vecchia Francia per le opere sue letterarie che pel suo ministero. Pure s'ei verrà giudicato anche in questo rispetto secondo le difficoltà di quei tempi, può il suo ministero esser ricordato con qualche lode. Così quantunque l'abate Mably non abbia

mai fatto un passo verso la fortuna e siasi ridotto alle sole fatiche letterarie, pure può egli essere con eguale elogio annoverato fra i celebri uomini di stato francesi, avuta ragione del penetrante suo antivedimento nei negozj politici, per cui pronosticando tutte le maggiori mutazioni avvenute in America e in Europa, e quelle sopra le altre della sua patria, vedea già egli nella luce del suo intelletto, come doveano fra breve tempo spigare e granire in copiosa messe i semi di nuove cose politiche gittati nella sua età.

XXX.

L'Inghilterra al pari della Francia può nei tempi dei quali si parla mostrarne, come dalla professione dei buoni studj si faccia scala a maneggiare le faccende di stato. L'Inghilterra, nella quale i primi semi di ogni civiltà e di ogni sapere furono gittati da un sovrano, che fu allo stesso tempo amatore e coltivatore zelante d'ogni studio e savissimo regnante, cioè da Alfredo con ragione intitolato *il grande*. Io non voglio tener conto veruno del gran cancelliere Bacone di Verulamio, non letterato solamente e scientifico, ma restauratore delle scienze in Europa, a benefizio delle quali riaccese egli la fiaccola della filosofia. Non voglio dico tenerne conto veruno, perchè alla grande sua fama di scientifico male rispose la condotta sua politica. L'Inghilterra però annovera fra i suoi scrittori l'altro celebre suo cancelliere Tommaso Moro; e il cardinal Polo, e il duca di Buckingam, ministri prudenti ed abili in tempi assai malagevoli; e il visconte di Bolingbroke ministro appropriato ai migliori tempi in cui visse; e Davide Hume, la cui gloria di eccellente storico non dee far obbliare i servigi importanti da lui renduti alla Gran-Brettagna in varie ambascerie, e nel partecipare al governo del regno.

XXXI.

Si potrebbero così passare in rassegna le altre signorie; fra le quali anche due delle più recenti di quelle che precedettero la novella era politica, cioè la Prussia e le province unite d'America, annoverano fra le glorie loro maggiori, quella il regno di Federico II, e queste la gran parte presa nella guerra dell'indipendenza dall'autore della *Scienza del buon uomo Riccardo*, e delle novelle scoperte elettriche.

XXXII.

É però per noi di eguale momento e di maggior diletto il ragionare della sola Italia, anche perchè nei tempi dei quali si è parlato l'argomento riuscirà assai meglio dimostrato scrivendo di un paese, nel quale di gran lunga è maggiore che in qualunque altro il numero degli uomini meritevoli in quel rispetto di ricordanza.

E certamente dee tornar caro agl'italiani il rammentare, come quegli uomini medesimi che noi veneriamo per creatori della volgare favella e per restitutori della letteratura, abbiano anche giovato al loro secolo col consiglio e colle opere politiche. Sa ognuno che il famoso re napoletano Roberto d'Angiò, nella corte del quale le lettere e la favella italiana ebbero così felice e benagurato accoglimento, questo re che chiamavasi il Salomone del suo secolo, e il quale, com'ei diceva, avrebbe meglio rinunciato alla sua corona che ai suoi studj, questo re che sopra all'amore suo per le scienze fu per molte altre virtù sovrano eccellente, fu egli stesso ed eloquente oratore, ed abile filosofo, e medico esperto, e profondamente versato nelle materie teologiche le più astratte. Sa ognuno che gonfaloniere e priore di Firenze fu Dino Compagni; che priore ed ambasciatore della repubblica fu Dante Alighieri; che ambasciatore presso a diversi principi, ed ambasciatore abilissimo fu Francesco Petrarca. E si sa ancora, che se questi uomini i quali la lingua

giarrettiera; e la molta pratica di buon governo mostrata nelle più gravi cariche della repubblica veneta da quello stesso Paolo Paruta che dettò con tanto senno e con tanta gravità di elocuzione i rinomati suoi *Discorsi politici*, e le sue note sopra Tacito. Dirò anche ciò che forse molti degli ammiratori del più ammirabile fra i poeti moderni non sonosi curati di ricercare, che Lodovico Ariosto trattò con rara abilità alcuni dei più importanti negozj del duca di Ferrara; che fu per lui commissario della Garfagnana; ch'egli sedò e pacificò quella provincia; dove non tornogli certamente vana la sua gran fama poetica, alloraquando colto un giorno alla sprovveduta dai malandrini che correvano quelle terre, e riconosciuto da uno di essi per l'autore del Furioso, caddero que' malfattori ai suoi piedi rispettando nel poeta per cui eransi deliziati il governatore che li perseguitava.

XXXIV.

Anche il secolo XVII, il quale per la letteratura italiana fu meno infelice di quello che generalmente è creduto, e le stravaganze del quale più di quello che generalmente si pensa si rinovellano nell'età nostra, anche quel secolo diede all'Italia uomini egregi, che la illustrarono al tempo stesso con la penna e con la saviezza e perspicacia politica. E per non allungarmi di troppo in siffatti ricordi, bastano a dar lode in questo rispetto all'Italia i nomi illustri del Magalotti e del cardinale Bentivoglio.

XXXV.

Se non che l'amore di brevità e la notorietà de' fatti, che m'indussero a ricordare con brevi parole queste glorie italiane, non possono far sì che io tralasci un altro argomento di tanto maggiore importanza, in quantó che gli esempi infino ad ora prodotti appartengono ad uomini considerati individualmente, e quello che sono per addurre ragguarda ad uomini che hanno l'uno con l'altro strettissima correlazione. Io voglio parlare dei Romani Pontefici,

È pur cosa conosciuta, come il continuatore delle storie del Guicciardino Giovan Battista Adriani fu segretario della repubblica fiorentina, e godette nell'esercizio di tal carica della pubblica stima. Ed è cosa conosciutissima che fra i molti segretarj della medesima repubblica uno ve n'ebbe, il cui nome (qualunque sia l'opinione che voglia seguirsi sulla sincerità e sullo scopo delle sue dottrine politiche) non perirà giammai, o vogliasi considerarlo come politico della più profonda accortezza, o come scrittore del più gagliardo polso.

XXXIII.

Non essendomi possibile di qui registrare i nomi tutti dei tanti scrittori italiani celebri per faccende politiche o pel buon governo dei popoli, io mi contenterò di accennare la singolare attitudine mostrata nelle negoziazioni delle cose di stato dai veneti scrittori Gasparo Contarini ed Andrea Navagero, e dal rinomato doge della medesima repubblica Marco Foscarini, autore della dotta ed eloquente storia della letteratura veneziana e di altre insigni scritture (1). Accennerò del pari il valore politico dei rinomati nostri poeti Georgici Luigi Alamanni tanto caro al re Francesco I, e Giovanni Rucellai inviato di Leone X presso allo stesso principe. Accennerò la prudenza ed integrità di Bartolommeo Cavalcanti allorchè trattava gli affari commessigli dal Pontefice Paolo III, e da Enrico II di Francia; la destrezza di Annibal Caro nella sua ambasceria a Carlo V pel duca di Parma Pier Luigi Farnese: il buon successo della legazione commessa all'autore dell'esimio libro del Cortegiano Baldassare Castiglione, inviato del duca d'Urbino presso ad Enrico VIII, che fregiollo delle divise di cavaliere della così detta

---

(1) È nota la bella sua *relazione dello Stato di Savoja*, onorevolissima pei nostri principi, recentemente data alla luce. Si è anche recentemente dato alla luce in Venezia in occasione di illustri nozze un lavoro postumo dello stesso egregio Doge, intitolato: *Ragionamenti sulla letteratura della nobiltà Veneziana.* Alvisopoli 1826.

giarrettiera; e la molta pratica di buon governo mostrata nelle più gravi cariche della repubblica veneta da quello stesso Paolo Paruta che dettò con tanto senno e con tanta gravità di elocuzione i rinomati suoi *Discorsi politici*, e le sue note sopra Tacito. Dirò anche ciò che forse molti degli ammiratori del più ammirabile fra i poeti moderni non sonosi curati di ricercare, che Lodovico Ariosto trattò con rara abilità alcuni dei più importanti negozj del duca di Ferrara; che fu per lui commissario della Garfagnana; ch'egli sedò e pacificò quella provincia; dove non tornogli certamente vana la sua gran fama poetica, alloraquando colto un giorno alla sprovveduta dai malandrini che correvano quelle terre, e riconosciuto da uno di essi per l'autore del Furioso, caddero que' malfattori ai suoi piedi rispettando nel poeta per cui eransi deliziati il governatore che li perseguitava.

XXXIV.

Anche il secolo XVII, il quale per la letteratura italiana fu meno infelice di quello che generalmente è creduto, e le stravaganze del quale più di quello che generalmente si pensa si rinovellano nell'età nostra, anche quel secolo diede all'Italia uomini egregi, che la illustrarono al tempo stesso con la penna e con la saviezza e perspicacia politica. E per non allungarmi di troppo in siffatti ricordi, bastano a dar lode in questo rispetto all'Italia i nomi illustri del Magalotti e del cardinale Bentivoglio.

XXXV.

Se non che l'amore di brevità e la notorietà de' fatti, che m'indussero a ricordare con brevi parole queste glorie italiane, non possono far sì che io tralasci un altro argomento di tanto maggiore importanza, in quanto che gli esempi infino ad ora prodotti appartengono ad uomini considerati individualmente, e quello che sono per addurre ragguarda ad uomini che hanno l'uno con l'altro strettissima correlazione. Io voglio parlare dei Romani Pontefici,

considerandoli non come capi della cristianità, ma quali sovrani dello stato della chiesa.

Questa sovranità ebbe già nei più remoti tempi per fondamento principale le grandi virtù dei papi di quell'età. Ma la virtù sola non basta a fondare le signorìe, a mantenerle, ad accrescerle. Forza d'animo vi si richiede, costanza di proponimenti, gagliardìa di risoluzioni, opportunità di opere. Ed abbiavi pure di coloro che scrivendo sempre con ispirito di parte, e giudicando degli uomini delle altre età con le regole fatte dieci secoli dappoi, disconoscono il moltissimo di che la civiltà europea è debitrice ai pontefici, non perciò potrà negarsi da essi, non siasi anche nei tempi di maggior ottenebrazione dell'intelletto continuata nella cattedra romana una osservanza di politici consigli, per cui acconciamente ai tempi diversi i romani pontefici o avanzarono la loro signorìa o la condussero al suo consolidamento. I papi furono sovente nei tempi mezzani gli uomini migliori del loro secolo; ed indirizzarono perciò i negozj tutti dell'età loro con quella superiorità, con la quale in ogni tempo gli uomini dotati di straordinaria possanza di mente e di tempera forte di volontà condussero il comune degli uomini. I Pontefici venuti dappoi, posti in condizione diversa, e conosciuto i tempi diventar più difficili, non così dovettero studiare di mostrarsi arbitri delle ragioni altrui, come di essere custodi delle proprie. In una ed altra però di queste positure palesarono essi quella tanta sagacità di giudizio, e risoluzione di cuore ch'è conosciuta da tutti. Sagacità la quale entrò anch'essa in conto, perchè politica italiana significasse ne' secoli passati sovrana accortezza. Nè di quest'accortezza dovrebbero mai gl' italiani ripudiare la memoria, anche dove fosse detto che la virtù la più utile di alcuni politici accorti sia stata la doppiezza. Poichè l'utilità di tali uomini non si stima per quello che essi vagliono per se stessi, ma per quello in che sopravvanzano gli altri. Onde se gl' italiani ebbero fama di essere infinti, ciò prova non già ch'essi lo furono più degli altri, ma solo che seppero esserlo più abilmente: poichè

forse non verrà mai tempo (come fino ad ora certamente non venne) in cui l'aperta sincerità, la quale è anche virtù rara fra uno ed altr'uomo, diventi virtù quotidiana nelle correlazioni fra una ed altra signorìa; e coloro che predicono o sperano l'età dell'oro pei tempi venturi sono nè più nè meno nell'errore di coloro che hanno potuto crederla pei tempi passati.

Ritornando intanto in via io non posso lasciar di meravigliarmi nel pensare che in sì lunga serie d'anni, uomini tanto diversi d'origine e d'indole, governandosi sempre con principj uniformi, prendendo tutti dello stesso spirito, e fermando per così dire i loro pensieri alla medesima àncora, sieno pervenuti a solidare un'opera, che lavoro di molti potrebbe parere divisamento di un solo. La qual cosa non così dee recar stupore, quando nelle famiglie dei regnanti veggonsi religiosamente osservate le medesime politiche tradizioni: giacchè l'educazione e l'impero stesso delle naturali affezioni ne perpetuano d'uno in altro regno il rispetto. Ma dee certamente tal cosa parere osservabile in uomini non legati fra essi da alcun vincolo naturale, e chiamati ordinariamente a succedersi l'uno all'altro in età grave, quando cioè le grandi imprese costano maggiormente, e le imprese stesse minori si fanno tiepidamente; e come il volgo suol dire a lascia podere.

Pure questi uomini, molti dei quali possono gloriosamente esser citati sopra gli altri quali esemplari di valentissimi uomini di stato, non d'altra classe per l'ordinario furono tolti che dalla classe degli uomini per professione studiosi; e molti di essi abbandonando il chiostro e i libri, come Cincinnato avea lasciato il suo poderetto, riempirono in breve tempo il mondo di loro fama, e ne tennero vigorosamente nelle mani i destini.

Fra i libri adunque non si corrompe la vigoria nativa dell'animo; e ben lungi dal poter dire che la coltura delle scienze e delle lettere serva d'incomodo e di disajuto alle virtù politiche, d'uopo è confessare, che chi è da molto tale rimane anche nel rivolgere a quegli studj tutto il suo animo.

XXXVI.

Affinchè però la sentenza cada in giusta parte, dicasi piuttosto che lo studio dà impedimento ad amare, non già a trattare le faccende di stato. E come potrà amarle chi ha gustato il beato ozio delle lettere e delle scienze? In quest'ozio, ossia nell'astenersi da ogni pubblico affare, alcuni degli antichi saggi faceano consistere la vera sapienza. E perciò riferisce Cicerone che Pitagora interrogato dal principe dei Fliasi, quali fossero i filosofi, e qual differenza passasse fra essi e gli altri uomini, rispondeagli, essere somigliante la vita umana ai mercati che teneansi con grande apparato di giuochi e frequenza di gente; dove altri cercavano celebrità e corone negli esercizi atletici, altri venivano per mercanteggiare, ed alcuni più pochi e più generosi vi si conducevano, non per procacciarsi plauso o profitto, ma solo per cagione di vedere e di studiosamente indagare quello che vi si facesse e in che guisa. Così anche nella vita altri servire alla gloria, altri al denajo, e pochi e rari trasandate le altre cose darsi allo studio della natura. Questi essere i veri sapienti e filosofi, lo studio dei quali ad ogni altro officio della vita umana soprastava (1). Questa sentenza però è falsa, e i più saggi pensano che la vita attiva e laboriosa, quella specialmente che serve al benefizio degli uomini, e che può conciliarsi assai bene con la meditazione delle cose ad essi più utili, dee essere anteposta alla quieta contemplazione delle verità scientifiche. Ma non per questo può disapprovarsi lo studioso, il quale avendo contratto amore per la solitudine e per la tranquillità, non cura le bisogne politiche. Se mancagli l'interior confidenza di soddisfare al novello suo officio, non vi ha pel saggio ragione veruna che possa indurlo a scambiare la vita la più serena con la più tempestosa, prendendo a maneggiare negozi, nei quali la malignità umana è sempre presta ad attraversarsi alle opere del ministro che tenta di fare il bene, od a calunniare

(1) Tuscul. V in pr.

le intenzioni di chi lo ha già operato. Il saggio studioso sopra gli altri non potrà giammai lasciar di considerare, che la gloria letteraria o tosto o tardi guiderdona il merito letterario; nel mentre che il merito politico, il quale talvolta è grandissimo nei soli sforzi fatti in una buona ma infruttuosa impresa, resta non solo ignorato, ma depresso; e la gloria si concede più che alla bontà dei mezzi alla sorte del buon successo. Se pure havvi gloria e favore politico, quando veggiamo ugualmente mal accetti gli uomini di grande e di piccola portata, e proverbiati del pari gli uomini delle opposte e delle mezzane sentenze. Onde di rado addiviene che l'uomo di stato non sia e mal corrisposto dai contemporanei, e dimenticato dai posteri. Il letterato perciò o scevro d'ambizione rimirerà con indifferenza ogni maniera di gloria; o se il desiderio della pubblica stima gli scalda il petto, vorrà egli stima più sicura e più durabile di quella che procacciasi dall'uomo politico; al quale può essere sempre indirizzata l'avvertenza fatta a Temistocle dal suo genitore, allorchè mostrandogli lunghesso il littorale d'Atene gli avanzi delle vecchie galere della republica gittati quà e là senza che nissuno ne tenesse il menomo conto, diceagli, che il popolo comportavasi del pari verso gli uomini pubblici, dappoichè non poteano più servirlo (1).

XXXVII.

Sia dunque, come si diceva, gloria maggiore pel letterato, se conscio della propria ripugnanza al maneggio delle cose di governo, ne ricusa l'incarico. Ma se la propria coscienza non lo distoglie da ciò, dicasi a lui quello che Mylord Hallifax diceva al celebre scrittore Giovanni Addisson, allorchè invitavalo ad assumere la carica di segretario di stato di Giorgio II: *la vostra penna ha servito infino ad ora alla vostra gloria; serva adesso alla gloria del re e della patria.*

(1) Plutarc. in Temist.

NOTIZIA

DELLE ANTICHE BIBLIOTECHE

DELLA REAL CASA DI SAVOIA

DI S. E. IL CONTE GIANFRANCESCO GALEANI NAPIONE DI COCCONATO

Letta nelle adunanze dei 9 febbraio e 13 aprile 1826.

I.

I Sovrani della real casa di Savoia, per ragion dei dominii loro posti ai confini d'Italia, ognora esposti alle aggressioni di potenti confinanti avidi d'invaderla, furono costretti a rivolgere i pensieri loro piuttosto alle armi che non alle cose di lettere.

Non mancarono, ciò non ostante, in mezzo alle continue guerre, di provvedere agli studi segnatamente delle severe discipline. Una prova tra le altre si è la cura che si presero, forse anche prima dei monarchi di francia, di raccogliere una biblioteca.

V. Henault. Cronol. ultima edizione.

L'erudito ed accurato bibliografo e indefesso raccoglitore di aneddoti riguardanti cose patrie, il fu nostro collega Barone Vernazza, ricavò da' conti de' tesorieri di Savoia, che intorno all'anno 1435 esisteva già la libreria dei duchi, e da un antico catalogo de' MSS. esistenti negli archivi della real Casa si rileva, che assai numerosa di codici era già la sopraccennata libreria, disposta in parecchi forzieri, secondo l'uso di quella età e conforme ai costumi di allora quando i principi e gran signori soliti a cangiar frequentemente di domicilio, libri ed archivi medesimamente trasportavano presso di loro, persino in guerra. Disposti in parecchi consimili forzieri erano pure i libri della famosa biblioteca del celebre cardinale Bessarione, da lui lasciata alla repubblica di Venezia, e per cui tanto si accrebbe la famosa una volta biblioteca di S. Marco.

V. il ricavo fattone dal fu Avv. Cattaneo.

Più stabile peraltro divenne quella de' nostri sovrani verso il fine del secolo XV, con divenire più ferma in Ciamberì quindi in Vercelli la residenza loro. Come si venisse poi ad arricchire di pregevoli e classici autori verso il fine del secolo medesimo, massimamente dopo trovata e rapidamente diffusa la stampa, lo impariamo da una lista di libri fatti pulitamente legare in Ciamberì per uso del giovane duca Filiberto I nell'anno 1476. Comprende questa le epistole di Cicerone, le metamorfosi ed altre opere di Ovidio, Giustino, Erodoto, Macrobio, Festo, le eleganze di Lorenzo Valla, ed altri libri di tal fatta, tra quali è notabile un libro di ortografia comperato in Venezia, e fatto portar da Milano da persona spedita espressamente colà, libro che dicendosi miniato si ha motivo di credere, che fosse manoscritto, e pulitamente e riccamente fregiato per allettar il giovane principe a farne studio. Nè è da credere che dal dotto Beroaldo, che ne era lo Institutore, si trascurasse mezzo veruno per invogliarlo a coltivare la classica letteratura, che in quest'epoca faceva le delizie in Italia dei principi e gran signori.

V. Nota, di carattere del B. Vernazza in fine.

V. Guichenon.

Nè mancavano tra principali ministri di quel sovrano chi ad uno stesso oggetto efficacemente si adoperasse. Ruffino Demorri, gentiluomo di Cuneo, consigliere e generale delle finanze del medesimo duca, personaggio che univa la coltura delle lettere al maneggio degli affari, e come buon piemontese favoriva i chiari ingegni italiani, si fu quello che impegnò il rinomato Filelfo a dettare un'operetta contenente que' documenti, che più utili egli credesse per la istruzione di esso principe. Di questa ne dà un cenno il sig. cav. Carlo Rosmini, uno dei più chiari letterati, e dell'antica ottima scuola che ancora è viva in Italia, nella pienissima ed eruditissima vita del Filelfo che egli dettò, e colla quale in un colle altre di Vittorino da Feltre e di Guarino Veronese tanto illustrò la storia letteraria del secolo XV.

Rosmini, Vita del Filelfo T. II. num. 256. 257.

Più particolari notizie della biblioteca che vi ha ogni ragion di credere che sotto il breve regno del duca Filiberto I si fosse

raccolta assai copiosa e scelta, è difficile oltremodo il rintracciarle in mezzo alle vicende ed alle invasioni degli stranieri eserciti che afflissero in principio del secolo XVI queste nostre contrade.

Con quanta cura, non ostante il continuo cangiar di residenza, di cui è detto sopra, avessero raccolto libri i nostri principi, lo impariamo da un raro documento, di cui non sarà inutile il ragionar brevemente. Esiste ne' Regi archivi di corte un catalogo manoscritto in più volumi, che contiene l'inventaro delle scritture che si conservavano nell'archivio ducale nell'anno 1445, regnando il duca Lodovico. Ora in uno di questi volumi si legge un assai lungo catalogo de' libri esistenti ne' castelli, case e cappelle ducali di Sciamberì, Genova, Pont-d'Ains e Torino negli anni 1498 e 1503, cioè durante il breve regno del duca Filiberto II. Se ne togliamo alcuni libri delle prime stampe, la massima parte de' libri sono manoscritti, dal che si fa manifesto, che già da gran tempo e prima dell'invenzione dell'arte tipografica, si era pensato di formar librerie in più luoghi dai nostri sovrani. Per mala sorte a quell'epoca non era per anco nota la bibliografia, ed il compilatore di quel catalogo, non altrimente che si trattasse di stendere un inventario di masserizie, non seguì altro ordine che quello dei forzieri in cui si trovavano i codici. Sono perciò descritti alla rinfusa romanzi, cronache, libri sacri ed ascetici di lingua latina e francese, reliquie, arredi preziosi, armi persino, turcassi e balestre, con immagini sacre, smalti, ed ogni cosa che trovavasi accidentalmente in ciascuno di que' forzieri. Il sesto poi, la forma dei codici e libri non è dinotato in altra guisa fuorchè con quella di libro grande, di libro grosso, mezzano o piccolo, e di molti non seppe il compilatore specificarne il titolo, se non se con dire, che incomincia il codice con tali o tali altre parole. In somma quel compilatore non era, nè a que' tempi potea essere un bibliografo; e Dio volesse che al giorno d'oggi non vi fossero tuttora persone, e che talvolta hanno ingerenza nella direzione di stabilimenti letterari, le quali si danno erroneamente a credere, che il compilare indici

di manoscritti che richiederebbono la perizia di un Apostolo Zeno, o di un Jacopo Morelli, possano stendersi da un semplice scritturale.

Ad ogni modo peraltro, non ostante l'imperizia dell'estensore del catalogo di cui si tratta, una idea di quell'antica biblioteca, o biblioteche che vogliam dire de' nostri sovrani, si può ricavare in sino ad un certo segno da quell'informe antico lavoro. Quello di cui si compiace l'autor della descrizione di que' codici, si è il descriverne la forma esteriore, le coperte, i fermagli, le indorature, i fregi, i chiodi, le armi; e non solo la forma estrinseca, e la legatura de' libri diligentemente da quel buon antico compilatore si descrive, ma eziandio quella de' forzieri che li contengono, più esperto a formar registro appunto di massarizie, che non di codici.

Dobbiamo però sapergli grado di avere distinto i manoscritti (che sono com'è detto la massima parte) dai pochi libri stampati, e di aver accennato la materia se in carta o in pergamena, e di aver distinto particolarmente que' codici che erano messi a oro splendidamente e miniati, cose tutte che colpiscono qualunque uomo anche senza lettere.

Ma venendo a ciò che più importa, vale a dire alle materie di cui trattano i libri registrati in quel catalogo, sebbene per la mancanza di titolo in tanti di essi non si possa aver un'adequata idea di quella biblioteca, tuttavia primieramente si può dire in generale che era piuttosto una raccolta di codici manoscritti, che non di libri stampati, il che ne dimostra l'antichità. In secondo luogo che la massima parte di detti codici erano dettati in antica lingua francese. Infatti molte sono le cronache in quell'idioma, molti i romanzi, e libri di cavalleria e di caccia, ed alcune antiche traduzioni in quel linguaggio ed anche in versi, alcuni pure di argomento sacro ed ascetici. Quantunque poi il corpo, direi così, e la sostanza principale di quelle raccolte al di là de' monti consistesse in libri francesi, non vi mancano peraltro anche alcuni libri latini ed italiani, de' quali per buona sorte il compilatore del

catalogo ne potè leggere, e ne trascrisse il titolo; e così tra libri latini un Valerio Massimo miniato e messo a oro ed azzuro; un Lucano, manoscritto in foglio ed in pergamena, coperto di velluto turchino colle armi di Cipro, che forse era stato del re di Cipro Giano di Savoia. Libri latini delle prime stampe ora rarissime si trovarono pure in que' forzieri, e forse erano quelli stessi che pulitamente eransi fatti ligare in Sciamberì per uso del duca Filiberto I di cui è detto sopra. Tali sono il Cicerone *de Officiis*, secondo ogni verosimiglianza della prima rarissima edizione di Magonza, un Giovenale, un Ovidio, le eleganze del Valla, ed un opuscolo del Filelfo probabilmente quel medesimo che venne da lui indirizzato al duca Filiberto I.

Del resto, quantunque in quella età nella corte di Savoia non avessero ancora allignato le lettere e l'amena letteratura d'Italia, pochi per conseguente sieno i codici in lingua italiana, primeggia peraltro tra essi un Dante manoscritto, di lettera come ivi dicesi già allora vecchia. Nè questo era il solo codice di Dante, trovandosene un altro ivi descritto, e che si qualifica *Gran Dante* manoscritto in pergamena.

Del Boccaccio non solo un testo a penna delle Cento Novelle, ma codici eziandio si leggono accennati del Filocolo e del libro delle Donne Celebri; nè tralasciar si dee un'antica traduzione in lingua toscana delle tusculane di Cicerone, che per avventura potrebbe esser quella di cui ho parlato altrove; e tanto meno una traduzione del Valturio delle cose militari, stampato, ma colle armi di Savoia, e con miniature e figure diverse. Non dubito che questo raro libro sia quello medesimo che tuttora si conserva nella biblioteca de' Regii archivi di corte, e che per diversi rispetti meriterebbe una particolar descrizione.

V. Prefaz. alle Tuscolane.

V. Catalogo fol. 143.

Menzione particolare della libreria de' nostri principi non troviamo più dall'anno 1503 insino all'anno 1560. Il fu Barone Vernazza dai conti dei tesorieri ricavò che in quell'anno eravi un Lodovico Nasi custode e scrittore della biblioteca ducale, dal che si

raccoglie che quell'invitto e magnanimo principe il duca Emanuele Filiberto appena ristabilito nel possesso degli antichi suoi Stati rivolse il pensiero come ad ogni lodevole instituto eziandio alle cose di lettere; e specialmante ad ordinare una biblioteca degna di lui. Eravi presso il duca Carlo III di lui genitore, tuttochè spogliato della maggior parte de' dominii suoi nella città di Vercelli, ove erasi ridotto, una biblioteca. Se de' libri raccolti nei quindici forzieri sopradescritti una parte fossero passati in Vercelli, non si può affermare; certamente non vi passarono tutti, atteso che nell'indice della biblioteca che era in Rivoli, che porta la data dell'anno 1561, che tuttora si conserva nella biblioteca de' Regii archivi in carattere antico (che è di sole sei pagine) non si trovano registrati moltissimi libri, che nel più copioso assai dell'anno 1503 si leggono descritti. Altronde si trova in questo ultimo indice registrato più di un libro che non è nè poteva essere ne' predetti forzieri nell'anno 1503, come le *Opere del Tartaglia*, i *Discorsi di Ascanio Centorio*, il *Capitano del Garimberto*, le *Storie latine del Bembo*, le *Novelle del Brugiantini*, libri tutti usciti in luce dopo l'anno predetto 1503.

Ad ogni modo dalle notizie ricavate da' conti de' tesorieri colla sua solita diligenza dal fu nostro defunto collega il barone Vernazza, impariamo che nell'anno 1561 Negron de' Negri tesorier generale del duca Emanuel Filiberto, fece il pagamento della spesa per far condurre la libreria di S. A. da Vercelli sino a Rivoli, al custode predetto di essa libreria Lodovico Nasi; e che troppo copiosa non fosse, oltre al piccolo indice sopraccennato, risulta parimente ad evidenza dall'aver bastato tre soli carri per trasportarla da Fossano, dove da Rivoli era stata condotta a Torino, e ciò nell'anno 1563, vale a dire l'anno immediatamente dopo, in cui ottenne il duca la restituzione di questa città, che da quell'epoca in poi divenne stabilmente la capitale degli stati della real casa. Nè sarà inutile lo avvertire che avendo il duca mentovato fatto residenza temporanea, in Rivoli prima, quindi in

18 ottobre 1561.

1563. 13 febbr.

Fossano, presso di se volle avere quella poco copiosa libreria che si era raccolta in Vercelli.

Intanto non è da dire quanto nel breve giro di pochi anni, mercè le cure di quel Sovrano magnanimo, si accrescesse la biblioteca ducale. Non v'ha dubbio che, già sin dall'anno 1574, straordinario ed amplissimo accrescimento avea ricevuto, poichè il Benedetti, professor di filosofia non piemontese, qualifica in un'opera sua il predetto Nasi *Bibliotecae refertissimae custodem*. Fra gli accrescimenti di essa basti lo accennare la celebratissima *Poliglota di Anversa* in carta pecora regalata al duca Emanuele Filiberto nell'anno antecedente 1573 dal re di Spagna di lui cognato Filippo II, di cui parla nel giornale de' letterati d'Italia il marchese Maffei.

Somme grandiose negli anni successivi s'impiegarono dal duca Emanuele Filiberto per l'acquisto di libri, in ispecie negli anni 1579 e 1582, anno in cui egli terminò il corso della gloriosa sua vita, per il teatro, come allora chiamavasi la galleria ducale, che comprendeva rarità d'ogni specie scientifiche ed erudite, e specialmente una scelta e copiosa libreria.

Memorie del B. Vernazza.

Le vestigia del grande suo genitore calcò luminosamente in questa parte il figliuolo e successore di lui, il giovane e valoroso duca Carlo Emanuele I, il che formò ognora un oggetto de' suoi pensieri durante tutto il tempo del lungo suo regno, benchè in tempi difficilissimi, ed impegnato mai sempre in guerre disastrosissime. Moltissime sono le testimonianze che recar se ne potrebbero; basterà accennarne alcune delle più conchiudenti, raccolte dall'indefesso barone Vernazza sopraccennato. Recherò prima di tutte quella del Botero nel suo poema della Primavera, dove più da esatto prosatore che non da elegante poeta, della biblioteca parlando del duca Carlo Emanuel I dice: « *Libreria delle quai non fu più piena* » *L'Alessandrina, nè la Pergamena.* » E nella dedica di quel poema di Alessandro Tesauro al prefato duca Carlo Emanuele I, in data dell'anno 1607, dicesi che quel bellicoso sovrano

Botero Primav. C. VI. 7.

« deposta la spada, spendeva le ore, che dai gravi affari dello « Stato le avanzavano, in leggere ed ordinare una ricchissima li-« breria così di stampe come di manoscritti (1).

Pienissima di libri d'ogni genere e di manoscritti la diceva sin dall'anno 1610 il medico Bataldi, acquistati da ogni parte: *magnis ac pene incredibilibus expensis*. Di un acquisto per l'importare di quattro mila scudi ad un tratto per *libri*, *ingegni*, *istrumenti di architettura* lasciati dal capitano ed ingegnere Agostino Ramello, ne risulta dalle memorie raccolte dal Vernazza. Risulta pure di una compra per la somma di scudi mille duecento d'oro per la libreria, gioie ed altre cose che erano del medico Roggiero.

Rispetto alla natura de' libri è da notarsi che in una memoria del prelodato barone Vernazza si asserisce che i libri della galleria del duca Carlo Emanuele I erano soltanto ebrei, greci e latini, tanto grave e severa la dottrina e l'erudizione era ancora in quella età! Una prova ne somministra eziandio l'ordine dato da quel Sovrano al dotto Carlo Ravano cremonese suo bibliotecario d'insegnare le lingue ebrea, caldea, siriaca e greca a due giovani studenti. E chi sa che tra sì fatti manoscritti fossero que' manoscritti persiani, di cui dal rinomato orientalista il sig. cav. Hammer si stese nell'anno scorso un catalogo! se non furono questi un acquisto fatto dal duca Carlo Emanuele I, non saprei in qual epoca possano essere passati nella biblioteca della regia università, poichè dopo il regno di quel principe sino all'anno 1709, in cui il marchese Maffei trovò nella biblioteca annessa ai regi archivi quella copiosissima suppellettile di codici, non si ha memoria che siasi pensato ad impinguare di altri manoscritti la biblioteca de' nostri sovrani.

Del resto, per ritornare alla galleria e biblioteca del duca Carlo Emanuele I, non solo venne questa celebrata dal Marini nel *Panegirico* di quel sovrano in versi, ed in prosa in quello intitolato la

(1) A tutti è noto quanto grandiosa somma abbia impiegato quel principe nell'acquisto dei tanto allora riputati manoscritti di Pirro Ligorio fatto nell'anno 1615.

Fenice, scritto dopo la di lui morte dall'abate *Emanuele Tesauro*, e prima di essi da *Anastasio Germonio* nelle sue *Questioni Pomeridiane*; non solo i dorati e ricchi scaffali celebra nel suo poema dell'Autunno il conte Lodovico S. Martino d'Aglié, ma un pieno e compito ragguaglio di essa galleria ne stese *Aquilino Coppini*, di cui fece uso il Tiraboschi, onde maraviglia non poco far si dee che memoria più non ne rimanesse in principio del secolo scorso quando scrivea il Maffei. Maraviglia maggior peraltro far si dee, che non si abbia altro riscontro del fatal incendio che si dice aver sofferto quella libreria cinquant'anni prima del 1709, in cui egli scrivea, eccetto il segno dei danni del fuoco in molti de' libri che sono tuttora nella biblioteca de' regi archivi, ed in quelli che da essa passarono nella libreria della regia università. Si può soltanto asserire che tale disastro seguì dopo l'anno 1656, perciocchè in quell'anno appunto sappiamo, secondo che narra Valeriano Castiglione nella relazione del ricevimento della celebre regina Cristina di Svezia, che il bibliotecario Pietro Borsieri protomedico (i protomedici erano per l'ordinario anche bibliotecari del duca a que' tempi) condusse quella regina alla gran galleria dove stava la libreria ducale copiosissima in ogni genere di letteratura.

V. Tiraboschi. T. VII. p. I num. 184. 18

Giornale dei letterati d'Italia T. VI. pag. 450

Castiglione, Relazione del ricevimento della Regina di Svezia.

Sappiamo poi dal Maffei, che i libri, in gran copia salvati da quell'incendio, ed i codici, che ascendevano a più migliaia, furono riposti in un grande stanzone annesso ai regii archivi, ne' quali trovavasi pure quando il detto cavaliere Veronese lo visitò, la celebre tavola Isiaca, stimata da lui dopo gli obelischi il più prezioso monumento egizio, benchè al presente, non so se a buon diritto, si voglia far credere lavoro de' tempi romani. Ne' regi archivi soltanto, in principio dello scorso secolo, era concentrata la libreria della real casa, nè libreria pubblica propriamente detta peranco non esisteva nella capitale, sebbene sin dall'anno 1608 si fosse formato qualche pensiero per radunarla, e che inoltre il conte e protomedico Bartolomeo Torini nell'anno 1706 avesse lasciato alla città di Torino, per testamento, gran parte della sua libreria,

Maffei loc. cit.

sperando, com'egli si esprime, che si potesse fondare una biblioteca per uso de' poveri letterati, il che soggiunge non si può ottenere salvo che qualche anima pia la vada poco a poco formando.

Che qualche buon effetto abbia partorito il virtuoso desiderio di quel savio e benefico personaggio si può arguire dalla tradizione di cui chi scrive ha inteso mentre era giovanetto conservarsi la memoria, che in vicinanza del palazzo della città esistesse una sala con libri che chiamavasi lo studio; e un più stringente argomento ne è pure, che nella pubblica libreria della Regia Università si ritrovano tuttora parecchi libri col nome di proprio pugno del protomedico Torini prenominato, che ogni ragion si ha da credere che da quel pubblico, ma piccolo stabilimento sieno poi passati nel grandiosissimo della biblioteca dell'Università.

Ma dalla biblioteca antica de' nostri sovrani doviziosissima di codici e di libri rari, divenuta, dopo il disastro dell'incendio di cui è detto sopra, biblioteca de' regii archivi, ricevette nel riaprimento della regia università circa il 1720, per opera del magnanimo re Vittorio Amedeo, la massima, la principale sua dote. Copioso catalogo di edizioni del 1400 ha avuto chi scrive tra le mani che dalla libreria de' regii archivi si sono trasmessi alla regia università; e quelle migliaia di codici ebraici, greci e latini, ed in lingua antica francese che erano in essa biblioteca degli archivi regii, de' quali ragiona il Maffei, che ivi li visitò, sebben di volo, tutti, se ne togliamo il codice delle lettere del conte Baldassare Castiglione, Lattanzio ed i manoscritti di Pirro Ligorio furono per ordine sovrano con regale munificenza resi pubblici, e formano la principale ricchezza, e l'ornamento della biblioteca della regia università.

Dalla biblioteca dei regii archivi si trassero pure quasi da feconda miniera in grandissima parte i libri coi quali venne formata la libreria del regio ecclesiastico convitto di Superga; ed ho sotto gli occhi il catalogo di duecento e più volumi, la massima parte in folio, tutti unicamente appartenenti alla giurisprudenza, che nel

1731 dai regii archivi per ordine sovrano passarono ad arricchire la biblioteca di Superga. Non accade al presente di venir divisando qualmente nella lunga pace che si godette nel corso di più di quaranta anni prima del fine dello scorso secolo XVIII si andassero sempre accrescendo le biblioteche, segnatamente quella della Regia università, nell'abolizione di alcuni ordini regolari. Fu allora che da Arona passò nella università il rarissimo codice *de Imitatione Christi*, denominato appunto il codice di Arona, che diede materia a questi ultimi tempi ad alcuni letterati francesi di nuovi scritti dopo le controversie famose agitate in quelli del Mabillon; ma che per altro prima di essi era stato preso in disamina da chi scrive con intento direttamente opposto a quello de' moderni francesi.

Fatali intanto poscia alle biblioteche, come alle lettere tutte, ed ai buoni costumi ed alla tranquillità pubblica, furono gli ultimi anni del passato secolo, ed i primi del presente. Dispersa ed annullata la libreria dei regii archivi di corte, succeduta a quelle famosissime di Emanuele Filiberto e di Carlo Emanuele I, che si potea riguardar come la madre delle altre, quella parte soltanto se ne salvò, che per buona sorte era stata trasportata nelle sale di questa Accademia nostra. Lo stesso intervenne a quella del convitto ecclesiastico di Superga, che in parte eziandio ivi ricoverata, e quindi restituita a quello stabilimento, cosicchè l'Accademia sia rispetto a' regii archivi come al convitto di Superga può essere considerata in questo particolare come depositaria e custode benefica.

Non solo poi la dispersione e le rapine congiurarono ne' tempi di cui si parla contro le biblioteche, ma eziandio gli incendi, come in quello degli avanzi ancora grandiosi della libreria già scelta e copiosissima annessa al collegio de' gesuiti andata in fiamme quando da' francesi colle palle incendiarie fulminarono, nell'anno 1799, la città di Torino; e la biblioteca stessa della università, quantunque stabilimento letterario favorito in apparenza da' nuovi dominatori, venne spogliata de' suoi cimeli i più rari e preziosi, e tra gli altri fu trasportata a Parigi la sopraccennata Poliglota in pergamena di Anversa.

Europa. Anche in fatto di geografia alcuna delle prime edizioni di Tolomeo ed altri libri italiani antichi e latini eziandio, o tradotti, dimostrano con quale ardore si attendesse da nostri maggiori a siffatto studio.

Ma venendo a manoscritti primeggiano tra essi parecchi degni di speciale menzione. Troppo celebre è il codice di Lattanzio di cui parlò a lungo il Maffei, e pubblicato dal tedesco Pfaft, ricuperato da Parigi dove era stato trasportato negli ultimi sciagurati tempi. Da Parigi parimente si ottenne di riavere i famosi manoscritti di Pirro Ligorio, con grandioso sborso di danaro acquistati dal magnifico duca Carlo Emanuele I, come si può vedere anche nella storia della letteratura italiana del Tiraboschi. So che parecchie medaglie sospette ed iscrizioni spurie in quella immensa raccolta trovarono gli antiquarj versati nella numismatica e nella lapidaria, ma oltre all' essere tale il destino di tutti i raccoglitori (e massimamente di coloro che primi si accinsero a tali imprese) di venir ingannati da loro corrispondenti; si dee avvertire che forse soverchiamente venne biasimato il Ligorio; ed il dotto illustratore dei frammenti de' fasti capitolini, il sig. Bartolommeo Borghesi, che fu in questi ultimi anni in Torino, è a dire che non ne abbia così cattiva idea. Di fatto molte ore Egli impiegò ne' regii archivi per consultarlo, e sento che tanto da questo antiquario di grido, quanto da altri valent' uomini nella lapidaria addottrinati siasi scoperto che genuine sono, e scevre d' ogni sospetto non poche iscrizioni riferite dal Ligorio, della di cui autenticità dapprima si dubitava. Altro pregio singolare dell' infatigabile antiquario napolitano, che si vuole specialmente avvertire, si è quello di essere stato egli quasi di professione architetto, e lo avere con diligenza somma inserito nella sua voluminosa opera moltissimi disegni di monumenti architettonici, alcuni de' quali esistevano per anco a' tempi suoi, e che al presente per ingiuria de' tempi, o per non curanza degli uomini andarono a male. Di tale verità può renderne testimonianza chi scrive, avendo in quei

disegni trovate alcune particolarità riguardanti il non mai abbastanza celebrato antico edificio del Panteon, che attesi i pretesi ristauri posteriori ora più non compaiono; e non ha guari che un architetto francese persuaso di questa verità ne fece attento e diligente esame. Ciò posto, se a giorni nostri sarebbe impresa inopportuna una edizione di tutta l' opera del Ligorio, che inoltre riuscirebbe dispendiosissima, sarebbe per altro desiderabile, che qualche valentuomo, che fosse in tutte le parti dell' antiquaria profondamente instrutto e che abbondasse di ozio, si assumesse l' incarico di fare scelta ragionata, di quanto ravvisasse di pregevole e degno di venir a giorni nostri in luce tra gli infiniti monumenti, iscrizioni, medaglie di cui troppo abbondano que' volumi, ogni cosa illustrando con brevi ma conchiudenti annotazioni.

Quello che si dice dell' opera di Pirro Ligorio si può dire a un dipresso dell' altra opera pur manoscritta di un più recente e più critico scrittore, che pure si è ricuperata, ed esiste di nuovo nei regii archivi in originale, voglio dire la storia delle alpi marittime di Pietro Gioffredo già precettore del re Vittorio Amedeo II, di cui il fu barone Vernazza scrisse la vita, ed autore dell' opera intitolata *Nicea Civitas* che meritò di essere inserita nella collezione delle cose d'Italia nel Burmanno. Se non che in vece di farne estratto forse sarebbe meglio, che servisse di materiali, onde impinguare una storia del Piemonte qualora una aver se ne potesse degna di tal nome per quanto riguarda la contea specialmente di Nizza, famosa contrada ne' tempi romani, ed i di cui popoli per affettuosa e mai interrota devozione a nostri sovrani non la cedono a nessun di quelli delle altre provincie dei reali dominii.

Che se delle sopraccennate due opere voluminose esistenti nei regii archivj non occorrerebbe per li motivi or divisati il procurarne edizioni, lo stesso non si dee dir di un altro prezioso codice, che parimente tra manoscritti si conserva. Contiene questo le lettere di negozj del celebre coltissimo scrittore del secolo XVI. Il conte Baldassar Castiglione già ambasciator del papa Clemente

VII presso l' imperator Carlo V. Vero è che moltissime di queste lettere già videro la luce per opera del benemerito ab. Serassi, ma il nostro codice, scritto, come lo dimostra la forma del carattere nel secolo stesso XVI, moltissimi ed importanti spacci comprende tuttora inediti. Già il mentovato barone Vernazza alcune poche lettere ne pubblicò quasi per saggio, ne' volumi dell' Accademia, ma pregio dell' opera sarebbe, che le tante altre (che tutte tuttora sconosciute comprende quel prezioso codice) vedessero la luce con alcune annotazioni istoriche che sempre più rischiarassero i fatti e le negoziazioni di quell'epoca famosa, in cui, se diritto si risguarda, nacque quel diritto pubblico di europa che prima degli sconvolgimenti degli ultimi tempi tanto avea contribuito, per più di due interi secoli, alla prosperità e coltura di tutte le nazioni incivilite.

In questa maniera si verrebbe ogni volta più a comprovare come la lingua italiana, prima e meglio della francese, sia stata resa capace, e adattatissima a trattar di affari grandi di Stato. E che ne sia il vero per lasciar da parte le legazioni del troppo celebre segretario fiorentino di cui si hanno e ristampe e traduzioni in lingue straniere, venute a giorni nostri di bel nuovo in grande estimazione, in un colla sanguinaria politica de' rivoltosi che, secondo una espressione dello stesso segretario fiorentino, si ingegnano di tessere astutamente colla forza i loro male orditi perversi disegni, per lasciar dico questi carteggi da parte, come pure, perchè ristrette ad affari di non grande momento, le lettere di negozj del colto Annibal Caro. D' altra parte quali modelli, e quanti dispacci ministeriali presenta la famosa raccolta di lettere de' principi a principi di cui si ha più d'una edizione nello stesso secolo XVI, e che furono tradotte anche nello stesso secolo in lingua antica francese? E questo uso di adoperar la lingua nostra anche dirigendo gli spacci a monarchi e gran signori stranieri si mantenne in vigore e continuò eziandio nelle corti italiane inoltrato il secolo XVII, mentre già regnava in Francia il potente e guerriero Luigi

XIV. Le lettere del celebre scrittor delle storie di Fiandra il cardinale Bentivoglio, dettate prima della metà di quel secolo, e quelle del cardinale Bonvisi verso il fine del medesimo, oltre a tanti carteggi inediti, ne sono una prova manifesta. I trattati stessi si stendevano rispetto alle corti d'Italia in lingua italiana, ed in idioma latino rispetto alle corti straniere. Allora fu che la politica italiana era in sì gran credito, che come a tutti è noto, il nunzio del papa Fabio Chigi, poi sommo pontefice ed il patrizio veneto Contarini furono quelli che in qualità di ministri del papa e della repubblica Veneta scelti per mediatori, aprirono i primi congressi della famosa pace di Vestfalia. Non fu se non se verso il principio del secolo seguente XVIII, che atteso il fastoso e brillante regno di Luigi XIV sopraccennato, per soverchia riputazione delle cose francesi invalse con falsa opinione presso molti anche italiani, che non si potessero trattare affari di Stato e negoziar colle Corti straniere eccetto valendosi della lingua francese.

NB. Il carteggio del celebre negoziatore il march. di Uriero è tutto in lingua italiana.

Ma venendo di bel nuovo ai codici, prima di terminar di ragionarne, debbo far menzione brevemente di uno, che come era ben di dovere, dovea rimanere nella biblioteca de' regii archivi. Si è questo il missale di Amedeo VIII eletto sommo pontefice nel concilio di Basilea, miniato, e che porta in fronte le armi di Savoia colla tiara e colle due chiavi, del quale prezioso codice e di alcune particolarità che contiene ho dato qualche cenno altrove. Nè qui sarà fuor di proposito di far menzione del voluminoso bollario MS. di lui, che rimasto ora presso i Ginevrini, e che ebbe il modo di ricuperare da quella repubblica il fu presidente ne' regii archivi barone Foncet in occasione di un trattato per li confini; bollario che servirebbe assaissimo a smentire le accuse del Poggio e di alcuni altri anche moderni scrittori contro quel savio e virtuoso sovrano, e ad impinguare l'opera del dotto e sfortunato Monod, intitolata a buona ragione *Amedeus Pacificus*, ogni qual volta alcuno si rivolgesse ad illustrare quel periodo interessante e per diversi rispetti rilevantissimo della storia nostra.

Disc. intorno al Canto IV, dell'Inf. di Dante.

Troppo lunga cosa sarebbe il discorrere de' libri pregevoli che in questa biblioteca si contengono. Toccherò di volo di alcune edizioni in pergamena, tra le quali il volume in foglio piccolo del concilio di Trento, in membrane appunto splendidamente stampato da Paolo Manuzio, che venne regalato al duca Emanuele Filiberto; ed una traduzione in lingua francese antica del libro del Boccaccio delle donne illustri, stampato pure in pergamena con miniature; libro al quale, se fosse stata abrasa la nota tipografica, avrebbe potuto di leggieri ingannare l'acquisitore, tanto si rassomiglia ad un bel codice manoscritto, come venne, per quanto si assicura, ingannato Lorenzo de' Medici rispetto alla biblia Mogontina, il solo libro stampato, che per tale motivo si conserva tra manoscritti della laurenziana.

Del resto, sebbene com'è detto sopra, molte delle prime edizioni del 1400 sieno dalla biblioteca degli archivi passati alla pubblica libreria della regia università, alcuni ve ne restarono di cui non occorre di parlare. Di uno soltanto credo di dover fare particolar menzione per la sua singolarità, e per esser libro che deve rimanere come erudito cimelio riguardante i nostri reali sovrani ne' regi archivi. Già si è accennato sopra che molti sono i libri di arte militare antichi di autori italiani rari e curiosi che fanno parte di questa libreria. Tra essi esisteva già sin dal principio del secolo XVI una traduzione dell'opera di Roberto Valturio in lingua italiana, di cui si è ragionato sopra; ma ora questa più non esiste, e convien dire che nelle varie vicende delle biblioteche, che eranvi in più luoghi dei dominii de' nostri sovrani prima del regno del duca Emanuele Filiberto siasi smarrita. Più di una edizione del secolo XVI in lingua latina di quello scrittore, che riputavasi il più antico di scienza di guerra si ha nella libreria de' regi archivi, ed una traduzione eziandio in lingua francese venuta in luce in quello stesso secolo. Ma il vero libro di cui intendo di ragionare si è un'edizione dell'opera di Valturio eseguita in Verona nell'anno 1483: si è questo uno di que' libri in cui quantunque stampati, procuravano, secondo che ne' primi anni

della stampa si costumava, di emulare i codici più splendidi e signorili; non solo miniate ne sono e messe a oro le lettere iniziali, non solo vi si vede in fronte il nome e le armi di un personaggio della illustre famiglia di Varax, ma inoltre nel margine inferiore di parecchi de' primi libri dell'opera, vi si vedono miniate le effigie di alcuni dei principi più illustri della real casa; le effigie, massimamente de' più antichi, non si possono considerar come ritratti, e sono essi rappresentati colle vesti, armi ed abbigliamenti che erano in uso sul fine del secolo XV, in cui vennero dipinti. Si potrebbe ciò non ostante fare alcuna considerazione intorno alla forma delle croci e delle armi gentilizie a cui alcuni di essi si appoggiano ed ai motti scritti accanto ad essi, oltre al nome loro. A cagion d'esempio a lato di Amedeo VI leggesi il motto *fert* come institutore dell'ordine del collare, ed Amedeo VIII colla tiara ed in abito pontificale. Tra essi vi sono alcuni santi come S. Maurizio, in petto a cui si vede la croce nella forma stessa che ora si porta da' cavalieri di quell'ordine, ma di colore non bianco, ma vermiglio; ed un S. Guglielmo di savoia arcivescovo di Cantorbery. Ma quello che rende più curioso quel raro libro si è la seguente annotazione MS. che leggesi ne' primi fogli bianchi di esso « *Librum sacris vultibus, simbolisque Sabaudorum retro Principum illustre Postliminio recepit inclitus Dux Emanuel Philibertus votum L. M. solvente Lescurio J. C. Gratianopol. Anno Christi* CIƆIƆLXXIX. *mense aug.*.

Quel buon antico francese giureconsulto quanto non si dimostra in quel breve suo scritto di una natura diversa da quella di alcuni moderni suoi nazionali, i quali non solo trovano difficoltà nel restituire i libri, manoscritti e quadri rapiti ne' tempi sciagurati della ultima invasione del Piemonte, ma pretendono di giustificare la rapina, del che a buon diritto ne gli riprende il nostro collega il sig. prof. Gazzera. Ma diasi lode al vero, non così pensa l'ingenuo dotto ed imparziale sig. Quatremere di Quincy, il quale sentendo declamare contro le restituzioni che si fecero de' suoi monumenti alle straniere potenze, esclamò, non senza un savio sorriso: abbiamo noi rapiti in

Gazzera Eroidi di Ovidio p. 29.

europa sì fatte cose, ed ora facciamo la meraviglia che le nazioni vogliano rivendicare ciò che è proprio di loro?

Oltre ai libri molte altre nobili reliquie dell'antica galleria de'nostri sovrani erano insino a questi ultimi tempi rimaste ne'regi archivi di corte. Non fu se non se dopo aperto il museo di antichità alla università degli studii, che da'regi archivi passò in esso museo la famosa una volta tavola isiaca, stimata, come già s'è detto, dal marchese Scipione Maffei, dopo gli obelischi di Roma, il più prezioso monumento che si sapesse dell'antico e misterioso Egitto.

Intorno a questo, a suggerimento di chi scrive, lungo e dotto lavoro avea intrapreso il collega nostro conte Giuseppe Franchi di Pont, di cui piangiamo da un anno appunto la perdita irreparabile, e ciò alcuni anni prima, che con calore sì grande si rianimassero gli studi delle antichità egizie. Del pregio poi in cui al presente tener si debba quella tavola, ne recheranno giudizio que'dottissimi letterati, che hanno rivolte le fatiche loro a coltivare a'giorni nostri quell'arcana, astrusa e difficilissima parte dell'antiquaria.

Preziosi avanzi dell'antica galleria de'nostri Sovrani rimasta negli archivi regii erano moltissimi cartoni originali di famosi pittori, la maggior parte de'quali furono depredati ne'malaugurati tempi della invasione francese. Parecchi però ciò non pertanto rimasero, e vi si conservano tuttora, che per essere in tele assai ampie, non riusciva così agevole il trafugarli. Tra questi alcuni vi si vedono segnatamente della scuola milanese, giudicati pregevoli dagli intelligenti, come in ispecie un cartone del quadro della cena del Signore, che è in Milano nella chiesa della passione, del celebre nostro Gaudenzio Ferrari, uno de'capi di quella scuola.

Reliquie della galleria erano parimente alcuni vecchi quadri recentissimamente fatti trasportare dagli archivi sopraccennati di corte nelle sale dei regii palazzi. Due di questi sono una nostra donna col bambino attribuita a Pietro Perugino, ed una famosa crocifissione creduta di Alberto Duro, e da altri di Luca di Olanda.

Conto del Tesoriere generale dal primo d'ottobre 1476, al primo d'ottobre 1477.

Libravit Magistro Rolandino religatori librorum habitatori Chamberiaci subscriptos undecim florenos et sex grossos p. p. sibi per Ill.^{mam} Dominam nostram debitos pro religatura librorum prefati filii nostri ut in rotullo cujus tenor talis est continentie.

Infrascripti libri fuerunt dati ad religandum Magistro Rolandino habitatori Chamberiaci pro uno floreno quolibet volumine, facta dedutione hac exceptis duobus majoribus pro XX. grossis quolibet.

Primo. Macrobius de Saturnalibus. XV. gross.
Metamorphoseos de Atfastis. XV. gross.
Epistole Ciceronis. XII. gross.
Plura opera Ovidii. XII. gross.
Justinus de Saluciis. XII. gross.
Herodotus Ystorialium. XII. gross.
Helegancie Laurencii Valle. XII. gross.
Festus potaperiis de Rano. XII. gross.
Grammatica Eleganc. XII. gross.
Lometus. XII. gross.
Janacillis de Persius. XII. gross.

Cui quidem rotullo superius inserto est annexa littera prefate Illustrissime Domine nostre — Date Chamberiaci die secunda mensis junii Anno Domini 1477.

Item

Item solutis Domino Ambroxio de Corregio de Mediolano pro uno libro appellato Ortographia de' tortolli empto Veneciis illuminatum, legatum quaternatum et copertum incluso portu frangini de bone de Ypporrigia qui eum portavit a Mediolano.

Montemmelianum die undecima iullii dicti anni (1476) XXV. flor.

Audiffredi

DELLE FINANZE

DELLA

MONARCHIA DI SAVOIA

NE' SECOLI XIII E XIIII

DISCORSI QUATTRO

DI LUIGI CIBRARIO

Letti nelle adunanze 2 e 23 giugno, e 1 dicembre 1831.

PROEMIO

1. Gli scrittori delle memorie nostre diligenti indagatori di genealogie e di blasoni non furono ugualmente solleciti di rappresentarci nè le forme con cui si reggeva la monarchia, nè le leggi che regolavano i pubblici ed i privati interessi. Ond'è, che le storie genealogiche ed in parte anche le militari, furono esposte più volte in varie lingue e con vario successo, ma la storia civile, alla quale più principalmente s'appartiene l'intitolarsi maestra della vita; perchè tutti ci svela i veri aspetti de' tempi e delle cose, e che ne guida a conoscere la vera condizione di quelle antiche genti, non solo in que' momenti d'ebbrezza o di triste necessità in cui l'una contro all'altra sollevasi, ma nella continuata successione degli anni, e quando la loro felicità dipende dalla virtù, dall'industria propria, dalle leggi e dalle arti politiche con cui son governati; questa storia, dico, venne infelicemente finor trasandata.

Una delle sue parti più sostanziali, e forse la men conosciuta, è il ritratto negli ordini con cui si governava la riscossione e l'amministrazione delle entrate della corona ne' primi secoli della monarchia; ond'io persuaso che il trasandarla è sommergere il più potente argomento da cui si possa giudicare della vera qualità di quelle età remote, ho rivolto i miei studi a tal soggetto, ed ho con lunghe e faticose indagini raccolto un numero di notizie atto a darne sufficiente contezza per li tempi che corsero, sotto ad una serie di gloriosissimi principi, dalla morte d'Amedeo IV (1253) fino ai primordii del pacifico regno d'Amedeo VIII verso il 1400. Ma perchè troppo imperfette riuscirebbero siffatte notizie ove non si conoscesse qual fosse allora la forma di questo governo, premetterò un breve ragguaglio su questa materia, che, oltre all'esser nuova ed utile farà luce alla sopravvegnente. Sarà dunque l'opera mia distinta in quattro discorsi; il primo de' quali tratterà della forma della monarchia di Savoia; il secondo delle entrate della corona; il terzo dell'amministrazione del danajo pubblico; il quarto dei prezzi delle cose; e sarà chiave e misura di ciò che si sarà ragionato ne' precedenti.

Vi prego, valorosi Accademici, di ricevere benignamente questi discorsi siccome un primo segno della gratitudine che vi professo per avermi ascritto nel glorioso vostro ceto, ove siedono con tanto splendore molti che mi furono, qual con la viva voce, qual con le dotte scritture, maestri, ed a cui presiede un inclito personaggio cui non è straniera nissuna specie di gloria, da noi con figliale riverenza onorato, riverito e benedetto da tutti.

DISCORSO PRIMO

DELLA FORMA DELLA MONARCHIA DI SAVOIA.

Divisione della Monarchia. Nuovi acquisti nel secolo XIIII. Ufficio de' Balii; de' Castellani; de' Giudici. Giudici delle appellazioni. Giudici straordinari. Giudice de' malefizi. Procuratori fiscali. Consiglio. Consiglio residente a Ciamberì. Parlamenti generali. Statuti di Amedeo VI. Autorità Sovrana. Varii ceti di sudditi. Terre libere. Ordini di successione.

In principio del secolo decimoquarto la monarchia di Savoia era divisa in otto baliati, sei de' quali al di là, due al di qua dall'Alpi.

Al di là dall'Alpi erano i baliati di Savoia, del Novalese, del Viennese, di Borgo, del Baugé e del Ciablese.

Al di qua dall'Alpi erano i baliati di Val di Susa e di Val d'Aosta (1).

Ogni baliato consisteva di molte castellanie; il balio governava per se medesimo quella che venia creduta la più importante, ed aveva impero su tutte le altre.

Così il balio di Savoia tenea la castellania di Monmegliano; quel di Novalese era castellano di Voyron; il balio del Viennese tenea S. Giorgio di Speranza; il balio di Borgo era castellano di essa terra di Borgo; quel di Baugé eralo di Rossiglione, quel di Ciablese di Chillon; quel di Val di Susa, d'Avigliana; quello di Val d'Aosta, d'Aosta e di Castellargento.

Il baliato di Savoia comprendeva, oltre la Savoia propria, la Moriana e la Tarantasia, e noverava diciotto castellanie, di cui le principali erano Ciamberì, Monmegliano, Conflans, Borghetto, Acquabella, la Rocchetta e Salins.

---

(1) V. il documento num. 1.

Il baliato della Novalesa contava sette castellanie fra cui Voyron, Pontebelvicino, e Yenne.

Il baliato del Viennese n'avea nove, fra cui S. Giorgio di Speranza e S. Sinforiano.

Il baliato di Baugé, sette; fra cui Rossiglione, Seissello, e S. Ramberto.

Il baliato del Ciablese si componeva di sedici castellanie; fra le quali erano il castello di Ginevra, Aix, Tonone, Chillon, Vevey e Murat.

Il baliato di Val d'Aosta era di cinque castellanie: Aosta, Castellargento, Bard e Donnaz, Montaldo, ed Ivrea (1).

Il baliato di Val di Susa n'avea tre; Susa, Avigliana e Rivoli; se gli giunsero nel 1311 le castellanie di Caselle, Ciriè e Lanzo, le quali vennero poi tuttavia da Margarita di Savoia Marchesana di Monferrato usufruite finchè visse (2).

Oltre a ciò erano i principi di Savoia guardiani perpetui della città vescovile di Belley, nella quale perciò teneano guarnigione ed esercitavano giurisdizione (3); ed aveano parte di signoria nella città di Losanna e nella valle di Lutry in seguito ad accordo conchiuso nel 1316 col Vescovo Pietro (4), il quale tuttavia ne avea limitato la durazione alla vita d'Amedeo V, e del suo primogenito Odoardo.

2. Notevoli accrescimenti ricevè la monarchia dall'immortale Amedeo VI, poichè nel 1347 se le aggiunse la repubblica di Chieri in Piemonte, acquisto comune col principe d'Acaja (5); nel 1351 il Fossignì per cambio fattone col primogenito del re di Francia, succeduto ai Delfini Viennesi, a cui furon dismesse le castellanie di Tournon e di Voyron, le terre e signorie poste tra il Guier e il

---

(1) Ivrea era tenuta per indiviso dal conte, e dal principe d'Acaja, v. il documento n. 2.

(2) Guglielmo de Monte Aymonis fu il primo ad intitolarsi *judex Vallis Secusiae et Canapiscii* nel 1311. Vedine il conto negli Archivi Camerali.

(3) Conto di Pier Albi di s. Genisio guardiano della città di Belley pel 1310.

(4) V. il documento num. 3.

(5) Storia di Chieri vol. 1. p. 391.

Rodano, e varie terre e signorie del Viennese (1). Nell'anno medesimo Amedeo VI dilatò la sua signoria nel Canavese ricevendo l'omaggio de' conti di S. Martino (2). Ott'anni dopo comprò da Catterina unica figliuola di Ludovico di Savoia signor di Vaud tutte le ragioni che potean competerle su quella baronia, che si componea delle terre e castellanie di Nyons, Rolle, Morgex, Meldun, Romont, Rue, Estavayé, Yverdun, Clées e Vaurru (3). Nel 1379 passò volontariamente alla sua devozione la terra di Biella, e seguitarono quell' esempio molte ville vicine (4). Nel 1382, trovandosi Amedeo VI in Rivoli, ordinaria dimora de' principi di Savoia di qua dall'Alpi, vennero a giurargli obbedienza gli uomini di Cuneo (5). Finalmente nel 1388 Amedeo VII figliuolo e successore di lui distese il suo imperio nella medesima guisa di volontaria dedizione, che è il più glorioso di tutti i modi d'acquisto, sulle contee di Nizza e di Ventimiglia, e sulle terre di Sospello e di Barcellona (6), e verso i medesimi tempi, o poco dopo, sul capitanato di Vinadio e di Val di Stura (7). Tutte le quali genti abitatrici delle parti meridionali del Piemonte e della Francia, non trovando nello sciolto reggimento d'un monarca lontano quella sicura giustizia, e quell'efficacia di protezione che sono i due bisogni principalissimi d'ogni popolo, ed i fini per cui si riduce in congregazioni di famiglie a vivere sotto l'impero d'incomode leggi, ricoverarono, benchè diverse di lingua e di costumi dalle due opposte falde dell'Alpi ma-

---

(1) Guichenon hist. généal. 1. 405.

(2) Copia autentica dell'atto di dedizione è posseduta dal sig. conte Cortina di Malgrà; è errore del Guichenon e d'altri il riferirla al 1350.

(3) Conto di Gio. Ravais cancelliere di Savoia dal febbrajo 1359 all'aprile 1360. Arch. Cam.

(4) Mulatera memorie cronologiche di Biella p. 71.

(5) Partenio i secoli di Cuneo, 81. — Chiesa Corona Reale, 1. 371. — Chiesa storie del Piemonte 378.

(6) Corona Reale, 2. 88.

(7) Conto di Giovanni Girardi di Bossonens capitano e castellano di Vinadio e Val di Stura dal 21 maggio al 2 d'ottobre 1392. Arch. Cam.

rittime, sotto al potente vessillo della Croce di Savoia come sotto alla tutela d'un padre comune.

Il paese di Vaud e la baronia di Fossignì formarono due nuovi baliati. Le terre di qualche importanza acquistate al di qua dall'Alpi come Chieri, Biella e Cuneo venivano governate per mezzo di Vicarii che conduccan seco uno o due giudici. Vinadio e Val di Stura venian rette da un ufficiale col titolo di Capitano. A Nizza si mandava un governatore; e nel resto continuavano ad osservarsi gli ordini stabiliti ab antico dai conti di Provenza e mantenuti dai re Angioini (1).

In questo novero degli stati della monarchia di Savoia non ho compreso che quelli di cui il Conte riteneva il dominio utile, ed ho perciò tralasciato il paese di Vaud e quella parte del Piemonte che obbediva ai principi d'Acaja, sebbene questi la riconoscessero in feudo dalla linea regnante (2).

3. Il balio era general comandante nella sua provincia. In tempo di pace mantenea la pubblica tranquillità. Attendea soprattutto ad impedire le risse e le prepotenze de' nobili e de' comuni. Sopravvedea le esecuzioni della giustizia. Prendea segrete informazioni sui portamenti de' castellani e degli altri ufficiali. Visitava ed afforzava le rocche e le terre, e per tutto ciò eseguire avea larga autorità di comando sui castellani e sugli ufficiali inferiori; oltre a ciò potea, quando lo credesse necessario, far eserciti e cavalcate.

In tempo di guerra chiamava il bando e il retrobando, ed erano

---

(1) Conto d'Andrea di Grolée governatore di Nizza *et totius terre provincie* dal luglio 1399 al gennajo 1402. Arch. Cam.

(2) Il Piemonte, primachè fosse ceduto a Filippo, era retto in nome del conte di Savoia da un vicario o luogotenente generale. E dopo la metà del secolo seguente quando i conti di Savoia ebbero di bel nuovo grandissima ingerenza in questo Stato, vi tennero un governator generale col titolo di capitano. V' amministrava poi la giustizia un giudice generale. Conto d'Amedeo di Coufleto vicario del Piemonte e castellano di Carignano 1291-1292 — Conto di Raimondo Fernandi castellano di Carignano 1292-1293. — Conto di Matteo Petiti castellano di Carignano 1303-1304.

i baroni ed i castellani tenuti di far capo a lui e di marciare sotto alle sue bandiere.

4. I castellani erano comandanti nel distretto della loro castellania; sopravvedeano la riscossione delle entrate del principe, che si facea dai mistrali, *salterii*, stradieri, pontonieri, pedagieri, *corearii* ed altri esattori (1); appaltavano dazj, gabelle, pescagioni, forni, molini; amministravano le tenute demaniali dipendenti da ciascuna castellania. Giudicavano soli, o col consiglio di savi o per mezzo d'un giudice le cause sì civili che criminali, che richiedeano d'essere spedite sommariamente, ed aveano eziandio facoltà di comporre quest'ultime per moneta, eccettuandone solo i misfatti capitali (2).

I balii ed i castellani duravano per l'ordinario un anno in ufficio, e più o meno secondo il piacer del sovrano. Aveano stanza nella fortezza che governavano, e provvisione più o meno copiosa secondo il novero de' sergenti e delle guardie di cui erano obbligati di fornirla. Quest'obbligo era di dieci tra uomini d'arme e guardie pel castello importantissimo di Monmegliano nel 1263; di cinque sergenti e di due guardie per Susa nel 1265; d'otto sergenti e di quattro guardie dieci anni dopo pel castello di Bard. La qual guernigione, occorrendo la morte del conte, o qualche caso di guerra od altro sospetto era raddoppiata, e certe volte rinterzata e quadruplicata (3). Aveano inoltre per l'ordinario i castellani parte nelle

---

(1) *Salterii* si chiamavano i gastaldi o massai. *Corearii* gli economi di beni o di rendite in terre ecclesiastiche.

(2) Nelle lettere di deputazione in castellano di Caraglio di Bastardo de' Franchelinis nel 1372 si legge: *Custodiam regimen et exercitium causarum civilium et criminalium et quorumlibet legitimorum actuum examen cognitionem et determinacionem nec non quod possit componere et concordare sub quibuscumque causis vel casibus delictis vel criminibus exceptis criminibus homicidii proditionis et rebelionis eidem Bastardo concedimus plenam potestatem.* Dal conto dello stesso castellano. Arch. Cam.

(3) *In expensis Braye cum duobus sociis in equis et armis, Petro de Augusta cum equo et armis, Berardo de S. Andrea cum duobus equis, octo clientibus tam clientum quam gaytiarum quos tenuit per tres menses post mortem Domini Petri Comitis propter guerram LV. libr.* Conto della castellania di Susa d'Umberto di Balma 1267-1268. Arch. Cam.

pene pecuniali, ed eziandio autorità d'imporne pe' loro precetti non osservati; la quale autorità era in certi casi attribuita perfino ai mistrali. Infine da tutti gli atti a cui procedeano in virtù del loro ufficio ricoglieano, con ragione o senza, qualche provento. Ogni castellania si componea di varie terre. Quelle d'Avigliana e di Lanzo erano sicuramente tra le più vaste, perocchè la prima contava sotto al suo vessillo Giaveno, S. Ambrogio, la Chiusa, Rubiana, Almese, Caselette e undici altri comuni (1); la seconda s'allargava su per le popolose valli di Ceres, d'Ala, di Lemie e d'Usseglio, e confinava colla Moriana.

5. La divisione giudiciale seguitava per l'ordinario la politica, vale a dire, che ciascun baliato aveva un giudice, eccettuandone solamente quel di Savoia, che per rispetto della maggior grandezza era spartito in due giudicature, l'una detta di Savoia, l'altra di Moriana e di Tarantasia, e quelli di Novalesa e di Baugé, che per contraria ragione formavano una sola giudicatura.

Giudicavano essi sia le cause civili sia le criminali, le quali per la maggior parte si risolveano in condannagioni pecuniali, essendone per le carte di franchezza delle molte terre libere, e per gli statuti di Savoia, eccettuati solamente i malefizi più gravi, cioè le varie spezie d'omicidio, di falsità e di ruberia. I micidiali, i rubatori delle strade erano per l'ordinario appiccati o decapitati (2); l'alto tradimento era punito colla decollazione preceduta da tormenti nell'esser condotto alla giustizia; la falsità coll'orribile supplizio del fuoco, e talora con quello più orribile d'esser fatto morire nell'olio, o nell'acqua bollente (3).

---

(1) Lettere d'Amedeo VII del 23 d'agosto 1386 Arch. Cam.

(2) Conto di Pietro de Honcian mistrale di Ciamberì 1270-1271.

(3) Nel 1342 a Ciamberì Pier di Lione e Teobaldo di Troes falsificatori di monete furono fatti morire il primo nell'acqua bollente, il secondo nel fuoco.

L'anno precedente nella stessa terra furono cavati gli occhi a tre ladri; e nove anni prima ad un falso testimonio fu tagliata la lingua.

Gli ebrei erano qualche volta appiccati pel piede (1). Le donne annegate (2).

Talora per maggior grado d'infamia s'usava d'appiccar insieme col colpevole anche un'asina (3). Il furto era punito coll'esiglio, colla berlina, colla fustigazione, col taglio dell'orecchio, del naso, della mano, del piede, con un segno sulla fronte, colla perdita di un occhio, e se grave o replicato colla forca o coll'annegamento, secondo i luoghi (4). La pena capitale era poi sempre accompagnata dalla confisca di tutti i beni (5).

Queste leggi penali, miti per quanto ragguardava ai delitti minori che si punivano con sole pene pecuniali, erano crudelissime e talora, come abbiam veduto, anche atroci pe' maggiori misfatti; rispetto ai quali s'usava ancora nel processo informativo l'iniquo ajuto della tortura (6).

6. Per le cause civili e per le criminali della specie men rea potevasi, secondo l'importanza della causa o de' contendenti ed inquisiti, appellare dalle sentenze de' giudici provinciali al giudice

---

(1) *In factura fulcharum in quibus fuerunt duo judei suspensi per pedes et in stipendiis quinque clientum ipsos custodientium per unam noctem* XVI sol. vienn. blanch. Conto di Rodolfo Barralis castellano di Ciamberi 1300-1301. Arch. Cam.

(2) *In pane dato cuidam mulieri quam pro furto captam tenuit per* XV *dies et postea fuit summersa.* Conto della castellania di Conflans di Brunone di Chignino 1325. Arch. Cam. — Conto di Giachemino di Lanzo castellano del Borghetto 1305.

(3) *In quadam asina empta et suspensa cum dicto latrone etc.* X *sol.* VIII *den.* Conto di Goffredo de Amasino balio di Savoia e castellano di Monmegliano 1267-1268, Arch. Cam.

(4) Conto del castellano di Bard Amedeo de Viry, 1295. — Conto di Pietro de Cordon castellano di Carignano 1309-1311. — *Pro justitia facienda de Bertino de Rossana latrone qui habuit crepatum oculum.* Conto del Chiavario di Savigliano Rubeo Maonerio 1320-1321. Arch. Cam.

(5) *It. reddit computum de* XLVII *solid.* X *den. rec. de bonis cujusdam latronis suspensi hoc anno.* Conto d'Ugo di Grammont castellano di Chillon 1266-1267. Arch. Cam.

(6) V. il documento num. 4. — Nel conto precitato di Rubeo Maonerio Chiavario di Savigliano si trova ricordo di somme pagate *pro tormentando Bartholomeo Vasco qui fuerat criminatus de falsa moneta.*

delle appellazioni (1), o ricorrere per supplicazione al consiglio, il quale, talora chiamava a se la causa, talora mandava al giudice di dar nuova sentenza, dopo d'aver meglio considerato le ragioni delle parti (2).

Le cause criminali di questa specie erano per lo più definite nelle assise che i giudici provinciali dovean tenere nelle varie terre di loro giurisdizione almeno quattro volte all'anno; obbligo da savia considerazione introdotto perchè i popoli nell'andar a ragione in luoghi lontani non patissero troppo disagio; ben accorgendosi que' legislatori che non riceve intera giustizia chi la riceve con troppo indugio, con troppa spesa, o con troppa difficoltà; erano, dico, simili cause definite o per sentenza, o per accordo, perchè allora era lecito, come tutti sanno, non solo pe' minori delitti, ma sovente per misfatti assai gravi, transiger col fisco (3).

Ma nelle cause che potean trar seco grave pena corporale, e massime quando il colpevole era sostenuto in carcere, siccome dagli statuti era lodevolmente prescritta la massima speditezza, e che troppo sovente accadea che il giudice fosse occupato in ambascerie od in altri negozi pel Conte, o per diversa cagione impedito, s'usava in simili casi appena un delitto era commesso ed il presunto colpevole carcerato, deputar un commissario che sentenziasse; del che sono assai frequenti gli esempi (4), e solenne

(1) *Recepit a Johanne Chaberti de Tervolay condempnato in VIII libras fortium escucellatorum et de quibus appellaverat ut in computo precedenti et dicit quod judex appellationum dictam condempnationem mitigavit ad VI libr. fortium: VI libr. escucell.* Conto di Giovanni Divite castellano di Ciamberi 1330-1331. Arch. Cam.

(2) Così fece rispetto a Giovanni Girardi condannato in 40 soldi forti escucellati, che si lagnò di non essere stato sentito nelle sue difese. Conto della castellania di Ciamberi di Girino di s. Saforino 1339-1340. Arch. Cam.

(3) Conto di Giovanni Cornu giudice di Savoia 1311-1312. — Conto di Pier Silvestri giudice del Baugé e del Novalese 1310-1311. Arch. Cam.

(4) *Lib. domino Hugoni de Montechabondi pro sentenciandis Perrudo Chapellerii qui fuit submersus, Petro Porrier qui fuit combustus, videlicet pro quolibet ipsorum duos solidos gross. turonensium; et domino Jacobo Rate quondam duos solidos grossorum turonensium pro sentenciando Druneto de Tervolay qui fuit treynatus et suspensus etc.* Conto della Castellania di Ciamberi di Filippo Provana giudice delle cause d'appello 1332-1333. Arch. Cam.

quello che ne porge il conto di Percivalle di Chissy castellano d'Aye, di Cluses e di Ballon nel 1343; ivi si legge essersi pagata una somma pel pane dato a Mermeto Clyment di Condyres, accusato d'aver messo fuoco alla casa di Ginodo Margueron; perlocchè gli fu tagliata la testa; e soggiunge «e lo tenne nove settimane e due dì aspettando « il giudice del paese del Conte che era stato mandato a Milano, « e perchè non venne così presto lo fece condannare da un savio « del paese del signor di Gayo.» Non ho trovato memoria d'un giudice speciale pe'malefizi prima dell'anno 1372 (1).

Non di rado il giudice teneva altresì una castellania nello stesso baliato o fuori; cosa che, oltre all'impacciarli in uffici di natura troppo diversa, potea nuocere anche grandemente al bene della giustizia, postochè come castellani erano subordinati al balio e tenuti ad obbedirlo, e come giudici no, e poteva accadere che l'obbedienza prescritta per una carica nuocesse alla tanto necessaria indipendenza dell'altra. Di siffatti esempi, a cui m'abbattei molto spesso, ne addurrò due soli. L'uno di Pier d'Altavilla giudice di Val di Susa, e castellano di Rivoli nel 1318; l'altro di Giorgio di Sollier giudice di Baugé e di Novalesa e castellano di Seissello nel 1339, e soli ott'anni dopo questo gentiluomo assunto alla dignità di cancelliere di Savoia era nello stesso tempo castellano di Ciamberì.

In tutte le giudicature era un procuratore del Conte, ed a Ciamberì un procuratore generale; l'ufficio loro rispondeva in parte alla moderna carica d'avvocato fiscale, e consistea nel sostener i diritti del sovrano sì nel civile come nel criminale avanti al giudice del suo distretto, od avanti al giudice delle appellazioni ed al consiglio (2).

---

(1) Conto d'Aimone Lupi delle spese dell'ospizio di Bona di Borbone contessa di Savoia 1371-1372 Arch. Cam.

(2) Conto di Ricciardo Tavelli giudice del Baugé e del Novalese 1330 Arch. Cam. Abbondano gli esempi anche de'procuratori del Conte in un baliato, che erano nel medesimo tempo giudici in un altro baliato, o castellani.

Non aveano le cause demaniali tribunale privilegiato; usava solamente il Conte commetterne talvolta la cognizione a più d'un giudice affinchè nella comunion de' consigli s'avesse maggior fondamento di retta giustizia. Così essendo nel 1317 insorte alcune questioni tra il castellano di Susa ed Arrigo abate di S. Giusto, Amedeo V con lettere del 21 d'aprile di quell'anno deputò il giudice di Val di Susa e quello di Moriana e di Tarantasia che definissero la controversia in contradittorio de' suoi procuratori a termini di ragione (1).

9. Sedeva infine appresso al Conte un consiglio composto di prelati, di baroni, e di giurisperiti, il quale oltre al consultare nelle cose di stato, sia che riguardassero la politica esteriore ovvero l'interna amministrazione, provvedea sui ricorsi concernenti materie di grazia e di giustizia, e spediva i decreti sigillati col sigillo suo proprio, che era la croce posta in mezzo di parecchi giri di cerchi e di semicerchi. Oltre a ciò avea balia di chiamar a se e di giudicare ogni causa sì civile che criminale con autorità suprema (2).

---

(1) Arch. Cam. Abbazia di s. Giusto.

(2) *Vobis generali consilio illustris viri domini Amedei comitis Sabaudiae supplicat frater Henricus humilis abbas s. Justi de Secusia quod cum in pluribus causis negociis et questionibus ad jus predicti monasterii pertinentibus per officiales dicti dom. comitis in valle Secusie et maxime per castellanum Secusie jus predicti monasterii perturbetur vobis placeat salvis juribus predicti monasterii et privilegiis sibi a predicto domino comite et ejus predecessoribus concessis procedere quantum de jure fuerit justicia mediante. primo namque conqueritur ect.* Il consiglio per lettere date a Ciamberi il primo d'agosto 1316 mandò al giudice di Val di Susa d'instrurre la causa, e di trasmettergli poscia ogni cosa, perchè potesse provvedere a'termini di ragione. Arch. Cam. Abbazia di s. Giusto.

De C. libr. viennensibus receptis a Ruffino Sanyo de Confleto pro quadam composicione facta cum consiliariis domini comitis pro eo quia inculpabatur de morte Cauorcini Confleti. Conto d'Antonio di Clermont 1310-1311.

Recepit a Guiconeto Peranis dicto Pilot de Chamberiaco condempnato per consilium domini comitis quia induxit fraudolenter Johannetum de Salvagia et ejus matrem ad faciendum falsum testimonium coram judice Sabaudie. C. libr. fort. escucellatorum. Conto di Filippo Provana castellano di Ciamberi 1333-1334. Arch. Cam.

Un altro ufficio de' consiglieri, nè certo il meno importante, era di levar il conto che rendeano, sovente al cospetto dello stesso sovrano, i castellani, i mistrali, ed ogni altro amministratore, di riscontrarne le ragioni e le partite, e, dove il bilancio battesse, d'approvarli.

Ma via più grande era la podestà del consiglio, quando il Conte assentavasi dallo stato, perocchè allora assumeva il reale esercizio della sovranità; provvedeva ai casi di guerra, raccoglieva eserciti e cavalcate, prescrivea le imprese da farsi, tassava gli stipendii de' cavalieri, degli uomini d'arme, de' sergenti, delle guardie; consentiva sospension d'armi, e tregue e riscatti e liberazioni di prigionieri; rimettea condannagioni pecuniali, dava tempo ai debitori del fisco, spediva mandati di pagamento, ordinava ed approvava la vendita delle derrate raccolte dalle possessioni, o dai censuari e livellari del Conte; infine concedea rimunerazioni a coloro che per qualche egregio fatto se n'erano renduti meritevoli, come accadde nel 1312 quando ricompensò i buoni servigi renduti da Guglielmeto di Dorures in occasione della ricuperazione d'Ambrognì, col dono della mistralia d'Eyton (1).

A questo temporaneo esercizio dell'assoluto potere attribuito al consiglio non partecipavano nè la contessa di Savoja, nè il principe ereditario ancorchè in età abile al governo; che anzi le spese ad

---

(1) *Libravit Johanni de Urteriis baillivo Beugesii pro sexaginta clientibus ponendis in munitionem Ambroniaci in defectu treugarum de mandato consilii domini L. lib. vien.* Conto d'Antonio di Clermont ricevitore dei danari del Conte 1311. Arch. Cam.

Conto di Giovanni Bonnivardi castellano di Salins 1312.

Conto di Pietro Marechal balio d'Aosta castellano di Castellargento 1322-1323.-

R. ab Hugone Evrardi eo quod percusserat Aymonetum perronetum de LXX *sol. fort. in quibus fuerat condempnatus deductis* L *solidis fortium sibi remissis per generale consilium domini ut per litteram dicti consilii datam in assisiis generalibus XI die mensis maii anno CCCXVI* — XX *solidos fortium escucellatorum.* Conto della Castellania di Conflans d'Umberteto di Conflans 1316-1317.

Conto di Jacopo di Bordeaux castellano del Borghetto 1325-1326. *Item reddit computum de* VIII^XX XII *libris* VIII *sol.* VIII *denariis viennens. esperonatis receptis a Johanne Rusti pro venditione sibi facta de bladis domini Avilane per consilium domini comitis.* Conto d'Antonio di Clermont 1310-1311. — Conto di Giovanni Cornu 1312. Arch. Cam.

ambedue necessarie doveano con lettere del consiglio venir approvate; e lo furono nel 1311 quelle del corredo di Catterina figliuola d'Amedeo V destinata sposa a Leopoldo duca d'Austria; e l'anno seguente la lettera della Contessa, che ordinava si pagasse il salario di Guieta di Chignin, nudrice della sua bambina, dovette, per ricevere eseguimento, essere accompagnata da lettera del consiglio (1). Nè prima d'Amedeo VI si trova, in assenza del Conte, attribuita alla Contessa di Savoia autorità di governo.

La più antica notizia di quel consiglio, a cui mi sia abbattuto, è del 1288, e contiene il ricordo d'una legittimazione conceduta a Pier Voleyri, che pagò per tal grazia dicianove lire mauriziane; delle quali venti soldi apparteneano al consiglio; venti si davano pel sigillo; venti per la Contessa, il rimanente pel Conte (2). Nel secolo seguente s'intitolava: *generale consiglio dell'illustre uomo Amedeo Conte di Savoia*, e quasi sempre ne facean parte oltre ai baroni, ai cavalieri, ai giurisperiti ed ai minori prelati i vescovi di Moriana, di Losanna, di Belley, e talora anche l'arcivescovo di Tarantasia.

Nel 1323 addì 16 d'ottobre morì in Avignone, in casa del cardinale Luca Fieschi, Amedeo V (3).

Odoardo figliuolo e successore di lui, dopo d'aver assunto il 27 dello stesso mese il titolo di Conte di Savoia ricevè il 7 di novembre nel castello di Ciamberì il giuramento de' suoi consiglieri presenti.

Essi erano Stefano della Balma decano della chiesa di Lione, Odone di Chandyeu balio di Savoia, Jacopo di Boczesel balio di

---

(1) Conto di Giovanni Corma precitato. Arch. Cam.

(2) Conto dell'ospizio del conte, di Stefano di s. Reguemberto 1288-1289. Arch. Cam.

(3) *Anno Domini M. CCC. XXIII indictione VI die dominica XVI die mensis octobris apud Avinionem in domo domini Luce de Flisco cardinalis obiit inclite recordationis dominus Amedeus Sabaudie comes illustris. Die Jovis XXVII die mensis predicti dominus Edoardus ejus filius assumpsit titulum comitis comitatus Sabaudie.* Dai protocolli del notajo Reynaudi. Arch. Cam.

Voyron, Antonio di Barge, Umberto de Sala, Piero di Chiaramonte, Giovanni Bonnivardi, e Pier Francisci (1).

Il primo adunque era un ecclesiastico, poi venian due balii; Antonio di Barge era cavaliere e giureconsulto, e quest'ultima qualità non impedì che fosse eletto poco dopo balio di Savoia. Umberto de Sala era similmente cavaliere e giureconsulto, e quattr'anni dopo Odoardo lo meritò de' servigi renduti al padre ed a se concedendogli in feudo perpetuo la mistralia delle parrocchie di Cou e di Vimenes (2). Gli altri erano cherici, cioè uomini che non aveau grado negli studi generali di Parigi o di Bologna, ma che pure aveano in quelle famose scuole o da privati maestri apparata ragione. Il Chiaramonte ed il Francisci tornavano pure allora da Avignone, ed aveano accompagnato il corpo del loro defunto sovrano, col quale era altresì venuto il preposto di S. Maria d'Avignone mandato dal papa (3).

10. Non ad Aimone, come fu creduto finora, ma sibbene al conte Odoardo si vuole attribuire l'istituzione d'un consiglio residente a Ciamberì. Considerò questo principe quanto disagio patissero i popoli dovendo ricorrere ad un consiglio, che, seguitando la persona del sovrano in tutte le parti de'suoi dominii nelle quali per affari di stato e di guerra dovea continuamente aggirarsi, non avea mai sede certa; e perciò saviamente provvide ordinando un consiglio che risiedesse perpetuamente in Ciamberì, terra che già dal principio del secolo potea considerarsi come una capitale, benchè l'ordinaria dimora del principe e della sua famiglia, e la stanza del suo tesoro fosse ancora al Borghetto (4).

---

(1) Dai protocolli dello stesso notajo.

(2) Ivi.

(3) *Libravit sibi ipsi cui dominus ipsos debebat pro precio unius cupe argenti cum copercello ponderantis quinque marchas et duas uncias argenti date per dominum preposito S. Mariae Avinionis nuncio domini Pape qui venerat cum corpore dicti domini comitis quondam. XL solidos grossorum turonensium.* Conto dell'ospizio del conte, d'Antonio di Clermont 1323-1324; Arch. Cam.

(4) *Computus domini Humberti de Castelletto consiliarii domini residentis apud Chambe-*

Volle pertanto Odoardo che una parte del suo consiglio vi risiedesse; nè pare che ne separasse la giurisdizione da quella dell'antico consiglio, poichè ne' tempi che seguitarono troviamo la stessa autorità sì giudiciale che politica essere da ambedue i consigli esercitata (1).

Del consiglio residente a Ciamberì si ha memoria fin dal 1327 nel qual anno e ne' due seguenti n'era cancelliere, o sigillifero Umberto di Castelletto con provvisione di cento soldi grossi tornesi, che valeano altrettanti fiorini d'oro. Hannosi di quel tempo riscontri di molte grazie fatte da questo consiglio a condannati in pene pecuniali, e si trova, che essendo sospetto di guerradi S. Antonio ai col Delfino, il consiglio mandò fra Francesco di Voyron dell'ordine castellani di Johannages, di Chabouz e d'altri luoghi del Viennese e del Lionese per avvisarli di far buona guardia, e per far incetta di vettovaglie e di munizioni da guerra.

Poco dopo la metà di quel secolo, quando Amedeo VI punì con l'armi le follie di Jacopo principe d'Acaja suo cugino, a cui occupò per qualche anno lo Stato, deputò un giudice delle appellazioni di

riacum pro domino et custodis sigilli consilii domini apud Chamberiacum de receptis et libratis per ipsum pro Domino a festo circumcisionis Domini anno a nativitate ejusdem M. CCC. XXVIII usque ad octavam diem mensis octobris esclusive anno M. CCC. XXIX et sciendum quod quandocumque dominus per idem tempus stetit in terra sua dictum sigillum nichil operatum est vel saltem modicum sed sigillum proprium hospicii domini (cioè quello che poi fu tenuto dal cancelliere di Savoia).

Nel medesimo conto si legge: *Libravit sibi ipsi capienti centum solidos grossorum turonensium de salario per annum quamdiu vacabit apud Chamberiacum in negociis domini ut per literam domini de testimonio et mandato datam Burgeti die XIIII mensis novembris anno CCC XXVII.*

(1) *Recepit a certis hominibus de Fosano, Genola, Salmatorio et locorum aliorum Guelfe partis pro sigillo litere per quam dominus sibi et suis remisit et quitavit omnes condempnaciones penas et banna in quibus condempnati nuper fuerunt per consilium domini cum eo residens occasione cujusdam rumoris seu rixe habite nuper apud Foxanum inter homines partis Guelfe et partis Jobeline ex quo dominus habuit ab eisdem ducentos florenos auri magni ponderis. IIII frans auri.* Conto di Girardo Destres cancelliere di Savoia 1377-1379. Conto d'Umberto de Aulanova Procuratore generale del conte, de' proventi del sigillo del Consiglio residente a Ciamberì 1342-1343.

Val di Susa, del Canavese, e del Piemonte (1), e dopo la morte di Jacopo, quando ebbe la tutela de' figliuoli di lui, credette forse opportuno di stabilire un consiglio residente anche al di qua dai monti. Di tal consiglio infatti ho trovato riscontro nell'anno 1374 e poi appresso più volte; ed ebbe sede talora a Rivoli, talora a Torino (2).

11. Del rimanente non aveano ancora i principi inframesso l'antica consuetudine d'esercitare personalmente la più nobile prerogativa della sovranità, quella di giudicare. Onde nel secolo XIII si ha memoria dei placiti tenuti dai conti di Savoja or nell'una or nell'altra parte de' loro dominii.

Nel 1267 Giovanni di Mongelato avea provvisione di 40 lire all'anno *ut sequeretur placita domini*; il che sembra indicarne la frequenza. Maestro Pier Lombardi riscosse nell'anno medesimo dieci lire pe' placiti che il Conte tenne avanti di se in Monmegliano (3). Ne' tempi seguenti s' hanno molte altre memorie di simili parlamenti generali tenuti dal Conte in varii luoghi del suo stato. A Ciamberì pare che si celebrassero più d'una volta all'anno. S' ha riscontro d'uno che vi fu tenuto verso l'ognissanti del 1315, per la qual occasione fu cresciuta di sette sergenti la guernigione del castello. Un altro se ne dovea tenere nel maggio dell'anno seguente, alla cognizione del quale si era rimandata la differenza vertente tra il castellano di Ciamberì ed Uomobono Asinari pel dritto di guardia che questi allegava di non esser obbligato a pagare (4).

---

(1) *Recepit a domino Girardo de Galeriis de Raconixo constituto judice causarum appellationum Vallis Secusie, Canapicii et Pedemontis per unum annum sub salario LX florenorum I flor. b. p.* Conto di Giovanni Ravais cancelliere di Savoia 1359-1360. Arch. Cam.

(2) Conto di Jacopino di Revigliasco chiavario di Torino 1374-1377. — Conto dell' ospizio del conte, di Tommaso Orselli 1373-1376. — Conto di Girardo Destres cancellier di Savoia 1385-1388. Arch. Cam.

(3) Conto di Goffredo de Amasino balio di Savoia e castellano di Monmegliano 1267-1268.

(4) *De X florenis auri quos debebat bonus homo Asinarius et ejus nepotes non computat nec computavit in computo precedenti, quia dicunt quod ipsam gardam demandaverunt domino et propter hoc dicunt se esse quitos de dicta garda et quia castellanus hec negabat*

Nel 1324 Guglielmo preposto di Montegiove si querelò al Conte di Savoia delle molestie che gli dava il castellano d'Evian, circa all'esercizio del mero e del misto impero ne' beni che Giovanni del Dugnyer suo predecessore aveva acquistati dai signori di Cly. Fu discussa la causa nel parlamento generale, che in febbrajo di quell'anno tenne Odoardo in Chillon, e uditi i testimonii e considerata attentamente la questione dai giureconsulti da cui il Conte era assistito, si definirono le controversie e si dichiarò fra la altre cose competere alla casa di Montegiove il dritto di rizzar i segni del mero imperio vicino a Novez sopra S. Gingolphe (1).

Le questioni che sorgeano fra potenti erano appunto quelle che più volontieri si riserbavano alla solennità di que' parlamenti generali ne' quali non si potea temere, che la prepotenza delle private passioni prevalesse alla giustizia; col che si recava efficace rimedio alle molte imperfezioni da cui erano a que' tempi corrotti gli ordini giudiziali.

Due anni dopo Odoardo essendosi recato nella valle d'Aosta affine di far riconoscere luogo per luogo gli obblighi, gli omaggi, e le fedeltà consuete, sedendo il 21 di novembre nel giardino del Vescovo, in Aosta, secondo le antiche usanze, intorniato da' suoi prelati, baroni, e giureconsulti in presenza dei signori di Quart, di Fenix, di Montegioveto, di Nuns, di Cly, di Castiglione, di Sarro, di Verrex, e di molti altri Pari, Nobili, e Castellani di quel ducato, disse: che, avendo egli il diritto di alzar tribunale e di render giustizia ovunque gli paresse nella Valle d'Aosta, comandava ad essi pari e nobili di seguitarlo, affermando che anche in loro assenza avrebbe tenuto ragione, perchè così aveva autorità di fare. Al che i pari non contradissero, protestando solo di tener

---

et alii petunt jus sibi dici et interim ipsos non compelli remissum aut augmentum in proximo parlamento quod tenebitur apud Chamberiacum mense maii. Conto di Bartolomeo Barralis castellano di Ciamberi 1315-1316.

(1) Ne' protocolli del notajo Rejnaudi. Arch. Cam.

in feudo da lui la giurisdizione sulle strade pubbliche, e perciò affermando appartener loro la punizione dei delitti che vi si commetteano, non al conte, che avea dato indizio di volerlo fare. La qual protestazione non fu dal conte accettata (1).

Furono meno frequenti ne' tempi che vennero poi questi parlamenti generali. Narra il Capré che durante la tutela d'Amedeo VI, nel 1345, fu ordinato che si tenessero una volta all'anno e non più (2). Del rimanente men vivo dovette risentirsene il bisogno poichè con savie leggi si diè miglior forma ai tribunali, maggior regolarità ai giudizi.

12. E di tal beneficio fu la Savoia debitrice a quel gran principe Amedeo VI il quale, non si sa bene in qual anno, pubblicò uno statuto di sessantacinque capi pieno di savissimi ordinamenti, il primo de' quali è la deputazione d'un avvocato provvisionato da lui che patrocinasse gratuitamente le cause de' poveri; pietosa instituzione che sta ancora ai dì nostri (3). La somma delle altre ordinazioni mi è paruta troppo importante perch' io non abbia desiderio d'esporla brevemente.

---

(1) *Cum eidem domino comiti competat ut asserit sedem tenere et justiciam facere ubicumque in valle augusta idem dominus comes precepit predictis paribus ut ipsum sequi debeant per dictam vallem pro justicia facienda; alioquin idem dominus comes justiciam faceret in ipsorum absencia quod facere potest ut asserit ubicumque in valle predicta.* Ne' protocolli dello stesso notajo.

(2) Traité historique de la Chambre des comptes de Savoie.

(3) Copia autentica di questi statuti è nell' Archivio della R. Camera de' conti. Manca la data dell'anno, ma dai titoli che assume il principe e dalla qualità delle monete che vi si ricordano, e da altri riscontri, si vede chiaramente non potersi attribuire ad altro principe che ad Amedeo VI. Cominciano così: *princeps illustris et magnificus dominus noster dominus Amedeus Sabaudie comes, Chablasii, et Auguste dux et in Italia marchio et princeps desiderio desiderans utilitati suorum subditorum salubriter providere etc. Primo quia sepe contingit hactenus et in futurum contingere posset pauperes et miserabiles personas in judiciis interesse tam agendo quam defendendo que jura sua vel agendo vel defendendo prosequi vel tueri non possent obstante eorum paupertate vult statuit prefatus dominus noster Sabaudie comes quod in villa Chamberiaci resideat unus jurista qui erit in causis et aliis actibus personarum pauperum advocatus cui prefatus princeps dominus noster Sabaudie comes constituet salarium certum per annum.*

Nel consiglio residente a Ciamberì, oltre al cancelliere o sigillifero sederanno due collaterali, e l'avvocato, ed il procurator fiscali. Mancando uno o due di loro i rimanenti decideranno con la medesima autorità.

Non avrà voce in consiglio chi essendo avvocato o giudice inferiore avrà patrocinato o deciso la causa portata alla cognizione del consiglio.

Ogni causa portata al consiglio sarà terminata fra l'anno semplicemente, senza strepito o forma di giudizio.

Nello stesso termine decideranno le cause i giudici inferiori.

Il giudice delle appellazioni fra sei mesi.

Hanno balìa di sedere al banco del consiglio i prelati, il cancellier di Savoia, tutti in somma i membri dell'altro consiglio.

La relazione delle citazioni si farà per iscritto.

Il consiglio ha potere di chiamar avanti di se qualunque persona suddita del conte, qualunque sia il grado che tenga. E così qualunque causa quando lo ricerchi o la molta autorità o la molta miseria delle persone, o la rilevanza della causa, od altra giusta cagione secondo stimerà il consiglio, il quale potrà ritener le cause, ancorchè le parti ne chiedessero la rimessione all'ordinario. I contumaci pagheranno le multe seguenti: cioè se agricoltori e manovali 5 soldi viennesi; se nobili, borghesi o notai 25 soldi viennesi; se cavalieri banderesi 10 lire; le quali pene s'intenderanno per la prima contumacia, e saranno per ogni nuova contumacia progressivamente addoppiate. Ed oltre a queste che s'incorreranno di pien dritto sarà lecito al consiglio di stabilirne altre nelle lettere di citazione.

I giudici terranno le assise ne' luoghi consueti almeno quattro volte all'anno.

I giudici de'banderesi risiederanno nella terra de' medesimi o in quella del conte. Conosceranno nelle cause civili fino alla sentenza inclusive; nelle criminali fino a sentenza esclusive.

Le cause criminali dovranno terminarsi nelle assise, poichè sarà

spirato il tempo della difesa. Potranno tuttavia i giudici ove la grandezza della causa, od un grave dubbio di diritto lo consiglino rimetterne la decisione alle assise seguenti. Fuori di questi casi il giudice moroso pagherà un fiorino per ogni dì di ritardo.

Le cause de' carcerati si definiscano fra dieci dì dopochè sarà spirato il termine per la difesa, o che dal ditenuto ne sarà fatta istanza; salvochè il giudice sia impedito da malattia, od occupato in affari del conte.

Gli istromenti in buona forma che saranno stati dal giudice sigillati avranno esecuzione parata.

Agli spogliati notoriamente si soccorra d'ufficio dal giudice colla rimessione in possesso.

Il segretario della curia condurrà a termine le informazioni fra dieci dì dall'arresto.

Niun castellano potrà comporre cause criminali se non nelle assise; e si registreranno gli accordi in presenza del procuratore del conte e del giudice. Niun accordo avrà luogo primachè l' inquisizione sia scritta ne' registri delle curie.

Niun accordo si farà pe' misfatti che si puniscono con pena capitale; nè per quelli di falsità.

Niun castellano od altro ufficiale sia così ardito che liberi un arrestato se nol comanda chi lo fece arrestare; salvochè così voglia il consiglio che ha balìa d'ordinare la liberazione di qualunque carcerato.

Nissuno ardisca di citar altrui avanti alla curia ecclesiastica per affari non ecclesiastici sotto pena di 100 soldi forti da pagarsi dal citante ed eziandio dal citato se non l'avrà rivelato. Niun laico ceda debiti, obbligazioni od azioni ad un chierico coll'occasione della qual cessione possa esser chiamato avanti alla curia ecclesiastica. Il contravventore perderà la causa, e la cosa ceduta, e pagherà 100 soldi forti, se citato avanti la curia ecclesiastica non l'avrà rivelato. Le cose de' pupilli, o minori che non si possono conservare, o che non son necessarie saran vendute all'incanto. Il prezzo si convertirà

in utilità del pupillo secondo il consiglio de' prossimiori. Questo avrà luogo nel caso che il padre non avesse ordinato diversamente.

La quitanza del tutore dovrà farsi giudicialmente; nè il giudice l'approverà prima d'aver preso diligente informazione de' portamenti del tutore dagli amici della famiglia.

I segretarii consegneranno tutti gli anni al custode della *crota* di Ciamberì il registro degli istromenti ricevuti pel conte.

Oltre a questi statuti altri ve n' hanno riguardanti la tassa dei dritti dovuti ai giudici, castellani, segretarii, mistrali, de' quali ultimi in ispecie si frenò con gravi pene l'insolenza e l'avidità.

L' intenzione di queste leggi è, come si vede, eccellente.

Le disposizioni in generale son buone; ma ben mi par da riprendere la troppa gravità della pena comminata a' giudici morosi; pena che, come accade, di tutte quelle non proporzionate al mancamento non fu, penso, mai applicata; essendo vero che pena eccessiva equivale ad impunità.

13. Sedea nel grado supremo il conte di Savoia il quale esercitava solo, o per mezzo del consiglio da lui nominato, l'assoluta sua autorità la quale non ricevea la menoma alterazione dalla sua dipendenza verso l'impero, dipendenza che non si stendea a tutte le parti de' suoi dominii e che era stata sempre più di riverenza che di soggezione. Non avea la sovrana podestà altri confini che quelli che le imponeano le leggi e le consuetudini feudali, e le franchezze ch' ella medesima avea conceduto ai comuni o che i comuni nell'atto di dedizione aveano avuto cura di riservarsi, e dell'une e dell'altre prometteva il principe l'osservanza con giuramento.

I sudditi de' conti di Savoia erano più anticamente divisi in cinque ceti. Il primo de' religiosi. Il secondo de' baroni e de' cavalieri banderesi; il terzo de' nobili; il quarto de' censuarii e de' livellarii; l'ultimo de' tagliabili.

Tutti i vescovi, tutti i capitoli, tutte le case religiose avean feudi e signorie con maggiore o minor giurisdizione, e per conseguenza vassalli e sudditi. Lo stesso conte di Savoia tenea feudi moventi

dal diretto dominio de' vescovi di Sion e di Losanna ai quali ne faceva omaggio. Così Odoardo riconobbe il 3 dicembre 1327 il castello di Chillon da Aimone vescovo di Sion e gliene giurò fedeltà, ed Aimone fè omaggio a lui del castello di Morges e della strada pubblica, dalla croce de Otans fino ai confini della sua diocesi (1).

Baroni o cavalieri banderesi erano quelli che alzavano in battaglia bandiera propria sotto alla quale convenivano i nobili di minore stato che tenean feudi da loro. Possessori di molte terre e castella e tenute sulle quali parecchi aveano la piena giurisdizione ed il mero e misto imperio, ed alcuni fin anche i dritti regali (2), sarebbero stati per qualità di signoria poco differenti dallo stesso sovrano, se questi non avesse avuto autorità di chiamarli in giudicio avanti di se; di ricevere i ricorsi de' loro sudditi che a lui si compiangevano di qualche ingiustizia; d' obbligarli a seguitarlo ne' suoi eserciti in guerra, e nelle cavalcate, d' impedirli di levar passaggi e d' impor nuove tasse e gabelle; se non avesse quasi dappertutto riservata a se medesimo l'esclusiva giurisdizione sulla strada pubblica e così sui delitti che vi si commetteano anche dai sudditi de' baroni e de' religiosi (3); se infine essi baroni non fos-

---

(1) *Nos Odoardus comes Sabaudie et Aymo episcopus Sedunensis convenientes in unum apud aquam de Morgia prope Conthegium Sedunensis diocesis ad invicem fecimus alter alteri homagium et fidelitates prout nostri fecerunt predecessores. Et nos Comes predictus recognoscimus nos tenere in feudum a dicto domino episcopo et ecclesia sedunensi feudum Chillionis cum pertinentiis dicti feudi et nos dictus episcopus confitemur et recognoscimus nos tenere in feudum a dicto domino Comite stratam pubblicam a cruce de Otans superius usque ad finem diocesis nostre; item feudum de Morgia nostre diocesis ect.* Ne' protocolli del notajo Rejnaudi. Arch. Cam.

(2) L' investitura concessa a Bertramo di Monmegliano dal conte Tommaso il 29 agosto 1227 si stende a quanto possiede nella parrocchia di Bussolo dalla Dora alla sommità dei monti *cum omni districtu dominio et iurisdictione nomine liberi et nobilis feudi cum omni imperio et iurisdictione et foudro regali eo modo et forma quibus ipse dominus comes predictis utebatur*. Ne' protocolli del notajo Rejnaudi.

(3) L'accordo fatto da Amedeo V nel 1315 col monastero della Novalesa sulla rispettiva giurisdizione dice così: *Excepto mero imperio et iurisdictione qualibet puniendi homicidas*

sero stati del pari che i prelati e religiosi obbligati a consentire che il conte levasse da loro proprii vassalli qualche sussidio.

Il ceto de' nobili era composto de' signori di piccioli feudi con giurisdizione, di quelli che per ufficio o per gradi accademici si erano innalzati a tal dignità, e dei discendenti degli antichi uomini liberi detti *Rachimbourg* appresso ai Franchi, *Arimanni* appresso ai Longobardi; i quali, oltre al tenere le loro possessioni in piena proprietà, accompagnavano il conte ne' parlamenti generali detti *placiti* o *malli*, ed aveano il pieno esercizio di tutti que' dritti civili che formavano il *caput* de' Romani (1). Il numero di costoro s' andò assottigliando, perchè prevalendo gli ordini feudali quasi tutti fecero de' loro beni atto d' accomandigia o a qualche potente barone o al conte, e li riconobbero da lui; ma tuttavia è vero che la loro nobiltà non sorgea dal feudo nobile, ma avea più alti principii e di molto anteriori alla ragione feudale.

La franchezza da ogni tributo, da ogni balzello, od accatto fuorchè da quelli ch' essi medesimi consentivano a titolo di dono, la giurisdizione più o men piena sulle terre, o ville, o vicinanze che possedeano, il privilegio d'essere deputati balii, o castellani, di venir decorati dell' alto grado della cavalleria (2) costituivano le principali prerogative di questa condizione d' uomini.

Il quart'ordine era composto di quelli che teneano case e poderi in ragione di feudo rustico, di censo, o di livello ed erano

---

fures latrones raptores et proditores et homines ipsius prioratus delinquentes tam in strata publica regali quam mercatores et alios euntes et redeuntes ultra montes, le quali cose il conte a se riserva. Ne' protocolli del notajo predetto.

(1) Savigny, histoire du droit Romain au moyen âge, tom. 1.er

(2) Le lettere di nobiltà concedute da Carlo V re di Francia in novembre del 1372 a Nicolò des Villars fratello del vescovo di Troyes, contengono il seguente capo: *Ita quod idem Nicolaus et ipsius liberi ac tota posteritas eorumdem masculina in legitimo matrimonio procreata et procreanda quandocumque et a quocumque milite voluerint militiae cingulo valeant decorari.* Promptuarium sacrarum antiquitatum Tricassinae dioecesis auct. Nicolao Camusat. fol. 216.

obbligati a certe annuali prestazioni di danaro, di grano, di pani, di torte, di castagne, di costerecci, di capponi, di galline, d'uova, di pepe, di gengevero, e talora di melagrani e d'altrettali cose bizzarre e straordinarie da pagarsi a certi luoghi ed a certi giorni segnalati. Oltre a ciò avean debito di servizi personali per le fortificazioni del castello, e per la guardia del medesimo, d'opere di buoi, di falce, di correggiato ed altre simili intorno ai beni ed alle cose del conte, al quale eran tenuti servire in guerra con usbergo, gorgiera, celata, scudo, spada e lancia; ed il quale eran tenuti di raccettare o con tutto il suo seguito o con un numero determinato di seguaci quando si recava alle loro case; e benchè non vi si recasse dovean tuttavia pagare una tassa ferma annuale pel dritto d'albergo. I quali obblighi fin quì annoverati non debbono intendersi siccome ciascun censuale o livellario tutti gli avesse, ma sibbene la maggior parte (1).

Veniano in ultimo luogo i tagliabili la miseranda condizione dei quali consistea non tanto nel pagare un annua taglia in quella somma che era per antica consuetudine o per accordo stabilita od in quella che il conte determinava a piacer suo (*talliabiles ad misericordiam*) ma sibbene nell'essere considerati come veri servi anzi come stromenti affissi ed incarnati a quelle tali possessioni colle quali si vendeano, donavano, permutavano contrattandosi non altrimenti che le greggie e gli armenti, e le masserizie; e nell'essere incapaci di vera proprietà e perciò incapaci di far testamento; onde, sebbene ai figliuoli da lor procreati si lasciassero per tolleranza godere i medesimi beni, mancando questi ogni loro avere era devoluto al signore (2); ed infine nel non poter senza

(1) Borghini. De' vescovi Fiorentini.

(2) *Erat homo talliabilis domini propter quod omnia bona ejus domino pertinebant cum decesserit sine heredibus de suo corpore procreatis*. Conto di Girardo Destres cancelliere di Savoja 1385-1388. Arch. Cam.

Borghini, de' vescovi Fiorentini.

Histoire du Dauphiné et des princes qui ont porté le nom de Dauphins tom. 1.er p. 81.

pena nè prender moglie, nè maritar le figliuole in famiglie che non fossero similmente tagliabili del Conte (1).

14. È noto che gli ordini municipali de' Romani non furono mai del tutto spenti nè anche quando l'Italia e la Francia furono affogate dai barbari; onde anche al di là delle alpi sopravvissero, almeno nelle città popolose, alla universale rovina. Verso il mille quando il commercio cominciò a render gli uomini solleciti e procaccianti e quindi danarosi e periti di varie genti e di varii costumi pe' lunghi viaggi intrapresi, il desiderio di più gentil condizione li mosse a chiedere qualche forma di municipio, e agevolmente l'ottennero. Fin dal secolo XII hanno i conti di savoia conceduto a qualche terra di reggersi a comune; le prime franchezze di Susa risalgono ad Amedeo III morto nel 1148 (2), e le prime d'Aosta concedute da Tommaso hanno la data del 1188 (3). Nel secolo XIII le concessioni di franchezza e di libertà anche alle ville di minor riguardo furono sicuramente in gran numero. Queste carte di franchezza e di libertà conteneano il novero de' dritti politici l'esercizio de' quali era conceduto ai loro abitanti come di formar corpo di comunità, di elegger sindaci, ed economi che li rappresentassero, e che amministrassero le rendite comunali, e talora di levar qualche gabella, o qualche tassa per sopperire alle spese necessarie (4); ed ancora

---

(1) *De octo solidis receptis de quodam homine domini qui intravit per maritagium casale alterius domini.* Conto di Jacopo de Leydes castellano di Contheys e di Sallion. 1269.

R. a Jacobo dicto de Varon pro matrimonio filie sue; et est sciendum quod quando aliquis de hominibus domini qui vulgariter hudriescent maritat filium vel filiam fratrem sororem vel nepotem extra hospicium dominus potest percipere ab eodem si voluerit tantumdem quantum dat de pecunia in dotem . . . . x solidos albe monete. Conto di Guglielmo di Castiglione castellano di Grassembourg 1348. Arch. Cam.

(2) Storia di Chieri tom. 1. 571.

(3) Terraneo, Memorie sopra la Valle d'Aosta. MS. della biblioteca di S. E. il conte P. Balbo, Ministro di Stato.

(4) *Omnes burgenses dicte ville debent ponere in communi si opus est . . . . Capellani et clerici ponant in communi, et in munitione ville prout jus exigit et ponere consueverunt.* Carta di libertà di S. Lorenzo del Ponte conceduta da Amedeo V. Protocolli del notaio

d'assistere il castellano a render ragione massime in quelle congiunture sulle quali non provvedendo lo statuto era necessario ritrarsi alle antiche osservanze. Conteneano ancora quelle carte l'assoluzione dalle taglie, dalle lelde, e dai servizi personali e talora la franchezza dalla gabella e dai passaggi per tutta la terra del conte. Attribuivasi ai borghesi la facoltà di testare, si dichiarava che morendo alcuno intestato, non il fisco, ma i prossimiori gli succedessero fino al quarto, ovvero fino al quinto grado inclusive (1); Limitavasi ancora in favor del commercio la rigorosa prescrizione della legge d'ubena. Definivasi da quali gravezze dovessero i borghesi andar esenti, quali pagare e in che somma, e prometteano i sovrani solennemente di non imporre accatti, balzelli, maletolte nè altre gravezze senza il loro consentimento; regolavansi minutamente le condannagioni pecuniali e le ammende de' leggieri trascorsi, e statuivasi quanti soldi dovesse pagare chi ponesse mano alla spada; quanti chi con animo d'offendere porgesse fuor di casa o mezza o tutta la lancia; quanto chi desse un pugno in dì di mercato; quanto chi fosse cagione che sangue scorresse; quanto la moglie che facesse fallo al marito; quanto per una ferita sanguinosa; quanto se il sangue si vedrà sparso per terra e così per molti altri simili e minori casi, e fino per ingiurie verbali (2). Pei misfatti d'alto tradimento, di ladroneccio, e di falsità, e per gli

---

Rejnaudi. Ivi anche si legge: *Si viator transit per villam non debet ei questio retardari, sed debet ei judicium statim fieri. Omnes debent excubias exceptis sacerdotibus et militibus.* Ut supra.

(1) Nella carta di libertà di S. Lorenzo del Ponte si legge: *Si burgensis moriatur et faciat testamentum, testamentum ipsius observetur; et si ab intestato decedat propinquiores sibi succedant, et si non appareant expectentur per annum unum et diem et nisi veniant infra dictum tempus fiat de rebus et bonis ipsius quod justicia suadebit; et si aliquis mercator aut peregrinus vel viator morietur hoc idem debet fieri.* Protocolli Rejnaudi.

(2) *De verbis injuriosis dictis extra presenciam judicum vel officialium nostrorum si injuriatus sibi petit emendam nullum bannum debet domino nisi talia sint verba pro quibus possit indici duellum.* Carta delle franchezze di S. Branchier confermata da Amedeo V. Protocolli del notaio Rejnaudi.

omicidii si dichiarava che il colpevole starebbe alla misericordia del conte (*sit in misericordia domini: sub nostro velle sit*). Il che volea dire che sarebbe giudicato a pena capitale od al guasto di qualche membro se pure il conte non si risolvea ad accettare una grossa ammenda pecuniale.

Assegnavasi ancora in quelle carte di libertà la durazione del servigio militare che ciascuna terra dovea prestare al conte ed i confini entro ai quali si dovea prestare. Così per esempio il comune di S. Branchier dovea servir per un mese in tutto il vescovado Sedunense, e intorno al lago sì veramente, che da quello non si dilungassero più d'una giornata di cammino. Il comune d'Evian dovea il medesimo servigio ne' vescovadi di Ginevra, Losanna e Sion; finito il mese, se il Conte volea trattenerli dovea far loro le spese (1). Determinavansi eziandio i confini della terra franca, che ad Evian correa lo spazio di dugento tese intorno alla villa; largivasi pure al comune l'uso di pascoli e di boschi; ma il nerbo e la sostanza di tali franchezze si facea consistere in ciò che un borghese non potesse essere imprigionato ad arbitrio degli ufficiali del Conte. Perciò d'ordinario si stabiliva che nissun borghese potesse esser tratto prigione quando trovasse chi rispondesse per lui, fuorchè fosse omicida, ladrone, traditor manifesto, o falsario; o reo in somma di misfatto capitale. Così nelle carte di libertà di S. Brancherio e di Tonone, ed in quella d'Evian (2). Qualche volta an-

(1) V. i documenti N. 5 e 6.

(2) Nella carta di libertà già mentovata di S. Lorenzo del Ponte si legge: *Infra terminos Franchesie dicte ville nullus debet capi quamdiu paratus fuerit stare juri nisi latro sit aut traditor vel talis qui penam meruerit corporalem.* In quella di S. Branchier si legge: *Volumus et concedimus quod nullus capi debeat nec eciam detineri per personam in villa S. Brancherii vel infra ipsius ville Franchesie terminos infrascriptos quamdiu paratus fuerit cum effectu ydonee cautionis de stando juri in curia nostra nisi sit latro homicida vel proditor manifestus vel aliud enorme delictum perpetraverit pro quo meruerit senteciam capitalem. Item quod nullus capiatur per personam vel detineatur nisi pro maleficio et tunc si paratus est dare fidejussorem de parendo juri non capiatur nec detineatur nisi pro enor-*

cora si dichiarava che niuno potesse esser tratto in giudicio fuor della terra di cui era borghese, salvochè fosse trovato nel luogo del contratto (1).

Opportunamente nella concessione di tali privilegi s'aggiungeva la correzione degli abusi che l'avidità degli agenti fiscali aveva introdotti, come di levar la tassa detta delle tese anche per le case disabitate; d'occupar i beni di quelli che a torto od a ragione sospettavano essere stati, vivendo, prestatori ad usura; e dove al Conte competeva, come a Susa, la tutela de' pupilli e delle vedove delegarne il nobile ufficio a chi profferiva più moneta. Onde il sovrano espressamente dichiarava non esser dovuta la gravezza delle tese per le case disabitate (2); non doversi occupare i beni degli usurai, ed in certi luoghi doversi solamente occupar quelli degli usurai manifesti (3). Ed in quanto alla tutela de' Segusini le parole della carta del 1233 son queste: « L'uso de' Segusini è tale, che « le vedove e gli orfani sieno sotto la nostra tutela perchè ne sia « difeso e non manomesso l'avere. Il tutore nominato per testa« mento eserciti quietamente il suo ufficio secondo la volontà del « testatore. Se alcuno preoccupato da morte non avrà dato tutore « a' suoi figliuoli, siccome la tutela di questi a noi appartiene,

---

mibus delictis et manifestis ut superius dictum est — Nella carta di libertà di Tonone confermata da Odoardo nel 1324 si eccettua solo colui che *tale et tantum delictum videretur commisisse ex quo mors vel membrorum mutilatio deberet inferri*. Ne'protocolli del notaio Rejnaudi. Arch. Cam.

(1) Carta di libertà di Chatelard en Bauges conceduta da Amedeo V nel 1301. Arch. Cam.

(2) Carta di confermazione delle franchezze di S. Maurizio d'Agauno del 3 di febbraio 1324. Protocolli del not. Rejnaudi. Arch. Cam.

(3) *Preterea nos dictus comes et dictis nostris burgensibus concedimus in perpetuum pro nobis et successoribus nostris quod in usurariis manifestis et non manifestis sive decedant testati sive non qualitercumque et quocumque loco decedant de rebus et bonis ipsorum nichil possimus ratione exercitii usurarum ullo tempore exigere vel habere nec in vita nec in morte, nec post mortem ipsorum sed eorum res, et bona deveniant ad heredes et propinquiores eorum.* Carta di libertà di S. Lorenzo del Ponte. Un privilegio così largo si trova tuttavia raramente conceduto.

« volendo accrescere in ciò la libertà de' Segusini promettiamo so-
« lennemente di conferirla secondo il consiglio degli amici della
« famiglia a coloro ch'essi riputeranno più abili a sostenerla. » E
postochè ci siam condotti a parlare di questa notevolissima carta
di libertà, ci giova ancora riferirne un'altra singolar concessione:
« Se alcuno farà prigione in guerra (così lo statuto) un villano, o
« un donzello, un pedone, od un saettatore di qualunque condi-
« zione sia, rimanga in suo potere con tutto il bottino che avrà
« fatto in tal occasione; d'un cavaliere abbia il cavallo e le armi
« coll'altra preda che avrà fatta, ma ne renda a noi la persona. » (1)

Per mezzo di queste carte di franchezza, con liberal cuore dai sovrani di Savoia concedute, e massime da Tommaso, da Amedeo IV, da Pietro, da Filippo e da Amedeo V, venne a formarsi un altro importante ceto di sudditi, che seguitava allato allato quello de' nobili, che fu sovente utile alla potenza del Conte, e che non abbracciò mai consigli contrari alla dignità della corona.

E siccome i privilegi di cui godeano i borghesi dovean renderne molto desiderata la condizione, erano eziandio definiti il tempo e la forma con cui si potea dagli strani acquistare nella terra libera il dritto di naturalità; ed era la dimora d'un anno e un dì senza richiamo del loro antico signore, al che in altri luoghi s'aggiungeva l'obbligazione di comprar casa e beni della valuta che veniva assegnata. Nè mancano esempi di persone ricevute dal Conte in suoi uomini e comborghesi di qualche terra; come di Nicoleto Beccuti a Rivoli nel 1323, d'Andrea Dargil a Lompnes nel 1357; e talora questo privilegio si concedeva a tempo; e per due soli anni ottenne l'uso delle franchezze d'Avigliana Filippo di Bulgaro, cittadino d'Ivrea, nel 1386 o 87 (2).

---

(1) Storia di Chieri tom. I. 675.

(2) V. il documento num. 7. Conti di Giovanni Ravays cancelliere di Savoia; e di Girardo Destres altresì cancelliere di Savoia.

Prima di por termine a questa materia non voglio tralasciar di ricordare un nobilissimo statuto che si legge nella carta di franchezza di Chatelard en Bauge il quale dice così: « Se un ricco « contenderà con un povero il comune sarà tenuto di dar consi« glio al povero. »

15. La contea di Savoia cogli stati annessi solea trasmettersi di maschio in maschio per ordine di primogenitura. Nel secolo XI Pietro ed Amedeo figliuoli d'Adelaide ne tennero forse insieme la signoria, ma essa non fu mai divisa, e le baronie che se ne spiccarono per contentare qualche principe collaterale furono date in feudo movente dal diretto dominio del conte di Savoia e coll'obbligo dell'omaggio ligio (1). Il titolo di primogenito era talmente considerato come un titolo di maggioranza, che non solo gli uomini, ma perfin le donne ne facean uso; e Bianca moglie d'Odoardo s'intitolava primogenita dell'illustre uomo Roberto duca di Borgogna (2).

L'esclusione delle femmine fu similmente sempre osservata, onde alla morte d'Odoardo non furono accettate le domande di Giovanna duchessa di Brettagna sua figliuola, e la corona passò ad Aimone suo fratello, perchè tale era l'antica osservanza della contea, e perchè così aveva ordinato, come vedremo, Amedeo V.

Del rimanente l'esclusione delle femmine finchè durano i maschi è cosa altamente comandata dall'interesse de' popoli, alla felicità de' quali conferisce moltissimo l'aver un principe di stirpe usata ab antico a governarli, nato e cresciuto fra loro, imbevuto de' loro

---

(1) E così pure il dotalizio delle contesse di Savoia. Nelle lettere testimoniali d'Anselmo vescovo di Moriana e di Falco vescovo di Grenoble date nel 1268 in occasione delle differenze insorte tra Cecilia del Balzo vedova d'Amedeo IV e Pietro conte di Savoia rispetto al castello di Monmegliano sta scritto: *Item consuetum erat in domo Sabaudie quod domine viris suis . . . (lacuna; forse defunctis) licet dotalicia sua haberent et tenerent fidelitates tamen domini comites habebant et tenebant.* Arch. Cam.

(2) Convenzione tra Odoardo conte di Savoia, Aimone suo fratello, e Bianca contessa di Savoia del 5 marzo 1324. Arch. Cam. Protocollo num. 1.

usi, de'loro costumi, e fin de' loro pregiudizi medesimi. Onde l'abbate di S. Ramberto facendo nel 1196 donazione del castello di Cornillon a Tommaso illustre conte di Savoia, gli proibiva di separarlo dalla contea, o con darlo in dote alle figlie o in altra guisa (1).

Ma non sempre, invece fu atteso l'ordine della rappresentazione, perciocchè nel 1263 Pietro succedette a Bonifacio a pregiudizio di Tommaso suo nipote: e nel 1285 Amedeo V occupò il trono a pregiudizio di Filippo, che fu poi principe d'Acaia. Ond'ebbe poi gran cura di far inserire nella forma del giuramento di fedeltà la promessa d'obbedire ad esso non meno che a'suoi legittimi discendenti (2).

Questo principe consapevole de'travagli che gli avea suscitati l'esclusione di Filippo per cui avea poi dovuto dismettergli il Piemonte, volle, finchè gli durava il tempo, regolare l'ordine della sua successione. Onde chiamati a se Odoardo ed Aimone suoi figliuoli assegnò a quest'ultimo la terra di Baugé ed altri feudi e signorie per tenerle in nobile baronia ed in feudo ligio, coll'obbligo della fedeltà e co'servigi consueti verso il conte di Savoia; dichiarò che, mancando Odoardo, senza figliuoli, la contea colle sue appartenenze dovesse passare ad Aimone, e che le figlie si maritassero nobilmente con dote proporzionata al loro stato, in danaro e non in beni; che mancando altresì Aimone senza prole maschia, la corona dovesse trasferirsi a quel maschio del nome e del sangue di Savoia che sarebbe designato da lui o da Odoardo o da Aimone; e che le femmine fossero dotate convenientemente in danaro.

Queste savie disposizioni d'Amedeo V furono compiutamente eseguite, e siccome Odoardo dal suo matrimonio con Bianca di Borgogna non avea che una figlia che fu poi duchessa di Brettagna,

(1) V. il documento num. 8.

(2) Per esempio il vicario di Torino prometteva di tener fedelmente il castello munito di otto sergenti e di due guardie, e di non consegnarlo *nisi prefato domino nostro comiti aut ejus mandato et heredi ab ipso ex recta linea descendenti.* Conto di Freylino Loyra chiavario di Torino 1291-1292. Arch. Cam.

già durante il suo regno le fedeltà de' vassalli prometteano obbedienza a lui ed a' suoi discendenti maschi, e mancando questi ad Aimone ed ai discendenti maschi d'Aimone (1).

Ebbe questi due figliuoli Amedeo e Giovanni, e nel testamento fatto l'undici di giugno 1343 ordinò che la contea di Savoia si trasmettesse ad Amedeo suo primogenito ed ai discendenti maschi di lui; ed in loro mancanza a Giovanni ed a' suoi discendenti maschi, ai quali sostituì ancora Ludovico di Savoia signor di Vaud, ed a questo Amedeo conte di Ginevra, con evidente pregiudizio del lato de' principi d'Acaia (2).

Finalmente Amedeo VI nel suo testamento del 27 febbraio 1383 volle ed ordinò in conformità delle disposizioni de' suoi predecessori che, finchè saranno figliuoli maschi della stirpe e del nome de' conti di Savoia non vengano mai chiamate a succeder le figlie (3).

---

(1) V. il documento num. 9.
(2) Guichenon hist. généal. preuves.
(3) Guichenon preuves de l'hist. généal. 220.

DOCUMENTI INEDITI

DOCUMENTO N.° I.

Nota de' Baliati in cui era divisa la monarchia di Savoia nel 1329, *e delle castellanie che componeano ciascun Baliato.*

Dai protocolli del Notaio Comitale Gio. Reinaudi.

Bailiva Sabaudie.

Castellanie Camberiaci, Burgeti, Montisfalconis, Cusiaci, Castellarii Boviciarum, Fabricarum, Intermoncium, Marchiarum, Montismeliani, Turnonis, Ugine, Confleti, Tharentasie, Mauriane, Aquebelle, Ruppecule, Moletarum.

Bailiva Novalesii.

Castellanie Voyronis, Sancti Laurentii, Pontis Bellivicini, S. Genesii, insule de Ciers, Dolomiaci, Yenne et Chamiati.

Bailiva Viennesii.

Castellanie de Chabouz, coste S. Andree et Boczoselli, S. Johannis de Bornay, Septimi, S. Georgii Sperenchii, Fallarvii et Vuipillerie, S. Symphoriani, Aziaci, Johannages.

Bailiva Burgi.

Castellanie Burgi, Coloigniaci, Trefforcii, S. Stephani, Jasseronis, Bohemencii, Sancti Andree, Pontis Yndis, Ambroniaci, S. Germani.

Bailiva Beugesii.

Castellanie S. Raguemberti, Lonpnarum, Rosseillonis, Saysselli, Balonis, Aye et Cluse.

Bailliva Chablasii.

Castellanie Gebenne, Versoye, Aquarie, Alingii et Thononis, Aquiani et Fisterne, S. Mauricii Agaunensis, Saxonis et Intermoncium, Conthegii et Saillionis, Chillionis, Turris Viviaci, Viviaci, Castri S. Dionisii in fruencia, Perniaci, Mureti.

Bailiva vallis Auguste.

Castellanie Castri Argenti, Auguste, Bardi et Donacii, Montisalti, Ypporigie.

Bailiva Vallis Secusie.

Castellanie Secusie, Avillanie, Rippolarum.

II.

Patti deditizii della città d'Ivrea. (15 *novembre* 1313)

Dal libro delle convenzioni della città d'Ivrea.

In nomine Domini amen:

Infrascripta sunt pacta et conventiones facta et celebrata inter illustres dominos nostros Amedeum comitem Sabbaudie et Philippum de Sabaudia Principem Achaye per se et eorum heredes ex una parte et comune et homines civitatis Yporegie ex altera anno millesimo tricentesimo decimo tertio die decimoquinto novembris.

In primis quod dicti domini et eorum heredes et successores vel alterius ipsorum masculi et ab eis legitime descendentes amodo in anthea perpetuo habeant et habere debeant dominium et segnoriam merum et mistum imperium et omnimodam iuridictionem civitatis Ipporegie districtus et pertinentias eiusdem et exercitium predictorem super dicta civitate districtu et pertinentiis in personis et super personas quascumque dicte civitatis iuridictionis districtus, et pertinentiarum que nunc sunt et fuerint in futurum per se vel nuntios eorundem.

Item quod predictum comune et universitas sive eorum sindici eor. nomine et omnes credendarii nomine ipsorum comunis universitatis et singularum personar. et singulares persone ipsius civitatis iurent et iurare debeant ad Sancta Dei Evangelia tacto libro fidelitatem dictis dominis recipientibus pro se et heredibus suis predictis: et quod a modo in anthea erunt fideles ipsis dominis et eorum heredibus ut supra. et quod attendent et observabunt omnia et singula capitula que in forma fidelitatis nova et veteri continentur.

Item quod predicti domini vel aliquis eorum offitialis vel nuntius non possit imponere excutere capere vel exigere a comuni Ipporegie vel aliquibus singularibus personis ipsius civitatis vel districtus

aliquod fodrum taleam collectam vel impositionem quocumque modo censeatur propter supra vel infra sibi concessa nisi de eorum quorum negotium tangeret procederet voluntate nec aliquid aliud: Et ita tamen quod non obstante fidelitate predicta iamdicti cives et districtuales possint de possessionibus suis vendere alienare et contrahere sicut ante faciebant. Salvo et reservato predictis dominis et eorum heredibus ut supra mero et misto imperio: et iuridictione predictis.

Item quod predicti domini et eorum heredes ut supra habeant et percipiant per se vel per alium seu alios omnia et singula banna et condemnationes sportulas et iudicaturas que haberi percipi et exigi poterunt et debebunt ratione meri et misti imperii civitatis Ipporegie in districtu et pertinentiis predictis in rebus ac personis quibuscumque et gabellam salis cum pedagio salis consueto: que gabellatura est solid. II imperial. pro quolibet stario salis et pedagium denarior. decemocto pro quolibet stario ac pedagium grani et aliarum rerum quod consuevit percipi ad portam de fontana et pedagium porte bardi consuetum pedagium molarum consuetum et pedagium equorum nuper impositum per bone memorie dominum henricum septimum Romanorum Imperatorem: et predicta exerciant et exerceri faciant predicti domini et administrari per quoscumque voluerint prout ipsorum fuerit voluntatis: Eo acto quod in civitate Ipporegie non possit aportari sal nisi ad gabellam ipsorum dominorum. Nec etiam alibi per civitatem vel districtum Ipporegie: Et qui contrafecerit ipsum salem et bestias defferentes perdat: Et ultra hoc sollidos LX Imperiales pro bamno qualibet vice et quolibet stario. Et plus et minus pront a predictis dominis solvere compellatur.

Item quod nulla persona possit emere vel vendere sal ad grossum nisi in dicta gabella et exercitariis vel ab exercitatore dando et solvendo exercitatori sive gabellatori diete gabelle pro quolibet stario sollidos duos imperiales. pro gabellatura denarios decemocto imperial. pro pedagio cujuslibet starii prout debet et

consuetum est solum pedagium. Et plus et minus prout rata majoris et minoris mensure. Et pro predictis gabellatura et pedagio teneatur ipse exercitor dum in gabella salem habuerit volentibus emere vendere et traddere dummodo ementes secum de pretio sint concordes. Hoc acto quod quicumque contrafecerit nomine pene solvat pro qualibet vice et quolibet stario sollidos LX Imperial. et merchandiam perdat una cum bestiis eam defferentibus: que pena merchandia et bestie predictis dominis aplicentur: eo salvo quod non obstantibus predictis quilibet civis Ipporegie fouens larem in ipsa civitate et subditus et habitans in districtu Ipporedie possit et sibi liceat impune emere adducere seu adduci facere ad domum suam pro suo proprio usu et domus atque familie sue salem sibi necessarium ad utendum et non merchandum vel aliter alienandum sine aliqua gabellatura vel pedagio inde solvendis. Et quicumque in hiis fraudem comiserit merchandiam et bestias defferentes perdat et bamnum sollidorum LX Imper. solvat pro qualibet vice et quolibet stario: et plus et minus secundum mensure quantitatem. quequidem predictis dominis aplicentur.

Item quod cives et habitantes in civitate Ipporedie et suburbiis Ipporegie non obstantibus predictis possint et eis liceat in Ipporegia et suburbiis vendere salem ad minutum dummodo ipsum salem emant et accipiant in gabella et a gabellatore predictis solvendo gabellaturam dicti salis scilicet sollidos duos Imperial. pro quolibet stario salis prout superius est expressum et dummodo ad minutum vendatur et extra civitatem Ipporedie non portetur.

Item quod non obstantibus omnibus supradictis vel aliquod predictor. cives Ipporedie videlicet dominus eballus domini de vallexia, et de ponte sancti martini possint ducere et duci facere de civitate Ipporedie et districtu sine pedagio aliquo solvendo secondum eorum pacta quolibet anno star octigentos grani videlicet dominus eballus staria quattuor centum et domini de vallexia et de ponte sancti martini star. quattuor centum ad mensuram Ipporegie.

Item quod eo acto, quod per predicta vel aliquod predictor. non

fiat preiuditium alicui civi Ipporegie in eius iurisdictione, mero et mixto Impio et alijs honorentiis que et quas haberent extra dictam civitatem in districtu in aliquibus terris et possessionibus seu hominibus. et in omni suo jure remaneant ipsi cives spetialiter in iuridisct^e quam habet dominus petrus de soleriis vice comes in bayo qui habet juridictionem merum et mistum imperium in homines bay de omnibus contractibus vel quasi ut malefitiis vel quasi que fierent vel committerentur inter predictos homines de bayo in ipso loco et poderio bay. de quibus dicti domini vel aliquis rector Ipporegie non possint se intromittere sed ipsi domino petro et suis heredibus remaneant pleno iure.

Item quod comune Ipporedie possit et sibi liceat facere et condere singulis annis quandocumque eis videbitur statuta et alias ordinationes et reformationes dummodo non sint contraria sive contrarie repugnantes seu repugnantia pactis presentibus vel infrascriptis nec fidelitati seu fidelitatis capitulis facte vel fiende eisdem per dictum comune et singulares homines civitatis Ipporegie et districtus et idem domini et eorum vicarii offitiales et rectores qui fuerint pro tempore teneantur ipsa eorum statuta ordinationes et reformationes tam factas quam fiendas observare et facere observari.

Item quod comune Ipporegie per duos menses ante exitum regiminis vicarii precedentis possit elligere sibi vicarium quolibet anno secundum modum infrascriptum videlicet quattuor de terra subditos dictorum dominorum vel alterius ipsorum et obedientibus eis. et ipsi domini unum ex dictis quattuor ellectis concorditer nominatis teneantur dare et confirmare dicto comuni quem voluerint dicti domini. et si infra octo dies introitus primi mensis dictorum duorum mensium non nominaverint concorditer quattuor, tum predicti domini tamquam domini dent et ordinent eis vicarium quem voluerint dummodo sit miles vel castellanus vel de genere millitum vel bonus civis vel persona nobilis. et si dicti quattuor sic ellecti nominati ipsum regimen recipere recusarent tunc comune Ipporegie possit iterum alios nominare secondum predictam

formam et teneantur dare ipsi domini dicto Vicario pro suo salario unius anni libras sexcentum Imperial. ad minus pro quibus teneatur ipse vicarius tenere unum millitem sive sotium et duos bonos iudices citramontanos et familiam condecentes.

Item quod predicti domini teneantur expensas infrascriptas facere atque salarium rectorum et salarium iudicum collegii videlicet sollidos XX Imperial. pro quolibet iudice collegii quolibet anno in nativitate domini servitorum nuntiorum et preconum et aliorum offitialium curie et regimini necessariorum. et ultra hec teneantur dare singulis annis predicto comuni libras centum quinquaginta Imperial. bonorum pro expensis necessariis ejusdem comunis et elymosinis fatiendis. eo acto quod si comune Ipporegie mitteret aliquotiens ambaxiatores vel nuntios ad mandatum seu requisitionem dominorum predictorum vel alterius ipsorum teneantur dicti domini solvere eis salarium consuetum pro expensis.

Item quod quilibet vicarius qui fuerit pro tempore eius miles et iudices si cum eo venerint in eorum adventu antequam descendant de equis teneantur iurare ad Sancta Dei Evangelia eorum regimen facere et complere secundum formam pactorum supradictorum et secondum formam statutorum communis Ipporegie factorum et fiendorum, et omnia ipsa statuta observare et observari facere bona fide et non contrafacere vel venire. que statuta non sint contraria vel repugnantia pactis predictis vel fidelitati predictorum dominorum ut superius est expressum: et in deffectu statutorum secundum iura communia et bonas consuetudines predicte civitatis Ipporegie. et si miles aut iudex non venerint cum vicario quando venerint jurare teneantur quotiens fuerint requisiti non obstante predictis seu aliquot predictorum.

Item quod predicti domini ordinent et ponent in dicta civitate clavarium quem voluerint et alios offitiales necessarios dicto comuni pro facto suo et notarios iusticie et maleficiorum possit idem comune more solito ordinare: liceat tamen vicario qui pro tempore fuerit si aliquem notarium insufficientem ad malefitia esse cognoverit vel

invenerit alium sufficientem ponendum illa vice usque ad novam ellectionem sequentem. qui clavarius recipiat proventus et redditus ad dictos dominos expectantes in dicta civitate et districtu. et qui iuret solvere salaria superius memorata et predictas libras centum quinquaginta Imperial. ut est dictum. Nec habeat clavarius vocem procuratoris ut est dictum sicut hactenus consuevit.

Item quod predictum comune Ipporegie et homines Ipporegie et suburbiorum villarum et districtus eius teneantur et debeant ire in exercitu et cavalcata predictorum dominorum vel alterius ipsorum per spatium viginti quattuor dierum numerando primum annum a die conventionis presentis computato in viginti quattuor diebus predictis tempore eundi ad locum et redeundi de loco ubi exercitus vel cavalcata per ipsos dominos vel ipsorum alterum fuerit assignatus. Hoc acto quod qualibet die eundi et redeundi XV miliaria computentur. et hoc teneantur facere predicti homines et comune pro medietate comunis. et ire in predictos exercitus ad petitionem dominorum vel rectorum eorundem expensis ipsius comunis et hominum vel alterius ipsorum per quadraginta miliaria completa a civitate Ipporegie computanda et citra montes. Vltra montes autem videlicet montes Iovis et colopne Iovis et montem cinixium nec ultra quadraginta milliaria ire in exercitu cogi vel compelli non possint. et intelligantur pro medietate comunis in predictos exercitus et cavalcatas ire si medietas capitum domorum vel focorum vel eorum qui familie presunt iverint personaliter vel filium fratrem nepotem vel alium bonum clientem bene armatum miserint loco sui. et si per aliquos dies minus quod dictos vigintiquattuor ad petitionem dictorum dominorum vel alterius ipsorum semel vel pluries in exercitus vel cavalcatas ipsorum (iverint) teneantur nihilominus ad suplementum, usque ad perfectionem viginti quattuor dierum superius iamdictorum. Hoc acto et quod si predictum comune et homines non fuerint requisiti per dictos dominos vel eorum alterum vel nuntios eorum ad predictos exercitus vel cavalcatas accedere vel etiam requisiti predictorum dierum numerum non compleverint non

possint per dictos dominos vel eorum nuntios compelli in sequentibus annis de eo quo de dictis viginti quattuor diebus in toto vel in parte anno preterito non servivissent. Predictis autem viginti quattuor diebus teneantur predictum comune et homines pro medietate ut supra dictum est ipsorum propriis expensis ipsis dominis pro jure et in eorum exercitu ire continue et interpolate prout ipsorum dominorum fuerit voluntatis usque ad complementum dictorum viginti quattuor dierum.

Item quod dicti domini teneantur civitatem Ipporedie et districtum et omnes eius cives habitantes et districtuales ipsius civitatis et omnia bona et iura Ipporegie ubicumque sint gubernare salvare et deffendere manutenere et pro eis facere pacem et guerram et etiam recuperare et recuperari facere suo posse et bona fide omnia iura dicte civitatis Ipporegie et singularum personarum.

Item quod predicti domini et eorum heredes ut supra habeant in perpetuum et iuste teneant et possideant atque custodiant castrum bolengi cum pertinentiis et iuribus eiusdem castri eorum propriis expensis ita tamen quod castellanus qui pro tempore fuerit in ipso castro vel qui custodiam ipsius castri habuerit teneatur promittere et iurare quod nihil ab hominibus ville bolengi indebite extorquerit nec per suos fieri vel extorqueri permittet sed eos et eorum bona et civium Ipporegie et aliorum qui in dicto loco et ipporegiensi districtu habent possessiones et bona gubernabit et custodiet bona fide.

Item quod dicti domini non possint mittere, ducere vel duci facere aliquos cives vel habitantes Ipporegie ad aliquem locum in obsides nec ipsi teneantur nec compellantur nec et eos constringere nisi iusta causa et vera subesset vel iustitia suaderet.

Item quod predicti domini possint facere et fieri facere et hedificare castra unum et plura et fortalicias in civitate Ipporegie et extra in districtu ubicumque voluerint super terreno comunis Ipporegie expensis ipsorum dominorum sine pretio aliquo dando pro solo, et etiam super solo hedificato singularum personarum

dummodo de pretio ipsius soli conveniant cum domino dicti soli et aliter non.

Item quod predicti domini non possint in civitate Ipporegie vel districtu aliquas possessiones que sint in contentione inter aliquas personas dicte civitatis vel districtus acquirere emere, vel per donationem aliquam vel alio quocumque modo recipere vel retinere nisi de vendentium et concedentium donantium et alienantium fieret voluntate. Et tunc teneantur ipse res sic alienate subire comunis onera prout debent. Item quod dicti domini teneantur et debeant suo posse et bona fide facere et curare quod omnes discordie que sunt et essent pro tempore inter homines civitatis Ipporegie sedentur. Et quod inter ipsos fiat pax et concordia et quod ad predicta facienda ipsos compellere possint sub certis penis et bannis et aliis remediis ad eorum liberam voluntatem. Et hoc consilio trium bonorum hominum pro qualibet parte elligendorum.

Item quod predicti domini et eorum vicarii res possessiones et iura proprietates possessionis et quecumque alia ubicumque sint dicti comunis et singularum personarum bona fide et suo posse teneantur et debeant manutenere deffendere et recuperare a quacumque persona si contra ius ammissa sint vel ab aliis detinerentur vel de cetero admitterentur vel invaderentur. Et super hiis exibere iustitiam quam brevius poterint summarie et de plano et dicto comuni atque cuilibet singulari persone dicte civitatis dare favorem et ad ea recuperanda auxilium et iuvamen.

Item quod dicti domini et eorum vicarii in dicta civitate teneantur reddere ius in palatio comunis tantum. Et intelligatur ipsum palatium ubi dicti domini duxerint ordinandum.

Item actum est quod a modo in anthea in perpetuum non fiat nec possit fieri in credentia Ipporegie aliquod partitum ad fabas vel alter asconssum seu privatum pro aliquibus rebus seu negotiis tangentibus ipsos dominos vel ipsorum aliquem seu negotia eorumdem.

Item quod omnia pacta et conventiones predicte intelligantur esse facte salvo iure domini epi Ipporegiensis in fidelitatibus si

quas sibi debent singulares persone civitatis predicte pro aliquibus possessionibus seu rebus et iuribus quas singuli tenere reperirentur ab eodem ita tamen quod non obstantibus fidelitatibus domini epi semper primitus ad fidelitatem dictorum dominorum et eorum heredum teneantur. Item quod predicti domini teneantur homnes banitos futuros civitatis Ipporedie pro maleffitiis tenere similiter banitos per totam eorum terram et ipsos capere seu capi facere ad petitionem omnium quorum intererit et de eis facere quod iusticia suadebit.

Item quod omnia et singula pacta suprascripta et infrascripta non possint diminui mutari vel aliter infringi directo vel indirecto ingenio vel aliquo modo in damnum vel preiuditium dictorum dominorum vel heredum suorum vel comunis Ipporegie vel alterius ipsorum.

Item quod predicti domini comes et princeps et dominus Edoardus dicti domini comitis primogenitus iurare debeant corporaliter ad Sancta Dei Evangelia omnia supra et infrascripta pacta et conventiones attendere et observare et attendi et observari facere suo posse et bona fide et non contravenire aliquo modo vel ingenio. Et idem iuramentum fiat et renovetur in mutatione cuiuslibet domini per quemlibet eorum successorem et similiter comune et homines Ipporegie teneantur facere et renovare iuramentum fidelitatis in qualibet mutatione domini novi: Que omnia et singula predicti domini comes et princeps et dominus Edoardus ex una parte pro se et eorum heredibus: et iamdicti sindici eorum nomine et vice et nomine totius comunis Ipporegie et singularium personarum dicte civitatis et eorum heredum iuraverunt ad Sancta Dei Evangelia corporaliter tacta attendere et observare omni tempore et contra non venire sed ea inviolabiliter observare.

Amedeus comes sabaudie dux chablaysy et auguste in italia marchio ac princeps. Universis presentes litteras inspecturis. Rey geste prospere noticiam cum salute. Nuper pro parte dilectorum

fidelium nostrorum comunis et hominum universitatis et loci nostre civitatis Ipporedie facta nobis oretenus supplicatio continebat. Quatenus pacta conventiones statuta et capitula ac libertates et previlegia sibi hactenus cum eis facta et inhita ac sibi datas et data concessas et concessa per quondam inclite recordationis dominum Amedeum comitem sabaudie dominum et genitorem nostrum carissimum eisdem dignaremur benigne et favorabiliter confirmare. Nos itaque auditis supplicatione et requisitione predictis dictos homines et comune ac districtuales ipsius civitatis desiderantes tamquam nostros caros homines et fideles ceteris precaros favorabiliter pertractare attentis sincere dillectionis affectibus quibus eisdem in nobis possibilibus cogimur et volumus favorabiliter respondere querentes et merito ut per supplicatorum nobis predictorum concessionem ipsa civitas cum districtu laudabilia suscipiat incrementa ex nostra recta scientia non inprovide nec per errorem super infrascriptis prehabita deliberatione matura pacta conventiones statuta capitula franchisias libertates et privilegia per quondam inclite recordationis dominum dominum Amedeum comitem sabaudie genitorem nostrum carissimum ipsis supplicantibus alias confirmatas et confirmata concessas et concessa et inhita cum eis per eundem pro nobis ac heredibus et successoribus nostris tenore presentium laudamus approbamus confirmamus et omnino rattifficamus iuxta et secundum ipsorum et ipsarum et cuiuslibet eorundem formam seriem continentiam et effectum. Ipsas cumque et ipsa ac omnia et singula in eis contenta per iuramentum nostrum ad Sancta Dei Evangelia propter hec corporaliter per nos prestitum et sub nostrorum obligatione bonorum quorumcumque dictis hominibus et comuni ac districtui heredibus et successoribus eorundem servare attendere promittimus in suis singulis partibus et non contrafacere vel venire omni iuri actioni condictioni benefitio previlegio consuetudini et statuto quo et quibus simul vel divisim contrafacere vel venire possemus tenore presentium renuntiantes expresse. Universis et singulis capitaneis baylivis potestatibus iudicibus castellanis et aliis

offitialibus iusticiariis nostris presentibus et futuris mandantes expressius per presentes quathenus predicta omnia et singula in presentibus nostris litteris declarata et comphensa prefatis hominibus et comuni ac heredibus et successoribus Ipporegiensium et cujuslibet eorundem servent attendent et attendi et observari ab omnibus fatiant bona fide et inviolabiliter cum effectu. Nihil in contrarium attemptando seu fieri vel attemptari patiendo per aliquem quovis modo. Datum Thaurini die XIIII decembris anno domini millesimo tricentesimo octagesimo quinto cum nostri proprii appensione sigilli in premissorum robur et testimonium veritatis. Per dominum presentibus domino ybleto de chalant capitaneo pedemontis et petro gerbasy.

III.

Convenzione di Pietro Vescovo di Losanna con Amedeo V Conte di Savoia ed Odoardo suo figliuolo. (*17 giugno* 1316)

Dai protocolli del Notaio Reinaud. Arch. Cam.

Nos Guillelmus de castellione miles ballivus gebennesii et chablasii pro illustri et potenti viro domino Amedeo comite sabaudie; Bertholomeus abbas s. mauricii aganensis; Iohannes praepositus montisiovis; Guillelmus prior Lustriaci; Iohannes de bagniolo miles castellanus chillionis; Bellio de Mari iudex gebennesii et chablasii pro eodem domino comite et castellanus s. mauricii aganensis; et Reymondus de Festerna castellanus turris de perz consiliarii domini comitis memorati notum facimus universis quod cum societas et confederatio contracta fuerit super iurisdictione mero et mixto imperio civitatis Lausane et vallis Lustriaci inter Reverendum in Xpo patrem dominum Petrum dei gratia episcopum Lausanensem et nos nomine et ex parte illustris principis domini Amedei comitis predicti et domini Eduardi eius filii et super mutuis auxiliis inter se faciendis, ad vitam ipsorum dominorum comitis et Eduardi tantummodo et non ultra. Nos omnes supradicti et quilibet nostrum

promittimus bona fide dicto dno episcopo nos curaturos et facturos quod domini comes et Eduardus predicti observabunt facient et attendent domino episcopo Lausanensi suisque successoribus ac capitulo civibus et habitatoribus civitatis Lausanensis et vallis Lustriaci articulos infrascriptos et de observatione predictorum dabunt et concedent dno episcopo capitulo civibus et habitatoribus litteras sigillis suis sigillatas ipsos articulos una cum toto tenore litere super societate et confederacione predictis interipsos dominos episcopum comitem et Eduardum confecte continentes; qui quidem articuli sunt hii. In primis quod dicti dominus comes et dns Eduardus tenentur prestare auxilium consilium et favorem contra omnes suis propriis sumptibus et expensis et eciam contra suos ad recuperandum et defendendum iura et iurisdicionem quecumque sint et res ecclesie Lausanensis episcopi capituli civium et habitatorum predictorum ecclesie episcopo capitulo civibus et habitatoribus supradictis; item quod dicti dominus comes et dominus Eduardus non possunt edificare castrum seu domum fortem in locis predictis seu iurisdictione temporali dictorum domini episcopi capituli et ecclesie Lausanensis nec officium seu aliquam iurisdictionem vel dominium acquirere vel instituere; item cum ipsi dom. comes et dom. Eduardus debeant habere ad vitam suam tantum medietatem omnium fructuum obvencionum et financiarum eschetarum ratione delicti obveniencium propter datam provicxionem meri et mixti imperii et omnimode iurisdictionis et dominii temporalis civitatis Lausanen. et suburbiorum et vallis Lustriaci excepta castellania et parochia s. symphoriani et de Gleroula et excepto iure monete Lausanensis predicti dnus comes et dnus Eduardus debent quemdam deputare nomine episcopi et ecclesie Lausanensis ad exercendum dictam iurisdictionem in locis predictis qui non sit nec fuerit aliquo tempore inimicus vel rebellis ecclesie Lausan. et debet iurare semper in principio sui regiminis publice in curia Lausanensi presente dicto domino episcopo vel mandato suo speciali si interesse vel mittere voluerit officium dicte iurisdictionis bene et fideliter exercere iura libertates

et consuetudines civitatis Lausan. et vallis Lustriaci et habitatorum dictorum locorum observare et dicto d. episcopo suisque successoribus medietatem omnium obventionum eschetarum integre reddere absque dilacione nec aliquid sine consensu dicti (episcopi) vel mandati sui potest marciare; item quod si contingeret aliquem capi vel detineri personaliter debet poni et detineri in fortaliciis domini episcopi ita tamen quod debet restitui ballivo qui pro tempore fuerit ad requisicionem suam vel sui mandati et distringi debet et puniri secundum consuetudines Lausanne hactenus observatas: item quod preconisatio fieri debet in locis predictis nomine dom. episcopi Lausan. et ballivi alio nomine non expresso. Item si contingeret quod aliqua bona immobilia caderent in commissum ex causa delicti prefati dnus comes et Eduardus ea non possunt retinere ad manus suas sed habeant medietatem precii si vendantur vel extimacionis comunis si non vendantur exceptis feudis ad episcopum vel capitulum spectantibus que si caderent in commissum debent ipsis episcopo et capitulo pleno iure remanere; item quod ipsi domini comes et Eduardus non possunt nec debent iurisdictionem officialis Lausannen. in aliquo impedire quominus possit cognoscere de causis de quibus potest vel consuevit cognoscere de consuetudine vel de iure sed debet iuvare et deffendere contra omnes qui dictam iurisdictionem impedirent. nec uti debent aliquo sigillo in contractibus nisi sigillo curie Lausan. vel decani; item quod passamenta facta in locis predictis temporibus retroactis non possint impugnari nec retractari sed debent in suo robore remanere nec debent se de ipsis passamentis intromittere nisi de licencia domini episcopi memorati. item quod dnus episcopus si habeat causam vel questionem contra aliquem vel aliquis contra eum non tenetur litigare coram illo qui positus fuit in officio predicte iurisdictionis exercende sed litigare prout consuevit; item dom. comes castrum de villarsel et turrym de goursy quam tenet ad manum suam tenetur reddere domino episcopo et ecclesie Lausanensi facta concordia inter ipsum dominum episcopum et dnum Ludovicum de Sabaudia super que-

stionibus de quibus compromiserunt in ipsum dominum comitem vel si non concordarit statim finito tempore compromissi predicti quod debet durare usque ad festum beati michaelis et prorogari potest usque ad pascha et non ultra nec ante restitucionem castri et turris predictorum debet reddere prior Lustriaci dno comiti literam confectam super conventionibus habitis inter ipsos dnos episcopum comitem et Eduardum et penes ipsum priorem depositam; sed facta restitucione predictorum castri et turris ecclesie Lausanensis ut supradictus prior literam predictam dicto domino comiti vel dno Edduardo reddere teneatur; it. quod post decessum dictorum dnor. comitis et Eduardi dictus epus et sui successores possint auctoritate propria apprehendere et reasumere totam iurisdictionem locorum predictorum et quod ille qui esset pro ipsis in iurisdictione predicta teneatur statim exire nec possit aliquam possessionem vel proprietatem allegare; sed omnia iura possessiones et dominia dicto d. episcopo et ecclesie Lausanensi remaneant et ad ipsum transeant ipso. facto si autem dni comes vel Eduardus nollent predictas conventiones facere videlicet literas sigillis suis sigillatas tradere de convencionibus supradictis vel reddere recusarent dicta castra finito tempore compromissi predicto eo ipso sit littera predicta quam habet in deposito dictus prior Lustriaci irrita et inanis et omnia contenta in ipsa; ipsumq. reddere teneatur dictus prior dom. episcopo supradicto; et si dicti dni comes vel Eduardus recusarent sine iusta causa personaliter requisiti certificati loco et tempore competenti alias convenciones predictas in presenti litteras contentas adimplere predicta littera sit similiter eo ipso irrita et inanis et omnia in ipsa contenta in quorum omnium premissorum testimonium nos ballivus abbas prepositus prior; Iohannes de Bagnolio et Raymondus de Festerna predicti sigilla nostra; nos que Bellio iudex predictus sigillum curie prefati domini comitis presentibus litteris duximus apponendum. datum et actum Lausanne anno dom. millesimo CCC. sexdecimo die iovis post festum beati Barnabe apostoli.

IV.

Convenzioni d'Amedeo V con Ricciardo della Camera Visconte di Moriana (25 *gennaio* 1309)

Dagli Arch. Camer.

Anno domini millesimo tercentesimo nono indictione septima octavo kalendas februarii per hoc presens publicum instrumentum cunctis appareat evidenter, quod cum inter illustrem virum dominum Amedeum comitem sabaudie eiusque familiares ex una parte. et nobilem virum dominum Richardum dominum camere vicecomitem mauriane ex altera. questio obscuritas et altercatio diucius ventilata fuisse super usu vicecomitatus mauriane ad ipsum dominum richardum pertinentis seu modis utendi dicto vicecomitatu tandem dicte partes tractatu reverendi in Xpo patris domini Bertrandi dei gratia Tharentasiensis archiepiscopi et nobilium virorum dominorum hugonis de rupercula militis et domini Anthony de bargiis clerici et familiaris dicti domini comitis ad bonam concordiam et claritatem modis venerunt inferius denotatis. et primo videlicet convenerunt et concordaverunt quod omnes malefactores delinquentes in vicecomitatu mauriane sive capiantur per gentes ipsius domini comitis sive per gentes ipsius vicecomitis sive per aliam quamcumque personam quorum maleficiorum punimentum seu ius puniendi ad ipsum dominum comitem pertinent custodiantur in carceribus congruentibus ipsius vicecomitis ut inde iustitia fieri possit prout fuerit rationis et ipsi vicecomiti seu gentibus suis hoc requirentibus ad custodiendum in carceribus ipsius vicecomitis tradantur per castellanum maurriane et ceteros officiales ipsius domini comitis sine eo quod castellanus aut ceteris officiales seu familiares ipsius domini comitis vel castellani ipsos captos spolient eorum vestibus cuiuscumque ipsi malefactores sint homines et cuiuscumque conditionis existant. item convenerunt concordaverunt quod si iudex dicti

domini comitis aut ipsius castellanus mauriane ordinaret ipsos captos fore relaxandos, datis fideiussoribus de redeundo in carceres supradictas quod dictus vicecomes seu gentes ipsius recipiant tamquam familiares ipsius domini comitis cautiones et fideiussiones que pro inde fierent que cautiones et fideiussiones sint et esse debeant arbitrio ipsius iudicis vel castellani. item convenerunt et concordaverunt quod dictus vicecomes per se et per familiares suos possit capere et detinere omnes malefactores seu delinquentes in singulis partibus dicti vicecomitatus eos videlicet qui non essent homines dicti domini comitis et qui committerent maleficia propter que pena corporalis esset infligenda eisdem ac etiam eos quibus non esset infligenda dum tamen persone essent extranee seu de aliis partibus quam de mauriana vel essent persone fugitive seu talis quas esset verisimile fugere de facili ob timorem ipsius maleficii que persone extranee seu fugitive non essent parate cavere ydonee in continenti at cum effectu de iudicio sisti et iudicato solvendo ratione eius maleficii de quo inculparentur. item convenerunt et concordaverunt quod dictus vicecomes eiusque familiares et officiales teneantur si inde requisiti fuerint per officiales ipsius domini comitis seu castellani sui mauriane iuvare ipsum castellanum et officiales predictos ad capiendum et detinendum ipsos malefactores delinquentes in dicto vicecomitatu et eciam ad manifestandum et revelandum dicto castellano maleficia que committerentur in ipso vicecomitatu si inde aliquid sciverint. item convenerunt et concordaverunt quod inquisitiones que fient aut fieri habebunt vel debebunt ratione maleficiorum que committerentur in dicto vicecomitatu per dictos malefactores fiant per castellanum seu ceteros officiales ipsius domini comitis. item convenerunt et concordaverunt quod si dicte inquisitiones faciende fuerint per tormenta sive questiones quod fiant per iudicem dicti domini comitis seu castellanum suum mauriane in domo ipsius vicecomitis et ad mandatum et preceptum ipsius iudicis sive castellani tantum et non aliter. hoc acto et declarato quod ipsa torsio sive suppositio questionum fiat per familiares

ipsius vicecomitis mandato et arbitrio iudicis seu castellani predicti qui eciam ad predicta videnda et ordinanda possint si voluerint interesse. item convenerunt et concordaverunt quod ius condempnandi et absolvendi delinquentes predictos in dicto vicecomitatu pertineat ad ipsum dominum comitem et quod ipsi delinquentes condempnentur vel absolvantur per iudicem ipsius domini comitis. item convenerunt et concordaverunt quod illi delinquentes seu malefactores predicti qui fuerint absoluti ab ipso iudice relaxsentur a carceribus. item convenerunt et concordaverunt quod executio illorum qui fuerint condempnati si pena corporalis secundum tenorem condempnationis eisdem fuerit infligenda fiat in locis consuetis per ipsum vicecomitem aut eius familiares. item convenerunt et concordaverunt quod ius puniendi delinquentes in viis seu stratis publicis sitis ex utraque parte arcus tendentibus per longitudinem mauriane quibus gentes utuntur ad eundum versus vallem secusie et a valle secusie veniendo versus sabaudiam pertineat dicto domino comiti. item convenerunt et concordaverunt quod alie vie site in terra dicti vicecomitis ex gratia pro transversalibus et privatis et non publicis habeantur quantum ad ius predictum puniendi delinquentes in eis ut supra. item convenerunt et concordaverunt quod infra villas positas in dicto vicecomitatu quantum ad ius predictum puniendi delinquentes in viis publicis via publica habeatur et intelligatur media via que esset inter duas carrerias coopertas et quod ipse carrerie cooperte a latere exeuntes pro locis privatis et non pro viis publicis quantum ad ius predictum habeantur et intelligantur. item convenerunt et concordaverunt quod dictus vicecomes ratione sui vicecomitatus habeat et percipiat in bampnis et penis et multis iudicatis seu condempnatis per iudicem ipsius domini comitis et eciam in concordatis ratione eorum maleficiorum que committerentur in ipso vicecomitatu terciam partem habito respectu ad ipsam condempnationem habendam capiendam et levandam ultra quantitatem contentam in ipsa condempnatione super bonis et de bonis ipsorum malefactorum et hoc sive ipsum maleficium committatur

in ipsis viis publicis sive alibi. item convenerunt et concordaverunt quod de penis bannis seu multis que inponerentur seu indicerentur aliquibus personis per familiares ipsius domini comitis aut castellani sui mauriane ob hoc ut obediretur alicui precepto dominus comes per se et per alterum possit concordare et gratiam facere seu remissionem et ante sententiam et post sententiam et quod in illis penis bannis seu multis et in casibus predictis si dictus dominus comes seu eius familiares concordiam aut gratiam fecerit aut fecerint quod dictus vicecomes dictam terciam partem accipiat considerata solum quantitate quam dominus comes inde haberet et non considerata quantitate expressa seu inserta in sententia seu condempnatione. item convenerunt et concordaverunt quod dictus vicecomes per se et familiares suos pro predicta tercia parte sibi contingente habenda exigenda et recuperanda possit gagiare et gagiari facere congruenter condempnatos et concordatos si suam terciam partem solvere essentialiter recusarent. item convenerunt et concordaverunt quod dictus vicecomes per se aut per familiares suos teneatur prius requirere castellanum aut mistralem domini comitis in mauriana quod sibi solvi faciant dictam terciam partem quam gagiet pro ipsa ut supra dictum est. et si forte dictus castellanus aut mistralis differret malicia aut negligentia per decem dies continuandos a tempore requisitionis facere satisfieri dicto vicecomiti aut eius mandato de dicta tercia parte convenerunt et concordaverunt quod ab inde in antea dictus vicecomes per se et per alterum possit pro dicta tercia parte habenda et exigenda prout supra dictum est gagiare. item convenerunt et concordaverunt quod castellanus mauriane qui nunc est et qui pro tempore fuerit teneatur iurare ad sancta dei evangelia ipsi vicecomiti hoc requirenti manifestare et declarare eidem vicecomiti aut eius locum tenenti infra tres dies postquam per ipsum vicecomitem aut eius locum tenentem inde fuerit requisitus condempnationes et concordias factas pro predictis maleficiis et quantitates ipsarum condempnationum et concordiarum et insuper iurare ipsum vicecomitem et eius locum

tenentem ad habendum et recuperandum terciam partem superius memoratam. item convenerunt et concordaverunt quod dictus vicecomes nichil possit petere vel requirere ratione sui vicecomitatus in aliis eschetis et obventionibus dicto domino comiti in mauriana. item voluerunt et concordaverunt quod iurisditio et segnoria quam dictus vicecomes habet alia ratione quam ratione dicti vicecomitatus salve remaneant ipsi vicecomiti nec per predicta preter quam in premissis aliquod preiudicium generetur precipientes dicte partes de premissis fieri duo publica instrumenta eiusdem tenoris unum videlicet pro dicto domino comite aliud vero pro dicto vicecomite per me notarium infrascriptum. actum in castro chamberiaci in camera media iuxta magnam salam ubi testes interfuerunt vocati et rogati dominus B. dei gratia tharentasiensis archiepiscopus dominus Hugo de rupercula dominus Gonterius de cuyna dominus Petrus marescalci milites dominus Anthonius de bargiis Guido de saysello dominus de bordellis magister Petrus de cella nova Aymarus de mailliis domicellus Petrus lardena de camera et plures alii fidedigni ibidem presentes videntes et audientes.

Ego Anthonius Guillelmus mimi de sancto ragueberto auctoritate imperiali et domini comitis notarius publicus hiis omnibus presens interfui ea rogatus recepi publicavi signavi et tradidi fideliter pro dicto domino comite.

Nos vero Amedeus comes sabaudie et nos dictus Richardus vicecomes mauriane qui predictum vicecomitatum esse confitemur de feudo dicti domini comitis et nos ipsum vicecomitatum ab ipso domino comite tenere in feudum sigilla nostra presenti publico instrumento duximus apponenda in robur et testimonium omnium premissorum. mandantes eciam nos dictus comes et precipientes iudici castellano et ceteris mistralibus et officialibus nostris mauriane qui nunc sunt et qui pro tempore fuerint ut predicta omnia et singula suprascripta firmiter et fideliter et sine aliqua fraudis dissimulatione faciant custodiant et observent.

V.

Confermazione delle franchezze e libertà del comune d' Evian. *(primo febbrdio* 1324)

Dai protocolli del Notaio Reinaudi. Arch. Cam.

Odduardus comes sabaudie et in ythaillia marchio. universis presentibus et futuris rei geste noticiam cum salute. per dilectos burgenses et habitatores ville nostre aquiani nobis extitit sepissime supplicatum. quod cum olim per inclite recordationis dominos petrum et philippum patruos nostros ac carissimum dominum et patrem nostrum dominum Amedeum quondam comites sabaudie predecessores nostros franchesie libertates et immunitates quamplurime concesse fuerint burgensibus et habitatoribus predictis in pluribus et diversis literarum voluminibus recollecte et per diversorum temporum intervalla. quod quia per totidem scripturarum multitudinem quodam modo confusio perditionis ac oblivionis periculum sequebatur dignaremur omnes literas franchesiarum libertatum et immunitatum ville predicte in unum volumen redigere et si quid in eisdem ambiguum fuerit presentibus literis declarare. nos ipsorum burgensium et habitatorum supplicationi et precibus inclinati et dictorum predecessorum nostrorum vestigiis inherentes infrascriptas franchesias libertates immunitates et privilegia prefatis burgensibus et habitatoribus ville nostre predicte et posteritati eorumdem pro nobis et heredibus ac successoribus nostris renovamus declaramus concedimus et donamus et ipsas renovationem declarationem concessionem et donationem ne propter oblivionis dispendium processu temporis evanescant per modos infrascriptos scriptura presenti duximus eternandos. in primis quidem volumus et concedimus quod si quis per annum et diem burgensis et iuratus ville predicte extiterit sine calumpnia repetentis exinde habendus est ut burgensis. quod si infra annum et diem repetitus fuerit et probatus

fore repetentis. villa non debet eum retinere probationis autem modus super repetitionem talis erit. primo debebit repetens hominem repetitum probare suum esse tailliabilem vel non taillabilem et ad eum pertinere iure hereditario emptionis dotis vel donationis per iuramentum suum cum tribus ydoneis testibus vel cum duobus iurantibus illud idem. homines tamen nostri tailliabiles non poterunt ad iuramentum et burgesiam dicte ville recipi sine nostro consensu speciali. item volumus et concedimus quod predicti burgenses et habitatores ville predicte qui nunc sunt et qui pro tempore fuerint possint et eis liceat (*lacuna*) et eis videbitur expedire eligere ponere et ordinare quatuor probos homines ex ipsis quos duxerint eligendos et ipsos quatuor constituere et facere syndicos procuratores seu yconomos dicte ville et habitantium in eadem. qui quidem quatuor sic electi possint et eis liceat levas et contributiones comunes inter ipsos burgenses et habitatores facere ordinare et recipere et recuperare et pro ipsa recuperatione pignorare auctoritate sua propria sine licentia castellani vel mistralis vel alicuius alterius magistratus tam pro cavalcatis et expensis cavalcatarum quam pro aliis suis negociis quibuscumque. ita tamen quod de hiis que predicti quatuor syndici pro predictis recipient et levabunt aliis probis hominibus dicte ville bonum computum, et rationem, legittimam reddere teneantur. item volumus quod predicti quatuor syndici possint et eis liceat quandocumque voluerint recipere ad iuramentum et franchesiam dicte ville omnes et singulos homines quicumque sint et cuiuscumque conditionis existant mandato nostro vel alicuius officiarii nostri super hoc minime requisito exceptis hominibus nostris tailliabilibus ut supra continetur in franchesia et hoc nobis salvo quod homines nostri remaneant et cum pretextu libertatis presentis non possint ad aliud dominium se transferre et in omnibus aliis casibus volumus ipsos presenti franchesia gaudere. item volumus et concedimis quod predicti quatuor syndici qui pro tempore positi fuerint et electi ab omnibus cavalcatis sint liberi et immunes obsidionis necessitate et casu de fortiori dumtaxat

exceptis. et exceptis illis de dicta villa qui debent vel assueti fuerint ad cavalcatas ire cum equo vel curserio valente triginta libras gebennenses. item volumus et concedimus quod dicti burgenses et habitatores dicte ville utantur et fruantur pascuis comunibus pro sue libito volontatis per totum districtum et dominium nostrum a ripa lacus usque ad aquam de vgina et a drancia usque ad nemus de brest et ipsa pascua accensare alicui non debemus sine consensu burgensium predictorum. item burgensis et quicumque per annum et diem vel plus steterit ut (*lacuna*) si voluerit recedere et alibi se transferre libere potest et castellanus seu villa debent ipsum et bona sua conducere per unam diem et unam noctem. item burgenses dicte ville qui per annum in dicta villa steterint ut burgenses libere possunt in foro dicte ville emere et vendere sine leyda per ipsos solvenda. item de domibus et casalibus que vendentur infra villam aquiani habere debemus videlicet a venditore duodecim denarios. et ab emptore tercium decimum denarium et ipsas domos et casalia pro pretio (*lacuna*) voluerimus retinere infra quindecim dies postquam nobis vel castellano nostro dicti loci qui pro tempore fuerit extiterit nunciatum et non ultra. item burgensis burgensi dare poterit domum et casale dummodo non det in fraudem vel simulatam faciat donationem. quod si fecerit percipere debemus ius nostrum ut supra dictum est ac si inde venditio esset facta. item de omnibus rebus immobilibus extra villam predictam in toto territorio aquiani existentibus de feudo nostro que vendentur habere et percipere debeamus quindecimum precii denarium quem quidem quindecimum emptor et venditor comuniter solvere teneantur. item si burgensis inscienter emerit in foro publico rem furtivam de homine non suspecto et dominus rei venerit et eam probaverit esse suam precium non amittet. item volumus et concedimus quod omnes et quilibet burgenses dicte ville possint et eis liceat condere testamentum et de bonis suis ordinare inter vivos per donationes vel modo alio quocumque aut in ultima volontate testando codicillando legando donando causa mortis et quos voluerit heredes instituere

cuiuscumque conditiones existant sive sit legitimus sive illegitimus vel bastardus seu et usurarius manifestus et quod eius ordinatio valeat et inconcussa firmiter teneatur. item si aliquis burgensis dicte ville sine testamento vel ordinatione alia decesserit bona ipsius decedentis mobilia et immobilia perveniant primo ad liberos si quos habet alioquin ad proximiores eius. usque ad quartum gradum consanguineitatis inclusive computatis gradibus secundum canonicam equitatem. eciamsi decedens bastardus vel illegitimus fuerit sive usurarius manifestus. nolumus itaque quod bona aliquorum usurariorum in dicta villa habitantium processu temporis moriturorum impediantur saisiantur vel aliquatenus perturbentur per aliquos castellanos vel familiares nostros seu iustitiarios occasione aliqua qua sint et expresse dicantur usurarii. quod si contra fient *illud* esse volumus irritum (*lacuna*) usurarios et eorum heredes et bona in manumortua ratione usurarie pravitatis pro nobis et nostris perpetue solvimus et quittamus si autem (*lac.*) intestatus decesserit sine liberis nepotibus vel aliis propinquis usq ad quartum gradum dominus ei succedet et bona ipsius deffuncti (*lac.*) vel poni faciet in manu duorum proborum hominum qui clamores deffuncti per consilium castellani emendent et sedent usque ad valorem bonorum deffuncti et si quod residuum fuerit domini erit. uxor vero superstes predicti intestati pro dote et dotalicio quod ei datur secundum usum patrie sit contenta. et si quis peregrinus vel viator moriatur in villa dominus debet per annum et diem bona ipsius per duos probos homines facere custodiri et si infra annum et diem venerit aliquis et probaverit bona illius defuncti ad se pertinere restituantur ei dicta bona expensis factis in exequiis dicti defuncti deductis. si vero infra dictum tempus nullus venerit dominus de dictis bonis sedabit clamores et solvet debita iam dicti defuncti et si quid residuum fuerit suum erit. item volumus et concedimus quod ullus personabiliter capi debeat vel et detineri in dicta villa vel infra ipsius ville franchesie terminos sine iudicio vel cognitione nisi fuerit homicida vel proditor vel nisi tale delictum enorme commiserit per.

quod meruerit sententiam capitalem. item omnes burgenses et advene et habitatores dicte ville sunt de iuriditione domini et debent in sua curia litigare. item si clamorem burgensis vel aliquis fecerit de aliquo debitore vel de iniuriante usque ad quantitatem decem solidorum et infra de plano clamore solvat duodecim denarios. a decem solidis vero superius tres solidos. adversarius adversario suo restituet dictos tres solidos vel duodecim denarios et debitum solvet et illatam iniuriam ad dictum curie domini emendabit. qui percutit de pugno debet domino tres solidos et passo duodecim denarios. si de palma quinque solidos et passo viginti denarios. de pede septem solidos et passo duos solidos quatuor denarios. et si aliquis aliquem ceperit per capillos cum duabus manibus debet domino decem solidos et passo tres solidos et quatuor denarios. si cum una manu quinque solidos et passo viginti denarios. qui sanguinem extraxerit ab aliquo iniuriose et sanguis sit sparsus debet domino sexaginta solidos et passo triginta solidos. qui percutit de baculo sine sanguinis effusione et mortis periculo debet domino decem solidos. si sanguis exit debet domino sexaginta solidos. si percussus ex ictu moritur ille qui percuxit est in misericordia domini. qui prohiciet lapidem contra aliquem volens eum percutere. si ictus lapidis appareat in terra vel in pariete vel si percutit sine mortis periculo (*lacuna*) debet domino sexaginta solidos. si quis aliquem occiderit bona occidentis et corpus sunt domini. bona furum qui confessi sunt de furto vel (*lacuna*) sunt in misericordia domini et bona etiam proditorum. si quis de die domum vicini sui fregerit maliciose in villa debet domino sexaginta solidos si de nocte tamquam latro est in misericordia domini. in omnibus autem iniuriis supradictis. si passus iniuriam clamorem fecerit per visum curie domini debet ei satisfatio fieri competenter. deprehensique in adulterio ambo simul per villam fustigentur vel dedecus suum redimant si maluerint sexaginta solidos. item de quolibet modio vini vendito ad minutum seu tabernam debet habere dominus dimidiam octavam vini de dimidio vini unum quarteronum et inferius pro rata. item

dominus habet unum mensem integrum in anno videlicet mensem maii ad vendendum vinum suum quod debet esse purum et sine pravo sapore infra quem mensem nullus alius debet vinum vendere ad tabernam sive ad minutam mensuram et si quis infra dictum mensem vinum vendiderit vinum si quidem in vase remanserit est in iniuria domini et si totum vas venditum fuerit venditor tantumdem domino debet dare. volumus tamen quod infra dictum mensem quilibet burgensis possit vinum suum ibidem vendere in grosso cuilibet qui vinum emere voluerit ad portandum extra dictam villam dum tamen ipsum vinum in grosso venditum non remaneat infra parrochias aquiani et novaselle. item quocienscumque dominus voluerit possit ad se facere venire omnes mensuras. et ille penes quem reperta fuerit falsa mensura debet domino tres solidos et mensuram perdet. si quis falsa ulna vel falso pondere utatur est in misericordia domini et si quis habet duas mensuras vel duo pondera videlicet parva et magna vel parvum pondus et magnum et ad magnum vel magnam emit et ad parvum vel parvam vendit in misericordia domini est. item omnes ementes vel vendentes ad forum aquiani debent esse sub custodia domini ville videlicet a flumine arue usque ad sanctum mauricium et per totum lacum eundo per unam diem morando et redeundo per alteram diem. et si quis frangit forum aliquem ibi percuciendo vulnerando vel trahendo vel aliquem rebus suis spoliando debet sexaginta solidos de banno et iniuriam passo emendam facere competentem. et si percussus vulneratus propter hoc moritur ille qui vulneraverit est in misericordia domini. item die qua mercatum fuerit in dicta villa nemo debet vendere in villa extra domum vel plateam mercati seu fori bladum carnes et alia que in domo mercati debent vendi. quod si fecerint illud quod vendetur sit in misericordia domini. item dominus habebit leydam videlicet de blado secundum quod consueverit dari in foro de thonons de boue de vacha habebit dominus pro leyda unum den. de equo mulo et iumento quatuor denarios de asino et asina duos den. de porcho oue mutone et capra unum

obolum. de vitulo capriolo vel agniculo qui venditur duos solidos vel ultra similiter unum obolum. si inferius nichil. de pannis telis mercibus et de hiis que in mercato venduntur ad pondus quia mercatores solvunt stationes fori alia leyda non dabitur de eisdem. item burgenses cum opus fuerit exceptis quatuor syndicis ut supra ibunt in cavalcatis domini propriis expensis tantum semel in anno per unum mensem videlicet in episcopatu gebennensi lausanensi et sedunensi. si vero ultra ducantur debet eis providere dominus in expensis. item si aliquis de periurio convinctus fuerit ponatur in scala aut solvat sexaginta solidos de banno. item de rixis que fient in villa debetur credi illi qui interfuerint utriusque sexus tam parvis quam magnis. item navigium est illorum de villa predicta et dominus debet habere quartum denarium de lucro nullis deductis expensis. item domitum et omnes illos qui secum irent debent portare per lacum et dominus debet eis in cibo et potu providere vel pro singulo homine pro qualibet comestione dare duos denarios. item si aliquis recedat de foro qui aliquid de quo leyda debeat vendiderit et leydam absportaverit debet domino sexaginta solidos de banno nisi infra noctem ipsam reddiderit. item dominus habet teysas domorum et casalium in villa; videlicet pro qualibet teysa a parte anteriori domus sex denarios gebennenses per annum in festo beati michaelis. item dominus debet habere in villa molendina et furnos et burgenses debent molere in dictis molendinis et furneare in dictis furnis. item in omnibus supradictis emendis quc fient passis dampnum vel iniuriam potest dominus facere taxationem et moderationem competentem si viderit expedire. in hiis vero omnibus in quibus homines incurrant bannum mulier si incurrat illud non debet solvere nisi medietatem illius banni. item concedimus dictis burgensibus nundinas in dicta villa quolibet anno quarta die festi beati martini yemalis duraturas per tres dies. item retinemus nobis quarantenam in dicta villa, videlicet credenciam per quadraginta dies, secundum bonam consuetudinem aliarum villarum francharum de sabaudia quam credenciam dicti burgenses pro se et

suis successoribus nobis concedunt. item qui carnes truyonas vendiderit pro purcello vel unam carnem pro alia solvat pro banno decem solidos. item qui carnes morticinas vel morbosas vel granatas vel aliter vitiosas in macello vendiderit nisi emptorem de morbo vel vicio certioraverit solvat pro banno viginti solidos et quilibet macellarius (*lacuna*) accusare venditorem huiusmodi per suum iuramentum. item quod (*lacuna*) et confines predictarum franchisiarum libertatum et immunitatum et infra quos predicte libertates et immunitates servari debent sunt hii videlicet ducente theise circumquaque dictam villam ex utraque parte tam per terram quam per aquam. item volumus quod nullus de foro aquiani extra portas dicte ville per dimidiam leucam aliquid emat quod ad forum aportetur et si quis contrafecerit solvat pro banno tres solidos et rem emptam amittat. item si aliquis vilis persona dixerit verba contumeliosa burgensi et burgensis eum de pugno vel de palma percuxerit sine tamen effusione sanguinis nisi leviter per nares vel per os ad bannum minime teneatur. item de verbis iniuriosis dictis non in presencia iudicis vel officiariorum nostrorum si iniuriatus sibi petit emendam adiudicari nullum bannum debetur domino nisi sint verba talia pro quibus possit indici duellum. item nullus possit vendere vinum ad tabernam in dicta villa nec infra confines predictos franchisie dicte ville nisi sit burgensis ville eiusdem. item volumus et concedimus quod domus alicuius burgensis dicte ville non possit vel debeat claudi vel hostia domus firmari pro casu aliquo nisi pro usagiis domini pro ipsa domo debitis recuperandis dum tamen alia bona sufficiencia reperiantur domini dicte domus. item prohibemus ne aliquis officiarius noster vel familiaris curie percipiant vel exigant exactionem aliquam pro saisina vel dissaisina cuiusvis rei saisite sed contenti sint de satisfactione laboris sui secundum statuta sabaudie comitatus et si casus pro quo saisina facta fuerit talis sit pro quo clama debeatur ipsam percipere debeamus. item prohibemus quod nullus familiaris curie nisi baillivus iudex vel castellanus dicti loci possint vel eis liceat aliquas penas

sive multas alicui burgensi imponere nisi esset pro eminenti periculo scandalo sive rixa pro quibus periculum sit in mora et tam in illo casu quam in aliis si pene sive multe immoderate imposite fuerint ad arbitrium et examen iudicis moderate postea reducantur. item prohibemus quod nulle capre cuiuscumque sint sustineantur vel permittantur depasci in nemore de brest in quo nos pro furnis nostris aquiani et dicti burgenses pro suis necessitatibus usum habemus. et hanc nostram prohibitionem servari perpetue iubemus per castellanos nostros aquiani qui pro tempore fuerint sub banno quinque solidorum et pro capra qualibet que ibidem reperta fuerit. cuius banni duodecim denarii forestario et residuum nobis integriter applicetur. item volumus quod omnes usum habentes in dicto nemore de brest cuiuscumque conditionis existant ad expensas utiles et necessarias que fient pro statu et utilitate dicti nemoris contribuere teneantur. ita tamen quod ad taxationem faciendam in contributione ipsarum expensarum vocentur duo homines de qualibet parochia de extra villam predictam aquiani. item volumus quod nulli familiares curie exigere vel percipere debeant pro labore suo quum mittuntur ad pignorandum vel ad alios quosvis actus nisi prout et quantum in statutis comitatus sabaudie continetur. item nolumus sed expresse prohibemus quod nullus quicumque sit vendat vinum in dicta villa nisi de vino crescente in territorio vinearum ipsius loci quamdiu predicti burgenses et habitatores de vino ipsius territorii habuerint ad vendendum et ibi invenietur venale vel nisi per syndicos predictos aliter fuerit ordinatum. item volumus quod si aliqua ambiguitas processu temporis oriretur in expositione alicuius presencium libertatum quod melior interpretatio et iuri propinquior semper fiat pro burgensibus supradictis. item volumus quod omnes et singule litere per predictos predecessores nostros olim concesse super franchisiis et immunitatibus ville predicte in suo robore perpetuo perseverent. pro predictis autem renontiatione declaratione concessione et donatione habuisse confitemur a burgensibus supradictis quatuor libras grossorum turonensium

in pecunia numerata promittentes bona fide nostra omnia et singula supradicta pro nobis et heredibus et successoribus nostris rata grata firma habere perpetuo et tenere et nullo tempore contrafacere vel venire. mandantes et precipientes tenore presentium baillivo et iudici nostris Chablaysii procuratori nostro dicte baillive castellanoque aquiani et fisterne qui nunc sunt et pro tempore fuerint quatenus omnia et singula supradicta inconcussa teneant et observent sub iuramentis quibus ratione officiorum sibi commissorum vel committendorum nobis tenentur vel inposterum nobis et nostris heredibus tenebuntur nec aliquo colore exquisito modo aliquo contrafaciant vel opponant. in cuius rei etc. datum et actum in castro chillionis die mercurii prima die mensis februari anno a nativitate domini m. ccc. xxiiiI.

VI.

Carta delle franchezze e libertà del comune di Billieu conceduta da Odoardo conte di Savoia (16 *marzo* 1324)

Dai protocolli del Notaio Reinaudi. Arch. Cam.

In dei omnipotentis etc. nos ect. notum facimus universis quod nos volentes locis et ville nostre de Billiau et Burgenses et habitantes dicte ville comoditatibus providere facimus constituimus et ordinamus et nunc imperpetuum pro nobis et successoribus nostris dictam villam et omnes et singulos habitantes dicte ville francam et liberam francos et liberos ab omni et qualibet taillia et specie taillie et exactione pecuniaria insuper ordinantes dictam villam et burgenses et habitatores eius regi et teneri secundum franchesiam et privilegia supra et infrascripta videlicet ut quilibet burgensis et habitator ville predicte sive masculus sive femina possit de bonis suis testare sicut voluerit secundum iura comunia et quod ordinatio valeat et observetur

si vero decesserit intestatus succedant ei primo liberi si quos habuerit eis vero non existentibus succedant ei proximiores agnati vel cognati vel ascendentes. usque ad quartum gradum inclusive secundum iura comunia. eis vero deficientibus et testamento non condito per deffunctum successio ad nos pertineat solvendo debita sepulturam et beneficium defuncti usque ad valorem bonorum defuncti. et in casu in quo non apparerent testamentum vel liberi vel proximi usque ad quartum gradum nos vel noster castellanus solutis claris debitis et sepultura defuncti deponamus de consilio aliquorum proborum virorum dicte ville res et bona dicti defuncti penes duos probos viros dicte ville usque ad unum annum et diem custodienda et ita quod si infra dictum annum et diem legitime apparuerit proximus defuncti usque ad quartum gradum eidem dicta bona successionis iure tradantur. sin autem ex nunc habeamus nos dicta bona ut supra. volentes etiam et concedentes nos comes predictus quod bona burgensium et habitatorum dicte ville de billiaco decedentium sive sint ipsa bona infra franchesiam dicte ville de billiaco sive extra in terram nostram minime saisiantur annotentur iure casu vel consuetudine usu vel privilegio que habemus in bonis mobilibus usurariorum decedentium quamvis ille defunctus usurarios contractus exercuerit et exercuisse proponatur et si in hoc contrafactum fuerit saisine annotationi et occupationi factis et castellano non pareatur impune. quicumque moram contraxerit in dicta villa de billiaco per annum et diem sine reclamatione domini sui et iuraverit servare honorem et statum nostrum et successorum nostrorum et burgesiam ville tamquam burgensis dicte ville de billiaco et habitator servetur et habeatur. qui forum dicte ville fregerit centum solidos pro banno nobis dabit (*lacuna*) fracture et emendabit competenter iniuriam passo et ultra solutum bannum (*lacuna*) infrascripte. qui furtive leydam deportaverit viginti solidos dabit pro banno (*lacuna*) per aliquam (*lacuna*) ipsa die quittus est. et si nullum invenerit ipsa die per quem remittat leydam debet caute ponere sub lapide. et duos lapides in testimonium

hinc et inde et octava die ibi accipere coram testibus et reddere et erit quittus de banno. burgensis dicte ville non dabit leydam preter baigas bovum qui occidentur in macello causa vendendi prout est consuetum nec etiam pedagium nec barrelagium nobis vel successoribus nostris per totam terram nostram nisi cum extraheantur res vel mercandie de terra nostra et tunc in extractione pedagium tamen si quod est debitum. vel consuetum in castro vel territorio castri per quod traherent sine aliqua leyda solvere teneantur a gabellis nostris non eximentur. de hiis autem que vendentur infradictam villam vel extra solvatur leyda per alios non burgenses prout usque nunc est consuetum. qui percuxerit infra banna ville billiaci de pugno tres solidos nobis dabit pro banno. qui de palma quinque solidos. qui de pede decem solidos et semper in *omnibus* supra et infrascriptis iniuriam passo competentem emendam. qui evaginaverit cutellum vel unum ensem vel extraxerit lanceam per unum cubitum extra domum causa hominem percutiendi sexaginta solidos dabit pro banno. qui de petra percuxerit vel traxerit lapidem hominem percutiendi causa ita quod ictus appareat in pariete vel in terra debet nobis sexaginta solidos pro banno. qui traxerit capillos alterius cum duabus manibus debet nobis viginti solidos. si cum una manu decem solidos. qui percuxerit alium usque ad effusionem sanguinis sexaginta solidos dabit pro banno. si de gladio vulneraverit viginti libras debet pro banno. et si vulneratus inde mortuus fuerit vulnerator misericordie domini subiacebit. qui de baculo percuxerit sexaginta solidos dabit pro banno. qui domum vicini violenter intraverit vel alicuius burgensis decem libras dabit pro banno. si garcio vel garcia dixerit aliquo tempore homini probo vel mulieri dicte ville billiaci convicium et probus homo vel mulier det ei alapam de pugno vel de palma bannum non debet. mulier si delinquerit ita quod puniri debeat pecunialiter debet tum dimidium bannum quod debet homo. qui falsa mensura vel pondere scienter vel grossa conscientia et supina usus fuerit tres solidos debet pro banno pro prima vice qua reprehensus fuerit. et pro secunda

viginti solidos et ultra secundum ius comune puniatur salvo quod si idem semper inventus fuerit habere duas mensuras alteram maiorem et alteram minorem decem libras dabit pro banno. de omni clama non criminosa et saysina nos habebimus sex denarios gebennenses ab eo cuius culpa facta fuerit dicta clama vel saysina. qui adulterium comiserit sexaginta solidos dabit pro banno. de singulis domibus unus homo si in ea habitaverit ad nostras cavalcatas per se vel idoneum substitutum ad suas expensas debet sequi nos vel mandatum nostrum per duas dies tamen cum hic fuerit proclamatum aut bannum sexaginta solidorum solvere debeat exceptis clericis qui ad hoc non tenentur et aliis qui infirmitatem vel aliam causam remansionis sue ostenderent manifestam. et infra terminos ville billiaci nullus burgensis vel habitator dicte ville billiaci capiatur et si paratus fuerit et obtulerit dare fideiussionem ydoneam de stando iuri. et si captus fuerit privata auctoritate predicta relaxetur nisi de latrocinio proditione aut homicidio vel casu alio inculpetur de quo merito capi debeat persona. omnes debent excubias ville billiaci exceptis clericis. item nullus burgensis dicte ville billiaci conveniatur super aliquo contractu vel remitatur nisi in dicta villa billiaci preterquam si inveniatur in loco contractus vel nisi ad hec se obligaverit expresse. nos possumus facere domum mercati in villa billiaci si voluerimus. verumtamen quilibet burgensis vel habitator ville billiaci possit vendere numatas suas in domo sua vel ante domum suam. quecumque casalia dicte ville billiaci debent nobis quatuor denarios gebennenses de qualibet teysa a fronte carrerie quolibet anno in festo beati andrei apostoli. et de unaquaque domo que alienabitur que sit de feodo nostro nos habebimus laudemium et venditionem consuetas et de aliis tercium decimum denarium. qui percussus fuerit in nemore vel de nocte probare possit per unum textem percussionem alioquin si per unum textem non probat inculpatus saltem iuret se non fecisse et si hoc fecerit sit quittus nisi de novo probetur contra ipsum ut supra et si iurare noluerit iussus iurare pro confesso habeatur. qui aliquem in

domo sua percuxerit duplex bannum dabit. burgenses et habitatores dicte ville billiaci teneantur molere blada et coquere panes ad furnos nostros et molendina nostra quos furnos et molendina furnearios et mugnesios ibidem habere et tenere debeamus ad sufficientiam ville billiaci pro multuris et fornagiis consuetis. adito quod si forte dicti burgenses et habitatores ville billiaci non possint in nostris molendinis molere blada sine mora cum apportata essent ibidem quod ea blada possint alibi portare ad molendum ad quodcumque molendinum vellent si non possent statim molere dicta blada ut supra. aut si invenirent aliam personam molentem et super hiis credatur iuramento domini vel portitoris bladorum ad dicta nostra molendina. qui vendiderit pisces leydam non debet. item volumus quod omnis successor noster prima vice qua venerit in villa recepto iuramento fidelitatis a burgensibus ville billiaci iuret se servaturum franchesias et privilegia supradicta. Et quilibet castellanus dicte ville iuret ipsam franchesiam observare. item si quis non burgensis intulerit extra franchesiam dicte ville billiaci iniuriam in persona vel rebus burgensium dicte ville billiaci et ille et dominus eius super hoc requisitus non voluerit emendare burgenses dicte ville possint inde pignorare de consilio et licentia castellani. cum negocia aliqua incumbet fieri pro villa (*lacuna*) volumus quod duo probi homines de villa eligantur consilio castellani nostri qui una cum dicto castellano ipsorum negociorum expeditioni intendant. banna autem et termini dicte ville billiaci et franchesie protenduntur a strata publica de donano inferius. et a predicta strata per charreyum fustarum usque ad nantum de merlo et a predicto nanto de merlo usque ad quendam terminum positum in carreria del pontais versus boschetum sancti iohannis et ab eodem termino dicte carrerie prout tendit ipsa carreria usque ad fontem del buignion et a predicto fonte usque ad nantum ville per terminos positos. et a predicto nanto prout ipse nantus durat insuperius usque ad molendinum nostrum de boscho. et a predicto molendino usque ad predictam stratam de donano per terminos positos inter

ipsum molendinum et dictam stratam. quam franchesiam libertatem privilegia et statuta nos comes predictus promittimus ect. et in quorum ect. dat. Chamberiaci die decima sexta marcii millesimo tercentesimo vigesimo quarto.

VII.

Amedeo V. conferma la concessione della borghesia di Rivoli in favore di Nicoleto Beccuti e de' suoi figliuoli.
(3 *gennaio* 1323)

Dai protocolli del Notaio Reinaud. Arch. Cam.

Nos Amedeus comes sabaudie notum facimus universis quod cum nos in homines et comburgenses nostros ville Rippolarum admisissemus et recepissemus dilectos nostros nicoletum beccuti stephanum et manuelem fratres et filios dicti nicoleti, privilegiis libertatibusque et franchesia dicti loci Rippolarum uti et gaudere concesso prout gaudent et utuntur ceteri burgenses dicte ville Rippolarum ita tamen quod ipsi tenebantur habere infra villam predictam domum et cum ipsa domo infra certum tempus de rebus et possessionibus acquirere infra castellaniam Rippolarum infra dictum tempus videlicet quousque de rebus et possessionibus acquisierint ut supra usque ad valorem tercentarum librarum monete cursibilis nobis vel mandato nostro solvere tenebantur annis singulis decem solidos turonens. quorum solutio cessare debebat facta acquisitione ut supra ect. et nobis constet per relationem dilecti fidelis nostri guillelmi borrelli burgensis ville predicte quod dicti pater ac filii habent infra castellaniam dicte ville cum dicta domo ex emptione vel alia acquisitione de rebus ac possessionibus usque ad valorem quantitatis dictarum trescentarum librarum et ultra ect. nos dictos patrem et filios iterum in homines et comburgenses nostros admittimus et recipimus; volumus quoque ipsos deinceps uti et gaudere privilegiis

franchesia et aliis quibuscumq. libertatibus quibus utuntur et gaudent ceteri comburgenses dicte ville. dat. Ripulis tercia die mensis ianuarii anno domini M. CCC. XXIII.

VIII.

Convenzione dell'abbate di S. Ramberto con Tommaso conte di Savoia. (30 *novembre* 1196)

Dai protocolli del Notaio Reinaudi. Arch. Cam.

In nomine domini nostri Jesu Christi. Ego Raynerius dictus abbas S. Regueberti et noster conventus talem facimus convencionem cum Thoma illustri comite savoye. nrum castrum quod dicitur carnilions dedimus ei et successoribus suis habendum in perpetuum tali conditione ne illud possit alienare a comitatu neque filiam suam dotare nec alio modo. costam totam que est a muro inferius a parte abbacie et domum confrate retinemus nobis et abbacie habendam in perpetuum. nostri homines qui in costa illa domos habebunt nichil aliud comiti debebunt nisi hoc. tamen iurabunt quod bona fide iuvent comitem in defensionem castri· et comes iuravit quod persone eorum et res ibi sint salve et tute. dedimus etiam comiti a fontana gaudini usque ad aggerem burgi et a fossato quod est in collo castri usque ad aquam que dicitur arbarona sub tali conditione. furni et molendini qui sunt vel inposterum fierent infra terminos istos. et leyda lingarum et lomborum erunt abbacie in perpetuum. comes habebit bannos et iusticias infra terminos istos. omnes alie obventiones que infra terminos istos accipientur leydas et census domorum vel si que alie obveniunt et duo menses de banno vini qui accipiuntur a natale domini usque ad caramentranum abbacie erunt et comiti omnino communes. pedagium trossellorum comitis erit exceptis quod de singulis habebit duos monos. in alio pedagio quocumque modo perveniat habebit abbacia

sextam partem. portionem abbacie accipiet nuncius quem abbacia instituerit. comes etiam proprium nuncium habebit si voluerit in portione sua. abbas et abbatia quemcumque voluerit instituet prepositum seu mistralem totius burgi; et erit homo ligius abbatis. iurabit tamen quod fideliter reddat abbati et comiti cuicumque suam porcionem obveniencium infra terminos supradictos. in rebus que extra terminos illos sunt posite nichil dedit abbas vel abbatia penitus comiti sed totum sibi retinuit tam in personis hominum quam in aliis rebus excepto quod fidelitates nobilium cum eorum feudis quas ecclesia hodie ibi habebat a petra crispa usque ad petram arcuinam dedit abbas et abbatia comiti in perpetuum ut fidelitates et consuetudines quas abbatie debebant deinceps faciant comiti. abbas et monachi de quibus congruum videbitur et eciam homines omnes abbatie iurabunt comiti quod fideliter iuvabunt comiti et suos in castri defensione. predicte conventiones semper sunt innovande tam ad abbatis quam ad comitis mutationem. ille qui erit castellanus castri de comitis mandato iurabit quod istas conventiones bona fide servet toti abbatie et suis pertinentiis.

Ego Thomas comes mauriannensis et savoye et marchio ytaillie conventiones in ista carta contentas veras esse confiteor et supra sancta evangelia iuravimus nos ea bona fide servaturos semper abbati et abbatie. iuravimus etiam abbati fidelitatem de castro. et quod bona fide semper defendemus abbaciam et res ipsius. mandantes et obbligantes posteros nostros ut et ipsi idem faciant. inter fidelitates autem nobilium retinuit abbatia fidelitatem quam debebat aymo de langes. ut autem predicte conventiones plenius exequantur post comitem et pro comite iuraverunt isti. Aymericus de Brianczono. Guigo de Theys. Amedeus et Humbertus de Vileta. Bonnivardus de Vienna. si vero quod absit comes a dictis conventionibus resiliret episcopi gratianopolitanus et mauriannensis in quorum presencia hoc factum est de mandato ipsius comitis ipsum comitem et terram suam in eorum episcopatu tenentur interdicere. donec ipse comes plenius satisfaceret. actum est hoc apud Cham-

autres filles se elles iestoyent de li fussent mariees en argent selons leur estat bien et noblemant. et selons la maniere des convenances qui furent faites ou temps dou mariage edduart et se il estait einsi que li ditz edduars eust autre filles dautre feme de loial mariage. nous volons ausi que elles soient mariees en argent bien et saufisamment selons lour estat et sil estoit ainsi que le ditz aymes deffaillist sanz hoir masle disons volons que se il avoit filles quelles soient mariees en argent selont leur estat et ence cas la conte en samble son partage desus dit appartiegnes a celi dou nom dou lignage de savoye masle que nous ordenerons ou se nous ne lordeneyons. a celi de qui ordeneroit li ditz edduars. et se nous ne li ditz edduars ne lavient ordene a celi a qui ordeneroit li ditz aymes. notre entancion si est que ou cas que li ditz aymes ne recognitroit nous et le dit edduart et serviroit come ses segnour en faysant come bons vassaz doit fere vers son segnour ou que il feroit mariage alliances ou covenances ou ayde contre nos persones et nous hoirs masle . . . . . . (*reliqua desunt*)

RICERCHE

INTORNO

AD ALCUNE COSE ANTICHE DISSOTTERRATE IN TORINO

NEGLI ANNI 1830 E 1831

DEL CAV. GIULIO CORDERO DI S. QUINTINO

Lette nell'adunanza del 22 di marzo 1832.

Nello scorso anno 1830, e nei primi mesi dell'anno corrente, mentre qui in Torino si stavano scavando le fondamenta ed i sotterranei delle due nuove case con portici, colle quali si volle prolungare, verso la grande piazza di Emanuele Filiberto, la via detta d'Italia, e l'attigua piazzetta o mercato delle frutta, dov'era, a nostro ricordo, la porta della città, si trovò essere stato quivi un fosso assai vasto, scavato in antico nel terreno ghiaioso e di alluvione proprio di quel sito, sopra il quale, come è noto, tutta è fabbricata questa città.

Ho veduto che la direzione di quel fosso segue una linea, la quale, partendo dall'angolo meridionale del vicino publico macello, attraversa obliquamente la mentovata piazzetta, e si protrae verso il mezzo della nuova casa, che si sta costruendo, a mano sinistra di chi vuol uscire della città.

Quanto poi si prolungasse quel fosso, sì nell'una che nell'altra sua estremità, gli scavi parziali che finora si sono colà praticati non sono stati sufficienti a manifestarcelo. Seguitava esso probabilmente l'andamento delle antiche mura, colle quali doveva essere munita la Colonia Augusta dei Taurini. Ma questa non è che una

conghiettura, perchè ora di quelle mura rimane appena qualche memoria debole e mal sicura, come si dirà meglio fra poco.

La profondità di quel fosso, sotto il piano antico di Torino, non è eguale nè regolare per tutto. L'ho trovata in alcuni luoghi superare i sei metri verso la metà della sua ampiezza; era però sempre alquanto minore verso le sponde. La sua larghezza stava fra i dodici ed i tredici metri.

Era quel fosso pieno intieramente di una terra grassa, di natura argillosa, del solito colore bruno rossiccio della creta ordinaria, e così pura e scevra da sassi e dalla ghiaia che, per poco, si direbbe essere stata purgata con arte prima che fosse deposta colà.

E che quella terra vi sia stata veramente portata d'altronde, è fatto abbastanza palese, per quanto a me pare, dalla qualità del terreno circostante, il quale, come ho già notato, è ben di tutt'altra natura.

Ma con quale intendimento sia stato dai nostri maggiori escavato quel fosso, e di poi colmato in quella guisa, sicuramente non senza fatica e spesa grandissima, con una sorta di terra che non si trova in que' contorni, è cosa da ben considerarsi prima di definirla.

Ecco i due quesiti cui mi pare si debba cercare di rispondere prima d'ogni altra cosa in questo esame. — Con quale scopo una sì gran mole di terra, così omogenea e pura, tanto diversa dal terreno che le sta intorno, può ella essere stata trasportata in quel fosso, nel pomerio della città? — In qual tempo, e da chi mai sarà stato praticato un sì fatto lavoro?

Intorno alla prima quistione io conghietturava da prima che in quel sito, in tempi assai remoti, potesse essere stato un publico cimitero. E veramente a questo supposto non ripugnava e la situazione di quello fuori dell'abitato, presso una delle porte della città, lungo una delle strade primarie che ad essa conducevano, dove appunto usavano i Romani collocare i loro sepolcri; e finalmente nè pure vi ostava una quantità grande di vasi di

terra cotta, i quali, come dirò poi, furono trovati sepolti in quella terra.

Proseguendo però più avanti quegli scavi, e meglio esaminati i vasi or mentovati, io mi avvidi che tutti, tranne uno solo, erano voti, ovvero pieni soltanto di quella stessa argilla in cui si stavano; che quivi non era vestigio alcuno o di ossa combuste o di cenere o di carboni, nè altro indizio qualunque di un antico sepolcreto, nel quale, dentro que' vasi, fossero stati deposti gli avanzi dei cadaveri abbruciati.

Io ebbi quindi a mutare d'avviso; e, mosso dal gran numero di que' vasi che si andava ogni dì via via scoprendo, già quasi mi dava a credere che in quel sito potesse essere stata altre volte una figulina, dove ed urne ed embrici e mattoni e stoviglie d'ogni maniera si fabbricassero, secondo l'uso degli antichi. Se non che dovetti ben presto nuovamente ricredermi quando osservai che que' vasi, benchè fossero per la maggior parte di quel solito colore laterizio, che hanno le stoviglie fatte colla creta ordinaria, non erano però tutti compagni. Non pochi infatti ve n'erano di un colore bianco giallognolo, non diverso da quello che presentano le opere di terra cotta fatte colla nostra preziosa terra di Castellamonte.

Di più, oltre che in que' luoghi non si sono trovati nè gli avanzi di alcuna fornace, nè quei soliti mucchi di scarti e frantumi di vasi, i quali sempre sogliono ritrovarsi dove erano le loro officine, sarebbe stata ancora fuor d'ogni misura eccedente a quell'uopo la quantità dell'argilla quivi accumulata.

Mi si presentò allora un'altra maniera di sciogliere il proposto problema, la quale, se non erro, parmi doversi preferire ad ogni altra, essendo di tutte la più verisimile, e la più consentanea nel tempo stesso alle costumanze degli antichi, ed all'autorità dei loro scrittori.

Io direi adunque che quel fosso sia stato anticamente una conserva, o, vogliam dire, un magazzino dove si sotterravano i vini,

che si volevano lungamente serbare. Ed ecco gli argomenti che sembrano favorire questo mio parere.

Dee primieramente avvertirsi, che i vasi sopramentovati non sono già urne nè doglii a largo ventre, ma sono vere anfore, varie sì e per ampiezza e per qualità di materia, ma tutte della medesima forma tonda ed allungata assai; tutte munite di due maniglie, affinchè potessero facilmente essere trasportate; di collo stretto onde meglio sigillarle; col fondo terminato in punta per conficcarle agevolmente nella rena, ovvero nel terreno. Vere *anfore vinarie* in somma, così dette, per essere il più sovente destinate alla custodia del vino. Ed a quest'uopo in qual altra terra o sostanza potevano queste essere più convenientemente sepolte che nell'argilla, senza dubbio di tutte la più idonea a guarentirle dall'umido, ed a separarle intieramente dall'aria esteriore?

Quantunque il maggior numero di que'vasi fosse già stato guasto ed infranto in diverse escavazioni colà in altri tempi praticate, molti ne rimasero però ancora conservati a perfezione, nè mai toccati per lo innanzi.

Giacevano essi in quella creta alla profondità di due in tre metri, disposti regolarmente in varie file, a qualche distanza l'uno dall'altro, e divisi in due ordini o piani per uno strato di circa un mezzo metro di quella terra. Alcuni di que'vasi, scavati in mia presenza, erano capovolti, ossia situati colla bocca all'ingiù; non oserei però affermare la medesima cosa di tutti.

Senza dubbio sopra quei due ordini di anfore, da principio, ve ne dovea essere un altro; ma, posto in tal modo quasi alla superficie del terreno, sarebbe un prodigio se, col volger dei secoli, sotto le mura stesse della città, quello non fosse stato ritrovato e distrutto, come ora da noi è stato disperso il rimanente.

Dopo tutto ciò resta ad esaminarsi come tutti questi particolari sieno conformi a ciò che dagli antichi si soleva praticare onde provvedere alla conservazione dei loro vini.

Quante cautele fossero da essi adoperate sia nello scegliere e

preparare i vasi vinarii, come nel collocarli nel luogo più conveniente, si può vedere presso tutti i loro scrittori, che hanno trattato di cose villerecce (1). Più d'ogni altro va partitamente accennando quelle pratiche C. Plinio, nel libro decimoquarto della sua storia naturale. Quivi leggiamo che quando il vino, che si voleva mettere in serbo, era abbastanza depurato nelle botti, le quali, già fin d'allora, in questi nostri paesi subalpini, erano fatte di legno e ben cerchiate, si trasferiva in vasi di terra cotta di minor capacità, la forma dei quali era prescritta dall'uso. Dovevano questi essere di ventre angusto, e di forma oblunga. Quando si volevano riporre si chiudevano prima ben bene con pece o mastice ovvero col gesso; poi, a certe distanze determinate, si seppellivano nel terreno più o meno profondamente a seconda della temperatura del sito, e della qualità del vino. Per lo più erano i vini meno robusti che si conservavano in tal guisa; i più generosi si custodivano con minori precauzioni nelle *celle vinarie*, le quali, per solito, stavano nella parte superiore della casa. Non è quindi meraviglia se que' nostri maggiori si vedevano talvolta costretti ad accendervi il fuoco, affinchè il vino, nel massimo rigore del freddo, non venisse a patire (2). Ma anche più chiaramente al caso nostro si esprime Palladio Rutilio, trattando lo stesso argomento nel capo undecimo del suo trattato: *De Re Rustica.* Ecco le sue parole: *In vasculo gypso diligenter includis* (vinum), *et ad vetustatem reservas. Melius tamen si in minora et picata vascula proximo vere transfundas, et gypsata diligenter operias, et in terrena et frigida*

(1) V. Catonis. *De Re rustica.* Cap. 107.
Columellae. *De Re rustica.* Cap. XII § 29., 30.

(2) Circa Alpes vasis condunt, circulisque cingunt (*vinum*), atque etiam hieme gelida ignibus rigorem arcent . . . . . Mitiores plagae doliis condunt, infodiuntque terrae tota, aut ad portionem situs . . . . . Traduntur que et haec praecepta. Doliis etiam intervalla dari, ne inter sese vitia serpant, contagione vini semper ocyssima. Picari oportet . . . . . quin et figuras referre; ventruosa ac patula minus utilia . . . . . Imbecilla vina demissis in terram doliis servanda; valida expositis. *Plin.* Nat. hist. Lib. XIV § 27.

cella recondas; vel arenis fluvialibus, vel eodem solo vascula ex aliqua parte submergas. Hoc nulla vitiatur aetate, si tamen diligenter effeceris. Palladii. *De Re Rustica.* Lib. XI. § 17.

E che veramente gli antichi, o, per dir meglio, i Romani, avessero in gran pregio il vino molto invecchiato, e che ogni cura ponessero nel ben conservarlo lo sappiamo anche da Orazio, il quale in quella sua ode intitolata ad un'anfora di vino massico la invoca quasi fosse nata ad un tempo stesso con esso lui, perchè era stata riposta nella cella nell'anno medesimo della sua nascita, essendo console L. Manlio Torquato (1).

Siccome quest'anfora d'Orazio, così non poche fra quelle che si vanno ogni dì quà e là dissotterrando si trovano improntate del nome dei consoli dei loro tempi. Altrevolte vi si segnava sopra col pennello la qualità del vino in esse racchiuso. *Dulce*, di fatto, ho veduto scritto sopra uno di que' vasi, trovato, non è gran tempo, nella Valtellina, ed ora posseduto dall'illustre mio amico il sig. Felice Cataneo, direttore dell'imperiale museo numismatico in Milano. A me però non venne mai fatto di scoprire alcuna di quelle note sulle anfore dei nostri scavi.

Con tutto ciò, quando non sorgano altre maggiori difficoltà contro questo mio modo di rendere ragione e dell'opera di quel fosso, e della terra ivi trasportata, e dei vasi in tanta copia sepolti in quella, non cesserò dal tenerlo, se non per cosa chiara affatto e palese, almeno come la più probabile d'ogni altra.

---

(1) AD AMPHORAM

O nata mecum, Consule Manlio,
Seu tu querelas, sive geris iocos,
Seu rixam et insanos amores,
Seu facilem, pia testa, somnum,
Quocumque lectum nomine Massicum
Servas, moveri digna bono die,
Descende, Corvino iubente,
Promere languidiora vina. *Horat.* Lib. III. carm. 20.

Anzi se pongo mente alla grande profondità ed estensione di quel fosso medesimo, alla sua situazione in luogo sì prossimo all'abitato, alla quantità di quelle anfore, per capacità e materia assai diverse fra loro, io sto per dire che quello era una conserva o cella vinaria destinata a publico uso. Non altrimenti che in alcune contrade d'Italia, in Toscana specialmente, ad imitazione degli antichi (1), anche a dì nostri si scavano, in siti publici, certi pozzi detti buche, affidati per lo più, durante la notte, alla custodia di grossi cani, dove, mediante una giusta retribuzione, è lecito ad ognuno di riporre i suoi grani, onde serbarli oltre l'anno, e sottrarli agli inconvenienti cui sogliono andar soggetti nella calda stagione.

Nè mancano esempii di altre somiglianti conserve vinarie. Chiunque ha visitati gli stupendi avanzi della sepolta Pompeia, è sceso, senza dubbio, negli spaziosi sotterranei della villa già posseduta da un Ario Diomede, fuor delle porte di quella disgraziata città. Quando que' sotterranei vennero purgati dalla terra e dal lapillo di cui erano ingombri, furono trovati pieni in gran parte di anfore simili in tutto alle nostre; e moltissime ve ne rimangono anche adesso. Molte pure, ed insieme riunite, ne furono scoperte, non ha guari, dall'egregio nostro collega il Marchese di Badino D. Luigi Biondi, in varii scavi da lui felicemente tentati nell'Agro Romano; nè ad altro uso che alla conservazione del vino egli crede che quei vasi fossero stati colà anticamente destinati.

Ora se tutti questi argomenti sembrano per avventura soddisfare al primo dei due proposti quesiti, più convincenti ancora sono quelli che ne vengono somministrati da questi nostri scavi medesimi,

---

(1) Possunt etiam defossa frumenta servari, sicut transmarinis quibusdam provinciis, ubi puteorum in modum, quos appellant siros, exhausta humus editos a se fructus recipit. Sed nos in nostris regionibus, quae redundant uligine, magis illam positionem pensilis horrei, et hanc curam pavimentorum et parietum probamus. *Columellae.* De Re Rust. Lib. I cap. 6.

onde sciogliere convenientemente anche il secondo, vale a dire, assegnare l'età cui si debba ascrivere il trasporto della mentovata argilla nel fosso ghiaioso del quale si ragiona.

In fatti mentre, nel mese di marzo dell'anno 1831, quella terra si andava rimestando per toglierla di là, onde preparare le fondamenta alla nuova casa che la Sacra Religione de Ss. Maurizio e Lazzaro fa edificare in quel luogo, si sono trovate alcune medaglie, ossia monete romane sì d'argento come di rame, tutte appartenenti, per quanto mi è stato riferito, ai tempi dell'imperatore Cesare Augusto: siccome a lui appartiene sicuramente una di esse che per sorte è venuta nelle mie mani, ed è tuttora presso di me.

È questa una medaglia assai comune, di terzo modulo in bronzo, battuta probabilmente nella zecca di Lione, verso il principio dell'era volgare, a fine di perpetuare la memoria della dedicazione dell'ara famosa, che sessanta popoli delle Gallie vollero innalzare in quella città ad onore di Augusto, verso l'anno di Roma 743, come abbiamo da Strabone, lib. IV. Ecco la descrizione di questa moneta:

Caput Augusti laureatum

ROM*ae* · ET · AVG*usto* — *Ara inter duas Victorias basi insistentes* · Æ · III · *formae.*

E qui si dee notare che la profondità in cui quelle monete furono scoperte era tale da non potersi credere che sieno state poste, ovvero casualmente smarrite in quel fosso in altro tempo che allora quando vi furono collocate quelle anfore, o gettatavi quella terra medesima.

Ora questo tempo non sarà certamente anteriore all' età di Augusto, poichè prima di lui non potevano essere monete improntate del suo nome. Pare quindi sommamente probabile che quel lavoro sia stato eseguito o durante il regno di quel principe, che ebbe fine nel quattordecimo anno dell'era volgare, o poco dappoi, quando

le monete d' Augusto dovevano essere tuttavia le più frequenti e numerose (1).

Nè medaglie d'altra età, od altro monumento storico qualunque ci è stato somministrato da quegli scavi; in que' luoghi almeno dove quell' argilla non era per anco stata smossa ed escavata, siccome lo fu più volte di poi in diversi tempi.

E veramente nel medio evo, e nei secoli che gli tennero dietro, quel terreno non andò immune da molte vicende. Nell' angusto spazio di tredici metri, per cui s'allargava quel fosso, si sono scoperte le fondamenta di tre recinti della città, differenti fra loro per età, per materiali e per maniera di costruzione.

Il più ristretto di que' recinti, quello, cioè, che meno degli altri si scostava dal centro di Torino, e dalle sue abitazioni, si vide chiaramente essere la continuazione di quell'antico muro di cinta, di struttura tuttavia romana, fatto di grandissimi mattoni fra loro ottimamente commessi, del quale rimangono anch'oggi alcuni avanzi colà vicino, dove sono le rimesse del reale palazzo, e dove altre volte s'apriva la vecchia porta palatina, che faceva parte di quel

---

(1) Poco prima che s'incominciassero gli scavi di cui ragioniamo, mentre, qui in Torino, si lavorava intorno alla costruzione della grande chiavica, la quale ora percorre in tutta la sua lunghezza la via detta *Dora-grossa*, furono dissotterrati varii frammenti di antiche iscrizioni dei migliori tempi, ed anche una moneta spettante all'età medesima di cui favelliamo. È questa una medaglia di bronzo di seconda grandezza, coniata in Roma per decreto del senato, coll'effigie dell'imp. Tiberio, mentre egli era decorato per la vigesimaquarta volta della dignità di tribuno, vale a dire, otto anni appena dopo la morte di Cesare Augusto. Questa moneta si conserva presso l'ornat. sig. Prospero Cavalli, notaro in Torino. Gli anzidetti frammenti poi, fra i quali alcuni ve ne sono che hanno fatto parte di un grande architrave, sono stati riposti per ora sotto le logge del publico palazzo della città.

Mentre si scavava il fosso della mentovata chiavica fu pure scoperto il lastricato di un' antica strada di Torino, la quale, sotto la moderna *Dora-grossa*, si prolungava fra la chiesa di S. Dalmazzo e la piazza del castello. Questo lastrico, fatto, alla foggia delle antiche vie romane, di grossi e larghi macigni durissimi, di forma poligona irregolare, si presentò tuttavia assai ben conservato, ed era sepolto più di due metri sotto il piano attuale della città. Queste circostanze, s'io non erro, sono argomento non lieve e di un repentino rovescio od abbandono della città, e di un'età assai remota, anteriore probabilmente alle invasioni dei barbari, ed alla ruina della potenza romana in queste contrade.

muro medesimo; vale a dire, l'edifizio detto ora *le Torri*, il quale in gran parte vediamo sussistere tuttora ben conservato.

In altro mio scritto, avendo io dovuto trattare di quelle muraglie, e di quella porta (1), ho dimostrato con opportuni contemporanei documenti come esse erano già in piedi nel decimo secolo, e come, essendo, secondo ogni apparenza, anche assai più antiche dei tempi di Carlo Magno, debbono verisimilmente essere state edificate quando avevano loro sede in Torino i duchi dei Longobardi. E questo mio avviso verrà anche meglio confermato da quanto ora sarò per dire (2).

Le fondamenta di questo primo recinto, trapassata tutta la massa di quella creta, posavano direttamente sul fondo sodo e ghiaioso di quel fosso. Non così quelle del secondo. Il muro di questo, distante, esteriormente, appena alcuni metri dalla prima cinta, fondato sopra piloni ed archi, costrutto di piccoli mattoni, con moltissima calce, in modo barbaro assai e trascurato, posava anch'esso in quella medesima terra, ma non così profondamente che la sua base arrivasse a toccarne il fondo.

Quivi, sotto una delle pietre fondamentali di uno di que' pilieri è stato trovato un denaro d'argento della zecca di Pavia, assai ben conservato ancora, appartenente ad uno dei primi successori di

---

(1) *Dell'Architettura italiana durante la dominazione dei Longobardi.* In Brescia 1829; a face 283. Opera coronata col premio della medaglia d'oro dall' Ateneo di Brescia, nel publico concorso bandito su tale argomento nell'anno 1827.

Quando il mentovato edifizio, anteriore senza dubbio all'introduzione di quella maniera di architettare che ha nome di gottica, sia stato veramente innalzato nel settimo od ottavo secolo, siccome pare assai probabile per le cose da me ragionate nell'opera suddetta, da noi, che il possediamo, dovrà esso tenersi in molto pregio, perchè, se non è il solo, è certamente uno fra i pochissimi saggi od esemplari che ancora rimangono in Italia, anzi in Europa, dell' Architettura civile e militare propria di quelle oscure età.

(2) Un'antica tradizione, riferita dalle più vecchie descrizioni che abbiamo di Torino, vuole che questa città sia stata smantellata, e poco meno che distrutta dai Goti, nel secolo sesto. Non è quindi meraviglia se, come piazza importante di confine, possa essere stata dippoi nuovamente resa forte, e ben munita dai Longobardi a difesa del loro regno.

Carlo Magno, cioè, a Lotario imperatore e re d'Italia, il quale cessò di vivere nell'anno 855 (1).

Questa preziosa scoperta ne dà molta ragione a credere, che quel secondo cerchio sia stato innalzato durante la signorìa dei Carolingi su queste contrade, nel secolo nono. Che Torino, in quel torno, fosse veramente circondato di mura, munito di torri e di altre difese, lo attesta lo scrittore della cronaca della badìa della Novalesa, dove narra come que' muri furono rovinati, verso l'anno 894, dal vescovo Ammulo a punizione ed onta dei cittadini (2). È noto che l'autore di quella cronaca viveva poco distante da que' tempi, nella prima metà dell'undecimo secolo.

A piedi della fondamenta di questo medesimo secondo recinto giacevano pure non pochi di que' macigni di forma poligona irregolare, spianati da una parte, dei quali, come è già detto, pare che, a somiglianza delle altre antiche città d'Italia, fosse formato il selciato dell'Augusta dei Taurini. Vi si trovarono pure alcuni pezzi di un grande architrave con lettere cubitali di bellissima forma, con altri avanzi di una porta della città, quella probabilmente che quivi essere dovea prima dell' irruzione dei Barbari, la quale era fatta di un bel marmo bianco da statue, che dai periti nell'arte fu giudicato essere quello delle nostre cave di Ponte, troppo da

---

(1) Questo denaro, del peso di circa trenta grani torinesi, d'assai buona lega, è rimasto presso i possessori di quelle nuove case. Le sue leggende dicono così:

✠ HLOTHARIVS · IMP. AV. Crux
In area · PAPIA.

(2) Hoc tempore Lambertus rex apud Italiam regnabat, suoque tempore fuit Ammulus . . . . Fuerat haec siquidem civitas (*taurinensis*) condensissimis turribus bene redimita, et arcus in circuitu per totum deambulatorios, cum propugnaculis desuper, atque antemuralibus. *Chron. Noval.* apud Murat. *R. I. Script.* Vol. II par. II col. 763.

In una carta di permuta dell'anno 1034, 4 luglio, fra l'Ab. di Nonantola ed il Conte Adelberto figlio del Conte Uberto, publicata dal Muratori: *Antiq. Italic. m. æ.* vol. II. col. 271, si dà un cenno delle mura che, intorno a questi tempi, circondavano questa nostra città, con queste parole: *Infra civitatem Torino* (sic) . . *medietatem de mercato istius civitatis* . . . *sive foras muros istius civitatis in circuitu*, *ibi prope corte de Marcilago*.

noi ora trascurate. Ed eravi ancora un buon numero di frammenti assai ragguardevoli di lapidi sepolcrali ed onorifiche, quasi tutte spettanti al primo ed al secondo secolo dell'era nostra (1).

---

(1) Benchè lo scopo di questa mia scrittura non sia quello di descrivere ed esaminare tutti i monumenti di cui mi occorre far menzione, non posso però trattenermi dal dire alcune cose intorno ad uno dei frammenti qui accennati, il quale, venuto per caso in mio potere, parmi meritare per molti rispetti di essere conosciuto. Lo presento ritratto con ogni più minuta diligenza nella tavola qui unita.

La lapide, di cui faceva parte questo frammento, era destinata, come ognun vede, ad onorare la memoria di un qualche ragguardevole abitante, od anche cittadino della colonia nostra torinese, il nome del quale più non si legge su quella pietra. Questi, dopo aver occupato in Roma qualche posto non volgare, ed essere stato il patrono di quattro cospicui comuni o municipii, Urbesalvia, cioè, Numana, Tollentino e Planina, ebbe poscia ad esercitare il medesimo onorevole uffizio nelle cause della Colonia Augusta dei Torinesi. Chè, in un marmo scoperto fra le mura stesse di questa città, parmi non s'abbia ad interpretare in altro modo la parola abbreviata AVG. seguitata dall'avanzo ben distinto di un T; dopo la qual lettera dovevano ancora trovarsene altre tre ovvero quattro per dar compimento a quella linea. Abbiamo dunque in questo marmo il nome di sette diverse città.

È ben noto che l'uffizio di patrono, come pure quello di oratore nelle cause, si esercitava presso i Romani dalle persone autorevoli non solo a benefizio dei municipii e delle colonie, ma dei collegi ancora e dei corpi sì civili che militari d'ogni classe. Fra cento prove che ne potrei addurre basti questa sola che ci è somministrata da un'antica iscrizione che si conservava in Anghiera sul Lago Maggiore, non molto perciò da noi distante: *Patrono . collegiorum . omnium . patrono . coloniae . foroiuliiriensium . patrono . causarum . fidelissimo . ob . insignem . erga . singulos etc. V. Murat.* Thesaur. pag. 1018. n.° 4.

Ecco pertanto in qual modo pare a me che si debba leggere, e supplire quanto ancora rimane di questa nostra iscrizione: N. N. *vernae Ticini, patrono reipublicae Urbe-« salvensium, reipublicae Numanatium, reipublicae Tollentinatium, reipublicae Planinen-« sium; causarum fidelissimo patrono reipublicae Aug*ustae Taurinorum, *ob eius erga* « rempublicam, *atque etc.*

Se veramente nella seconda linea s'abbia a leggere: VERNAE TICINI, nel senso però d'uomo libero nato in Ticino o Pavia, lascerò che ciascuno ne giudichi a suo talento. So però che un altro sostantivo, formato di un maggior numero di lettere, non potrebbe trovar luogo nello spazio mancante di quella linea; osservo inoltre che subito avanti, ed accosto alle lettere RNAE apparisce ancora sul marmo la sommità di un'altra lettera che sembra essere stata un'E; e so finalmente che non mancano esempii presso i buoni scrittori del Lazio del vocabolo *Verna* adoperato in questo senso medesimo: *Romanos vernas appellabant*, dice Festo, *idest ibidem natos.* V. *Forcellini.* Lexic. alla voce *Verna.*

Tutte quattro le republiche nominate nel nostro marmo erano nell'Agro Piceno. Delle tre prime si trova fatta menzione presso Plinio (*Nat. hist.* Lib. III c. 13), Pomp. Mela (*De situ orbis.* Lib. II cap. 6 § 11), Balbo (*De Limit.*), nella tavola Peutingeriana ecc.

Numana, oggi Umana, distante dodici miglia da Ancona, era situata sul mare; per ciò

Tutti questi segni evidenti di distruzione, la ruina di un primo cerchio, la presenza di questo secondo, se aggiungono un nuovo peso all'autorità della cronaca suddetta, danno pure argomento a credere, che la città nostra abbia dovuto soggiacere a nuovi disastri quando l'esercito di Carlo Magno, superate nella valle di Susa le chiuse dei Longobardi, scese alla conquista del loro regno, nel 773.

Ma anche il terzo dei mentovati recinti si trovò essere fondato in quel fosso medesimo, voglio dire quella serie di cortine, e di lunghi baluardi o risalti di forma tuttavia quadrata, coi quali, nel secolo decimoquinto, i duchi di Savoia vollero ampliare, e fiancheggiare tutto attorno le vecchie mura, divenute ormai, in quel tempo, troppo debole riparo alla città. Ma le fondamenta di questi baluardi scendevano in quella terra argillosa anche meno assai di quelle delle mura dell'età precedente.

Questa successiva diminuzione nella profondità di quelle fondazioni, se non erro, deriva da ciò che il suolo di Torino si andò di secolo in secolo lentamente rialzando, siccome suole intervenire in tutti i luoghi posti in pianura, dov'è riunita molta popolazione. Ho osservato in fatti che, quando le mura di Torino furono o rinnovate o risarcite, come è detto dianzi, al tempo dei Carolingi,

---

da Silio Italico è denominata *Scopulosa*; ed in una lapide presso il Grutero (*Thesaur.* pag. 446. n. 1) è detta MVNICIP*ium* NVMANAT*ium*.

Urbesalvia, oggi Orbisaglia, e Tollentino erano e sono tuttavia luoghi mediterranei. La prima è nominata *Urbesalvia Pollentini* da Plinio, perchè riunita o ben prossima alla *Pollentia* del Piceno, ed *Urbesalvia* è detta semplicemente in un latercolo militare prodotto dal Marini (*Frat. Arv.* Vol. II. fac. 324. e seg.). Di Tollentino come municipio si fa cenno nelle seguenti iscrizioni presso il Muratori (*Thes.* pag. 528. n.° 4, e 529. n.° 3) PATRONVS. MVNICIP. TOLENTINATIS. — PRAEF. FABR. PONTIF. TOLENTIN.

Dei Planinensi all' incontro C. Plinio è il solo che abbia fatto parola: *Intus*, egli scrive, ... (sunt) *Falarienses*, *Pausulani*, *Pleninenses*. Ed in altri codici: *Plenienses*, *Plynienses e Planienses.* Servirà il nostro frammento ad emendarne la lezione. Emendazione, a dir vero, già proposta prima d' ora dall' egregio Marini coll' autorità del latercolo sopra citato, dove si legge: PLANIN., patria di uno dei soldati registrati su quel mattoncello medesimo.

il terreno avventizio, in alcuni luoghi, si era già elevato più d'un metro sopra lo strato superiore di quella terra trasportata (1).

Finalmente, per nulla ommettere di ciò che può crescere luce al nostro argomento, debbo soggiungere che, nella costruzione degli accennati baluardi del decimoquinto secolo, si vede essere stati posti in opera moltissimi di que' grandi mattoni, di cui, come fu notato a suo luogo, sono edificati ed il ricordato palazzo delle *Torri*, e quanto là vicino rimane ancora del primo fra i tre sopraddetti recinti della città. Ed altri mattoni ancora vi sono stati adoperati non manco robusti e grandi dei precedenti, i quali debbono aver fatto parte di altre mura o torri più antiche di tutte le altre (2); per ciò che portano improntati i nomi dei loro artefici, ovvero altre sigle scritte con caratteri proprii dei secoli della potenza romana (3).

---

(1) Le fondamenta di questi tre recinti di Torino si presentarono nuovamente nei giorni scorsi, in luglio 1831, mentre si praticava lo scavo della mentovata chiavica, la quale corre sotto la *Dora-grossa*. I due più antichi, a piccolissima distanza l'uno dall'altro, si videro attraversare la detta via, nel tratto di essa che è compreso fra la chiesa dei Ss. Martiri, e quella di S. Dalmazzo, appena quaranta o cinquanta passi superiormente alla prima. Nè certamente, nel medio evo e nei bassi tempi, la città nostra s' estendeva più oltre verso ponente; per ciò che sappiamo, per autentici documenti di questo archivio arcivescovile, che la chiesa suddetta di S. Dalmazzo, negli anni 1271 e 1325, era tuttavia posta *extra moenia civitatis taurini*. Io debbo la notizia di questi documenti alla cortese amicizia del chiar. collega il sig. Intendente Luigi Cibrario.

La terza cinta poi, per essere stato in quella parte allargato il giro di Torino, nel secolo decimoquinto, come abbiamo detto, non si trovò che ben oltre la medesima chiesa di S. Dalmazzo, verso la metà, cioè, del moderno palazzo dei nob. sigg. Saluzzo di Paesana.

Per quanto però, presso gli antichi, le città munite fossero per solito rinchiuse in piccolo spazio, non posso darmi a credere che, prima dell' invasione dei Barbari, la colonia dei Torinesi, della quale rimangono pure tante belle memorie, fosse ristretta in sì angusti confini.

(2) Dell' esistenza di queste mura prima che l' Italia fosse dagli Eruli, dai Goti e poi dai Longobardi manomessa, è testimonio l' anonimo autore del panegirico di Costantino, il quale, nel capo 6, descrivendo i particolari della vittoria ottenuta da quell'Augusto sopra i soldati di Massenzio, sotto le mura di Torino, così si esprime: *Usque ad Taurinorum muros fusi caesique, obsertasque nacti portas ab incolis, etiam corporum suorum mole clauserunt.*

(3) Fra quelle iscrizioni mi sono cadute sott' occhio le due seguenti: C. CATI., e

Ora le conseguenze che io vorrei trarre da tutti i particolari che sono andato fin quì minutamente esponendo, forse non senza qualche vantaggio della storia patria in que'secoli tenebrosi, si è che la creta od argilla di cui ragioniamo dee necessariamente essere stata deposta in quel fosso prima che, nel medio evo e nelle susseguenti età, i Romani ovvero i Longobardi, i Carolingi ed i Reali di Savoia prendessero ad innalzare dentro di essa quelle loro edificazioni. Quindi sempre più si rende probabile, come appunto da prima io argomentava, che in tempi poco ancora distanti dal principio dell'era volgare debba aver avuto effetto questa operazione.

Ma lasciando stare di quel fosso e di quella terra, rimane che io soggiunga come nel collo angusto, e nella bocca di alcune delle anfore colà dissotterrate, di quelle appunto che da me furono vedute vote e capovolte, fu trovata certa quantità di una terra grassa, tenace, di un color cenerino diverso affatto da quello della massa argillosa in cui stavano sepolte quelle anfore; e come dentro uno di que'vasi medesimi, turati con quella terra, era, in quantità non

---

PAHBVΓI, le quali potrebbero leggersi: *Caius Catius*, e *Paulus Aebutius*; o meglio nel caso genitivo: *C. Catii*, *P.* e *Aebutii.* Non è cosa rara il trovare adoperati due I invece dell' E nelle antiche lapidi.

I mattoni delle due età qui accennate, i quali, tolti dalle ruine di quegli antichi muri, furono adoperati come materiali di scarto nelle fondamenta predette, presentano nella loro struttura certa differenza che merita d'essere ricordata. I mattoni, a parer mio, più antichi, cioè quelli muniti d'iscrizioni, sono intieramente piani in ogni loro lato; gli altri, all'incontro, sui quali non mi è accaduto mai di trovare scrittura o bollo di sorta alcuna, sono alquanto concavi in una delle due loro facce maggiori.

Con questo semplice artifizio, degno d'essere imitato anche a' dì nostri, si faceva sì che quando nelle fabbriche que' mattoni si sopraponevano gli uni agli altri, il cemento, trovando luogo nel vano prodotto di quelle concavità, non s'insinuava più fra gli orli degli stessi mattoni, i quali venivano in tal guisa a combaciare fra loro quasi perfettamente. Quindi le facce di que'muri, senza apparenza di calce, si mostravano lisce, solide, di un colore solo, emulando in certo modo alle costruzioni di pietre squadrate, che, nei secoli di mezzo, furono le più frequentemente adoperate per tutto dove l'opportunità del materiale lo consentiva. Ed affinchè la concavità lasciata in que' mattoni grandissimi (lunghi 0,44, e larghi 0,30 parti del metro) non ne scemasse la solidità, sorgeva nel bel mezzo dalla parte concava, un risalto od umbilico, largo quanto uno scudo, sul quale il mattone sovrapposto, trovando appoggio sufficiente, non correva rischio di frangersi.

minore di un quarto di staio, certa sostanza minuta, divisa, del colore quasi della crusca, così somigliante a segatura grossolana di legno, che, in sulle prime, per tale fu giudicata da chi la trovò.

Che cosa sia veramente questa sostanza, che cosa quella terra cenerina, se un'argilla anch'essa, od un composto d'altra natura; ovvero se quel colore sia derivato dalla mescolanza della creta sottoposta alla bocca di que' vasi rovesciati con qualche cenere già nei medesimi contenuta, sono quistioni queste alle quali la scienza chimica può assai meglio soddisfare che non l'antiquaria. Ho quindi implorata l'assistenza del valente collega il sig. Professore Giuseppe Lavini, il quale, con quella cortese condiscendenza che gli è propria, avendo preso ad esaminare quelle mal note sostanze, trovò primieramente che l'anzidetta terra cenerina non era altra cosa che un'argilla ordinaria, differente soltanto pel suo colore da quella di cui era ripieno quel fosso. Egli verificò, in secondo luogo, che quella supposta segatura non era, per la massima parte, che un ammasso di minuti frantumi d'ossa di qualche piccolo animale, il genere o specie del quale non è facile a determinarsi (1).

Ma queste conclusioni, come è palese, piuttosto che combattere o contraddire alle cose da me fin qui ragionate, vengono anzi molto opportune onde accrescer loro verisimiglianza e probabilità. Perchè delle sostanze ossee trovate in quell'urna, le quali altro non possono essere che i residui di migliaia di piccoli animali, è facile il rendere ragione supponendo che quegli animali siansi introdotti in quel vaso o per cercare ricovero durante la rigida stagione, ovvero onde pascersi del sedimento che il vino poteva avervi lasciato col volgere degli anni. E similmente nulla v'ha di più verisimile ancora che i nostri maggiori, per meglio sigillare que' loro vasi vinarii, destinati a rimanersi lungamente nel terreno, con ottimo accorgimento si sieno giovati di quella creta, la quale, non essendo

---

(1) Il signor professore Lavini ha partecipato questo suo parere alla R. Accademia delle Scienze in Torino nell' adunanza del 18 marzo 1832.

sottoposta ad alterarsi in alcun modo, era veramente a quell'uopo molto conveniente.

L'anfora, dentro la quale erano quelle minutissime ossa, è una delle più grandi che si sieno scoperte nel fosso di cui abbiamo fin qui favellato. In altezza questo vaso supera un metro ed un quarto, ed il diametro del suo ventre, esternamente, è poco minore della metà del metro stesso. Quanto è avanzato sì dell'una che dell'altra delle mentovate sostanze, dopo che furono esaminate, si è lasciato nell'anfora medesima cui appartenevano, la quale, insieme con alcune altre sue compagne di ogni ampiezza e qualità, e con parecchi di que' grandi mattoni, e di que' frammenti di antichi marmi, più volte già (1) mentovati, sta riposta

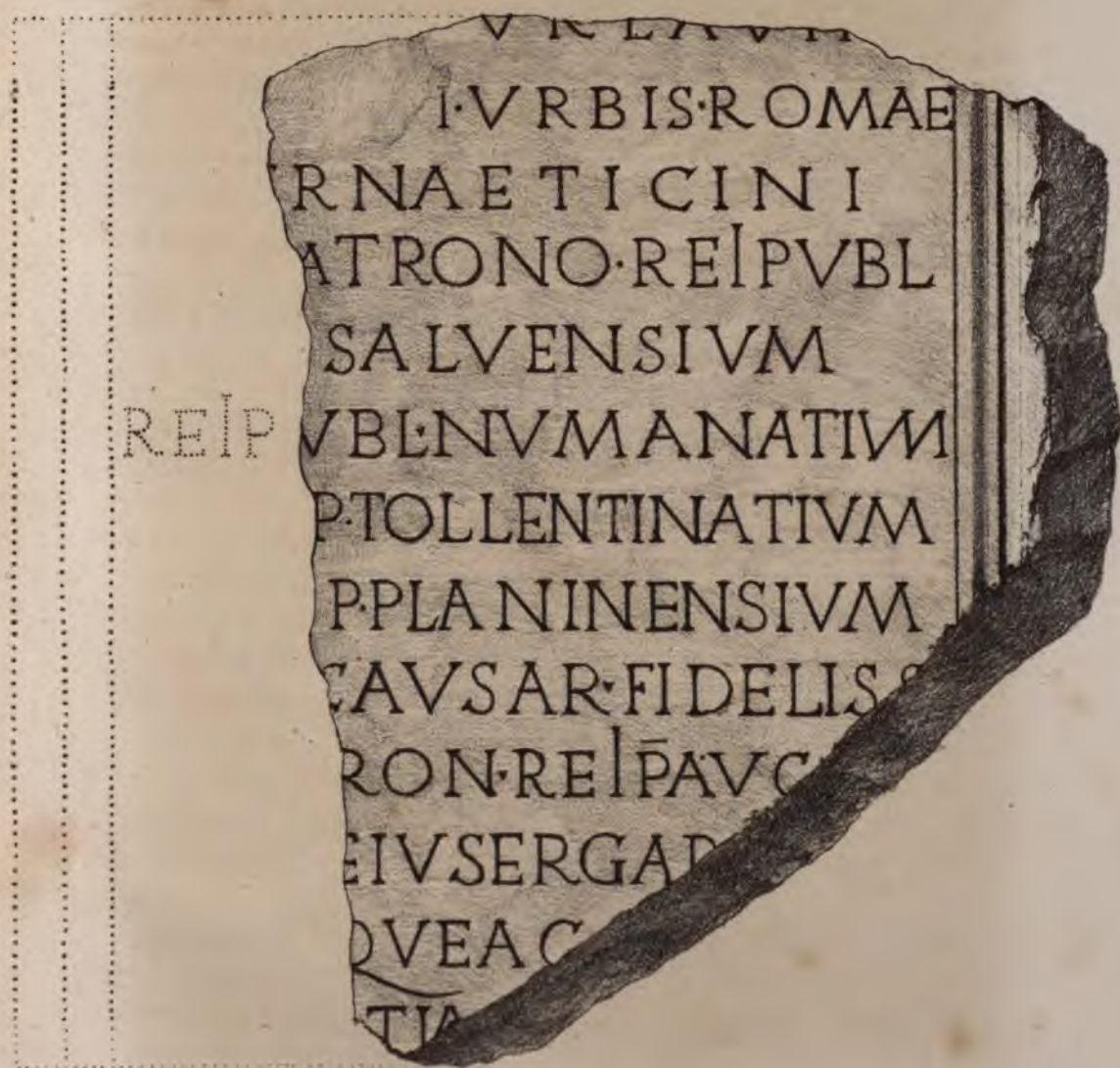
(1) Il numero maggiore delle anfore era sepolto in quella parte del fosso dove si sta ora edificando la nuova casa appartenente alla Sacra Religione dei Ss. Maurizio e Lazzaro. All'incontro la maggior parte dei già ricordati avanzi di antiche lapidi fu dissotterrata là dove si fabbrica l'altra nuova casa con portici, sull'opposto lato della piazzetta. Anzi, sotto questa casa medesima, ma alquanto più in fuori, verso la piazza grande, che da Emanuele Filiberto ha nome, già fin dallo scorso anno 1830, erano state trovate varie altre lapidi, non pochi membri architettonici, un pavimento assai elegante di costruzione romana, fatto con brecce e cipollini antichi, ed alcuni frammenti ancora di antiche statue. Di tutto allora ho dato un cenno nella Gazzetta piemontese, anno 1830, n.° 28. Alcuni pezzi di que' marmi sono stati incastrati per mia cura nei pavimenti di questo regio museo dei monumenti egiziani, onde ne rimanga pure qualche memoria.

In una delle accennate lapidi rotte e mancanti si parla di una statua equestre innalzata ad un Publio Cordio Vezziano, della tribù Stellatina, cavaliere romano, a spese dei suoi eredi, quando già l'imp. Vespasiano, di cui egli era Flamine, ottenuto l'onore dell'apoteosi, non era più tra viventi. Eccola:

P · CORDIO . . . FIL · STELL
VETTIANO · EQ · R · EQ · P̄ · FLAMINI
DIVI · VESPASIANI · PONTIFICI
IVDICI · SELECTO · EX · V . DECVR · DEC
STATVAM · EQV
COEPTAM · AC
PATRE · IPSIVS ·
MENELAV
HELIODOR
ET · CESS
COHERE
IDEM · ET · H
PECVNIA ·
L · I

nel regio museo delle antichità, dove ciascuno potrà esaminare ogni cosa a suo piacere.

Un' altra statua dovea pur essere stata quivi eretta dai Torinesi ad un Q. Glizio Atilio Agricola, il quale fu per la seconda volta console ai tempi di Traiano. Già si aveva notizia di questo personaggio ragguardevolissimo, decorato di tutti i premi e gli onori militari, in parecchi altri simili frammenti di lapidi, trovati in altri tempi probabilmente in questi medesimi luoghi (Vedi *Marmora Taurin.* Vol. II pag. 30). Un' altro assai bello e grande ne è stato ora di nuovo scoperto in questi nostri scavi, dove l' età di Q. Glizio apparisce assai chiara nelle seguenti parole: . . . . E . TRAIAN . CAES . AVG . GERM . . . . . AE . DIVI · NERVAE . . Il quale frammento, benchè non sia una precisa ripetizione di alcuno degli altri già conosciuti, nulla dice però di Q. Glizio che in quelli non si veda parimente registrato.

Con ottimo consiglio tutti questi marmi sono stati ora raccolti nel museo lapidario di questa R. Università.

VRLAVIT
I·VRBIS·ROMAE
RNAE TICINI
ATRONO·REIPVBL
SALVENSIVM
REIP VBL·NVMANATIVM
P·TOLLENTINATIVM
P·PLANINENSIVM
CAVSAR·FIDELIS
RON·REIP AVC
EIVSERGA
QVEAC
TIA

Ab. Denina

Torino Lit. D. Pedo

DELLE FINANZE

DELLA

MONARCHIA DI SAVOIA

NE' SECOLI XIII E XIIII

DISCORSI QUATTRO

DI LUIGI CIBRARIO

Letti nelle adunanze 2 e 23 giugno, e 1 dicembre 1831.

DISCORSO SECONDO

DELLE ENTRATE DELLA CORONA

Frutti delle terre demaniali. Varie maniere di censi. Riscatto de' servizi. Trezeno e lodi. Placiti della morte. Treni. Terragio. Tese. Culmagio. Pensioni de' giudei; de' Caorsini o Lombardi. Condizioni del commercio. Pedaggi. Accordi co' mercatanti. Lelde. Multe e confiscazioni. Tasse sui contratti. Dritti di giustizia e di cancelleria. Bannalità. Pesca. Monete. Soldo e lira di conto. Varie specie de' fiorini d'oro; loro valore. Valore de' grossi tornesi; dell'obolo e del bisante d'oro. Varie monete di Savoia; lega; peso; rimedii e signoraggio. Miniere. Successioni. Cose trovate. Avvocazia delle chiese. Costume. Caccia delle fiere e degli animali selvaggi. Sussidii; modo di chiederli e di consentirli; varie specie di sussidii.

Le entrate della corona ne' tempi di cui parliamo si componeano de' frutti delle vaste possessioni demaniali annesse a ciascuna castellania, e dei tributi; il qual nome io intendo in larga significazione e lo fo comune:

1.° Alle imposte sugli stabili, che comprendeano le taglie, le tese, le terze vendite, le caducità, i placiti della morte del signor diretto e del signor utile; ed anche ai censi ed ai livelli.

2.° Alla redenzione de' servigi sì reali che personali.

3.° Alla taglia de' giudei, ed alle pensioni che pagavano i Caorsini o Lombardi.

4.° Alle gabelle sul traffico grosso e minuto, e sull'industria, cioè ai pedaggi, alle lelde, al pesaggio, al macellagio, al bancaggio, e simili.

5.° Alle confiscazioni ed alle pene pecuniali.

6.° Ai dritti sulle contrattazioni, ed a quelli di giustizia e di cancelleria.

7.° Ai dritti di dominio eminente, che abbracciano le bannalità, le bandite, la ragion privativa de' fiumi e torrenti, il signoraggio delle monete e delle miniere, le successioni de' forestieri, le successioni vacanti e le cose trovate; le salvaguardie, e l'avvocazia delle chiese e dei monasterii.

8.° Alle costume, cioè a certi dritti segnalati e singolari fondati sopra l'antica osservanza.

9.° In ultimo luogo ai sussidii.

La necessità di sopperire ai bisogni dello stato rende legittimo l'uso d'ogni tributo e sia pur grave e straordinario. Ma ogni maniera di tributo debb'essere ordinata in guisa che nè ecceda di molto siffatti bisogni, nè si consumi nel nascere per troppe spese di riscossione, nè l'atto del ricoglierli sia grave ed oltraggioso ai cittadini, od inceppi quelle operazioni della vita civile per cui principalmente mantengonsi e vengono in fiore le città ed i regni; sopra tutto poi è special qualità de' tributi dover essere ben collocati ed universali; ed il frutto che se ne ritragge non si può gittare o consumar ciecamente, ma debb'essere con severa ragione utilmente ed onestamente adoperato.

Ai tributi che si levavano appresso a tutte le nazioni de' tempi lontani di cui discorriamo, mancava la maggior parte delle condizioni

testè annoverate, perchè regolandosi non con leggi generali ma co' patti di private contrattazioni o coll'antica consuetudine, erano varii secondo i luoghi e secondo le persone. Nel modo di levarli v'erano usi bizzarri; e in chi li levava non bastante freno alla cupidigia; eranvi ad ogni passo dogane interne, quasi argini respingenti del commercio. Eranvi infine pel ceto de' religiosi, e per quello de' nobili franchezza da quasi tutti i tributi; pe' coloni e lavoratori aggravio d'infinite prestazioni.

Gioverà adunque, a noi che viviamo in tempi assai più lieti, riandar brevemente questa parte della civil condizione d'età pel valicar di tanti secoli da noi disgiunte, e noteremo, che, sebbene il nostro assunto si restringe allo stato di Savoia, tuttavia le osservanze che nel medesimo troveremo erano quasi le medesime ne' regni e ne' principati vicini.

I. Aveanvi nel giro d'ogni castellania vaste tenute demaniali il ritratto delle quali era assai riguardevole sia che si dessero a fitto sia che si coltivassero per conto del principe; e più vaste erano naturalmente ne' luoghi dov'esso tenea l'ordinaria sua residenza, come furono Monmegliano e Voyron, poi il Borghetto e Ciamberì, e quindi, dopo la metà del secolo XIIII, Ripaglia, in Savoia (1); e di qua dall'Alpi la insigne terra di Rivoli, dove noteremo per sola curiosità che la raccolta del vino nelle vigne del Conte fu nel 1266 di 529 sestieri, 306 de' quali di quella specie più scelta d'uve che si chiama anche al dì d'oggi *nibbiolo* (2).

La quantità delle vettovaglie raccolte da tanti poderi superava di molto i bisogni che n'avea la corte di Savoia ancorchè magnifica

---

(1) Conto dell'ospizio del conte di Savoia e di Borgogna di Vincenzo Chierico 1269 e seg.
Conto di Pier Moureri castellano del Borghetto dell'anno 1290.
Conto dell'ospizio di Bona di Borbone, contessa di Savoia d'Antonio Mayletti, per l'anno 1370. Arch. Camer.

(2) De CCXXIII sextariis recepti de exitu vinearum domini hoc anno.
De CCCVI sext. vini receptis de exitu vinearum de nibiol hoc anno. Conto d'Umberto de Balma castellano di Rivoli.

e per numero di scudieri, di cherici, di paggi e di valletti, e per frequenza di conviti, e per abbondanza d'elemosine; onde l'avanzo si vendea; ed affinchè più agevole riuscisse lo spaccio della derrata che in maggior copia sopravanzava, qual era il vino, proibivasi negli statuti di molte ville, sotto pena pecuniale ad ogni privato, di venderne nello spazio di 15 dì o d'un mese di ciascun anno (1). La qual proibizione fu ai borghesi di Tonon moderata dal conte Odoardo e ristretta la vendita all'ingrosso (2).

Di que' beni che non poteano darsi a fitto quali erano le foreste ed i pascoli se ne tassava l'uso in certa somma. Chiamavasi *forestagio* od *affoagio* (3) il tributo che pagava chi andava a far legna nelle selve comitali, *passonagio* la tassa di chi v'andava a côr ghiande (4); *erbagio* o *pasqueyragio* quel che si dava per la ragione di condur bestie ai pascoli comuni, e talora *ramagio* ovvero *fidancia bestiarum extranearum*. Ma in quest'ultimo caso era piuttosto un riconoscimento della protezione che ad esse si prometteva, che un permesso di pascolare (5). Infine pagavasi l'*alpagio* o *cha-*

---

(1) Reddit computum de IIII lib. fortium receptis de banno vini qui venditur prima die martis post pascha anno quolibet et durat per mensem unum. Conto della castellania di Aiguebelle del 1275.

Comes habebit in villa bannum venditionis vini mense quo elegerit anno quolibet per unum mensem. Carta di franchezza di Chatelard en Bauge.

A S. Branchier il bando del vino durava 15 dì. Carta di franchezza di S. Branchier. Archivi Camerali.

(2) V. documento num. I.

(3) Idem reddit computum de XII solidis receptis pro affoagio hoc anno et levatur a quolibet capiente ligna in bosco comitali ad collum tres denarios et unum faysiculum lignorum et a quolibet capiente ligna cum bestia quatuor dinarios nec debent capere quercus castaneas vel albores fructiferas. Conto della castellania d'Aiguebelle del 1276.

Conto di Giovanni Divite castellano di Ciamberì del 1328.

Conto di Nicolò Bersatoris di Cavallermaggiore del 1327. Arch. Camerali.

(4) Passonagium. De passonagio nihil quia non fuerunt ibi glandes. Conto d'Aimoneto Curbaudi ricevidore delle entrate della castellania di Chillon del 1317. Arch. Cam.

(5) Conto della castellania di Mommegliano di Guido Bonard del 1281.

Conto già citato di Cavallermaggiore.

De erbagio bestiarum extranearum venientium ad pasquegrandum in pascuis commu-

vainagio da chi tenea le sue greggi sugli erbosi dorsi dell'alpi dal giugno all'ottobre, e nelle capanne (chavanne) che vi costruiva attendeva a formar latticinii (1). Il forestagio pagavasi in danaro o in legna, e talora eziandio in certa misura di biade. L'erbagio e l'alpagio con formaggi e latteruoli; ed eziandio con agnella e vitelle, e talora in danari.

II. Le nazioni che in diversi tempi vennero di Germania ad occupar le Gallie e l'Italia, impadronitesi per ragion di conquista di tutti i terreni, parte ne tennero per se, parte ne diedero a coltivare agli antichi abitatori con patti più o meno duri secondo la propria cupidità e la condizione delle persone. Con simili patti s'imponeva al cessionario l'obbligo di servizi personali, d'opere di buoi, di falce, di correggiato, di taglie in somma ferma od indeterminata, di censi e d'altre prestazioni di derrate o di danari, talune annuali, talune a certi tempi ed a certe occasioni solamente.

Le terre che i capi di quelle tribù vittoriose partiron fra loro le fecero coltivare ai miseri presi in guerra e da loro condotti in ischiavitù; i quali penso abbiam dato origine a quell'infimo ordine della plebe che si chiamò de' tagliabili. Perciocchè argomento che niun uomo che avesse avuto balìa di se medesimo avrebbe con-

---

nibus montheoli levantur pro qualibet bestia equina duo denarii maurisienses; et pro quolibet bove seu vacha unus obulus; et pro qualibet ove seu castrone una pogesia. Conto della castellania di S. Maurizio del 1343. Arch. Cam.

(1) De exitu alpagiorum montium de Albarousa de Ona de Ozona de Recula de Verna de Oysegnet et levantur in dictis montibus pro qualibet chavanna ubi fit fructus unus caseus et unus seraceus de grossioribus; que ibi inveniuntur. Conto della castellania di Chillon d'Umberto bastardo di Savoia, balio del Chiablese 1344-45.

Id. redd. computum de XLI solid. IIII danariis receptis pro pasqueragio alpis de uxelles pro bestiis Lombardis et dantur pro pasqueragio dictarum bestiarum Lombardarum quando veniunt ibi ad pascua octo solidi.

Conto di Ribaldo di Rivalta castellano di Lanzo del 1313.

Conto d'Umberto di Bardonnèche castellano di Flumet del 1294.

Conto della castellania di Conflans del 1325.

Conto d'Umberto bastardo di Savoia castellano di Moriana nel 1347.

Conto della castellania di Cavorre di Martino di Castellamonte del 1361. Arch. Cam.

sentito le inique condizioni da cui erano oppressi. Le vaste partite di terreni ritenute dai vincitori diedero origine ai franchi allodii ed ai feudi, ma poi, prevalendo le condizioni di questi ultimi, le possessioni tenute in franco allodio si rimutarono quasi tutte in feudi; la significazione della qual parola s'allargò poi tanto, che non solo applicossi alle terre tenute a censo od a livello, ma eziandio alle pensioni ed all'uso di mobili e di semoventi; onde nel secolo XIIII v'era ancora in Val d'Aosta chi teneva in feudo dal Conte un cavallo e ne pagava un annuo riconoscimento (1).

Siccome pertanto eran varie le ragioni con cui dai diversi ordini de' fedeli si riteneva l'utile dominio de' beni posseduti, così varii erano eziandio i tributi che li aggravavano. I tagliabili, oltre a non poche angherie e di servigi personali e d'opere d'animali, pagavano un'annua taglia od assegnata in somma certa o rimessa alla mercè del Conte. I censuarii pagavano annue prestazioni di danari, di quarti di bue, di castrati, di capponi, di torte, di pani, di biade, di fieno, di noci, di castagne, di melagrani ed altri frutti sotto a nomi di *censi*, di *fodro*, di *costume*, d'*affòagio*, di *caponeria*, di *panateria*, d'*avenagio*, di *fenateria*, di *messe del castellano*, di *druelii*, di *cheneveria*, di *breveria*, di *menayde*, che per l'ordinario erano prestazioni di pani e d'altre cose mangerecce, di *marescalcia* e di *cavallagio*, il nome de' quali significa abbastanza esser tributo destinato al mantenimento de' cavalli del Conte (2).

---

(1) Guglielmetto de turre de Stipulis pagava perciò 30 soldi l'anno. Conto di Giovanni de Ferraris balio d'Aosta castellano di Castellargento 1314.

(2) De XIII solid. VI. denar. r. de cheneveria de Viona hoc anno.

De LX solid. VI danar. r. de breveria de Viennesio Chablasio et de ultra Rodanum.

De XIIII solid. IIII danar. r. de domino Guidone de pontevitreo de drueliis quas solebant capere familiares comitis Sabaudie.

De XXI libr. XIX solid. de taillis hominum qui sunt adcensati ad voluntatem domini.

De II modiis XI cupis (avene) r. de predictis hominis de Monteruel pro marescalcia.

De VII solid. r. de receptis et recepticulis et drueliis debitis familie domini comitis apud bez per annum.

De XV solid. r. de Capellano de Monteruel pro redempcione unius recepti quod debebat

Oggetto a que' tempi di gran momento come per le storie è noto, e come il chiarisce ancora il trovare fra i riconoscimenti de'fedeli del Conte di Savoia stipulata sovente l'annua prestazione d'un centinaio di ferri da cavallo coi chiodi (1).

III. Fra le obbligazioni de'vassalli era poi anche quella d'albergare il Conte col suo seguito quando si recava alle loro case; e sebbene egli assai di rado se ne prevalesse, pagavano tuttavia coloro che v'eran soggetti una tassa annuale per ricomperarsene, quasichè avesse dovuto usarne perpetuamente. Chiamavasi *albergaria*, *ricetto*, o *gieto (droit de gîte)*; e così un ufficio di cortesia e di riverenza, che ciascuno, secondo le sue forze, si reche-

---

episcopo Sedunensi cum XV equis hoc anno. Conto della castellania di Chillon degli anni 1257 e seguenti.

De V sextar. frumenti r. apud Iargieu et in parochia pro breveria et pro messe castellani et capiuntur ibi in quolibet hospicio hominum dom. Comitis due gerbe per annum una pro breveria et alia pro messe castellani. in quolibet hospicio hominum aliorum nobilium una gerba tantum pro breveria.

De IIII panibus r. de hominibus de Sala pro menaydis.

De tribus partibus unius galline r. in manso de Gratalo et del Vilar.

Conto della castellania di Chatelard en bauge degli anni 1282 e seguenti. - Conto della castellania di Mommegliano de' medesimi anni.

De XXI gallinis r. apud Chamberiacum Barberas et apud Villetam pro chaponeria et levatur in quolibet foco una gallina semel in anno.

De XXXIX turtis in dicta castellania de redditu per annum. Conto della castellania di Ciamberì del 1300-1301.

Id. reddit computum de CCXXVIII panibus r. de panateria in mandamento Rothe ubi capitur in quolib. hospicio unus panis valens unum denarium exceptis villis de Mornens de Allens et hospiciis viduarum in quibus nihil capitur. Conto della castellania di Rue di Gio. Guersi 1273-74.

Conto della castellania della Rocchetta del 1332.

Il censo dovuto da un fedele del Conte a Rivoli era un fagiano. Un altro censo era di 12 melagrani. Conto di Pier de Balma castellano di Rivoli nel 1339.

R. Ab Aymoneto Stefano et Guigone Vachi unum os miolare de redditu per annum.

Conto di Costantino di Giaglione castellano di Ciamberì del 1341.

(1) de XXII sextar. avene r. de burgensibus Montismeliani pro franchimento ville Montismeliani per annum cum centum ferris ad equos et clavellis ad eosdem.

Conto di Goffredo de Amasin castellano di Mommegliano del 1263.

rebbe oggi ad onore di esercitare, vestiva allora il duro aspetto d'un balzello (1).

Similmente ai servizi personali, detti anche manopere, quali eran l'obbligo d'arar i campi, di falcare i prati del Conte, di trasportarne le biade e le vettovaglie ne' magazzini destinati a conservarle, di lavorare attorno alle fortificazioni del castello, di far la guardia la notte era assegnato in danari un valore; e così pure alle opere d'animali, chiamate con altro nome corvate; ed era in arbitrio del Conte voler le manopere o le corvate, o contentarsi del compenso in danaro (2).

Così pel riscatto del *cariagio* pagavano que' d'Andes e di Villie nella castellania di Saxon due denari Mauriziani per fuoco; e gli uomini della castellania di Blonay pagavano pure un'annua tassa pel riscatto del *gaytagio* (3).

Fra i servizi personali imposti ai fedeli del Conte per cagione delle terre possedute, il solo che tenesse in se qualche segno di gentilezza era il militare, al quale eran chiamati per tanti giorni d'ogni anno ed infra certi confini. Militavano pedestri recando l'arme dalle loro case; e viveano talora a proprie spese, talora a spese del Conte. In tempo di pace quelle annuali chiamate risolveansi

---

(1) r. A rectore domus templi S. Michaelis pro recepto per ipsum debito domino semel in anno XV solid. fortium esperonatorum antiquorum. Conto d'Umberto bastardo di Savoia castellano di Moriana 1346-47.

De C solid. r. de redempcione unius gieti debiti domino in valle Everdunensi per annum et est in voluntate domini capere dictum gietum vel redempcionem. Conto della castellania d'Yverdun del 1266.

(2) De X solid. r. de eisdem hominibus (burgi Montisiovis) pro redempcione manuopere quam debent castro de Chillon singulis annis per tres dies cum expensis propriis videlicet de quolibet hospicio unus homo et est in voluntate domini recuperare dictam manuoperam vel redempcionem. Conto della castellania di Chillon del 1266.

Levatur pro quolibet bove unus denarius fortis ter in anno. Conto di Pier di Gerbais mistrale del Novalese. 1273-74.

(3) Conto di Bonifacio de Mota castellano di Saxon 1377-78.

Conto di Girardo Marescalci castellano di Blonay 1367-68.

in semplici mostre e cavalcate, e da queste più facilmente potean essi per danaro ricomperarsi (1).

Nel secolo XIII, quando i costumi eran più semplici, migliori le usanze, e che ogni cittadino si recava a pregio di correre ad una prima chiamata all'armi, raramente si trova memoria di multe imposte a chi avesse mancato di seguire il Conte nelle sue guerre. Ma nel secolo seguente, quando per fatale sventura d'Italia cominciarono ad essere adoperate le braccia mercenarie delle compagnie forestiere, che vendeano, come cantava leggiadramente il Petrarca, l'alma a prezzo, e alzando il dito scherzavano colla morte, increbbe ai popoli di spendere con disagio e pericolo, guerreggiando, que' giorni che eran usi passare quietamente trafficando e godendo, e cominciaronsi a ricomperar per moneta dall'obbligo di servir il principe in guerra. Nel 1368 gli uomini di Lemie e di Forno di Lemie pagarono cento fiorini di buon peso per essere dispensati dal seguitare Amedeo VI negli eserciti di Vigone e di Fossano (2). Nel 1386 i cittadini di Susa volendo rimanersi dal seguitare il conte Rosso nelle cavalcate ch'ebber luogo in quell'anno, pagarono 200 fiorini di tredici denari e un obolo l'uno; ugual somma diè il comune di Rivoli; 350 ne pagò la terra di Lanzo. E al di là dall'alpi la castellania di Moriana ne pagò 1051 (3).

IV. Tra gli infiniti obblighi che rampollavano dal possedimento di beni feudali, eranvi ancora le tasse che si pagavano quando veniano alienati, o quando per caso di morte mutavan signore. La tassa d'alienazione chiamavasi trezeno se si trattava di case, lode se si trattava d'altri beni. Ragionavasi generalmente secondo il

---

(1) It. reddit computum de XII lib. viennens. r. de albergis de Putheo de Corcollons et de Chalmete pro redempcione cavalcate auguste. Conto di Stefano Polein castellano d'Aiguebelle del 1277.

(2) r. Ab hominibus domini de Liemes et de Furno de Liemes pro quadam concordia per ipsos facta cum domino super cavalcatis Vigoni et Fossani C flor. b. p. Conto dell'ospizio del Conte di Savoia d'Antonio Barberi 1368-69.

(3) Conto degli eredi di Pietro Gerbais tesoriere generale dal 1376 al 1390. Arch. Cam.

prezzo della vendita. Nel 1263 a Monmegliano levavasi per tal rispetto il terzodecimo danaro, tanto dal compratore che dal venditore per que' che dimoravano fuor della terra franca: e dal venditore solamente per que' che prendeano stanza nella terra (1).

Riscoteasi colla medesima proporzione a Chillon. A Ciamberì per le case era del 5 per 100; del 10 per 100 a Cirié; vario infine secondo i luoghi (2). Ma in qualche terra pare che questo tributo fosse arbitrario e perciò talvolta durissimo. In Avigliana, a cagion d'esempio, nel 1299 il fisco tolse un quarto del prezzo pel landemio d'un bosco venduto, e fino alla metà per una casa (3).

All'incontro la terra di Sallanches avea privilegio di non pagare per le case vendute entro i confini della villa franca che dodici danari ginevrini qualunque fosse il prezzo a cui s'alienassero (4). e nella terra d'Yverdun simili alienazioni non importavano altro obbligo verso il signore che d'alcune misure di vino (5).

Chiamavasi *placito della morte*, *mutagio* o *repreysa* un altro tributo che pagavasi alla morte del signor diretto od a quella del serviente del feudo, e pare che fosse eziandio proporzionato alla quantità de' terreni posseduti (6). Nella castellania di Tarantasia nel 1326 si dava alla camera l'intero frutto d'un anno, ed il terzo

(1) Sciendum quod de morantibus extra villam Montismeliani tam de emptore quam de venditore accipitur laus et de morantibus in villa accipitur tantum de venditore et quilibet de predictis dat pro dicta laude terciumdecimum danarium. Conto della castellania di Mommegliano del 1263.

(2) Dai conti delle predette castellanie.

(3) Per un bosco venduto 24 lire, 6 lire di lode. — Per una casa venduta 450 lire, 225 di trezeno. Conto di P. di Monfalcone balio di Valdisusa e castellano d'Avigliana.

(4) Et est sciendum quod quando domus vel casale venditur infra franchesiam quod dominus percipit pro qualibet domo seu casali XII den. gebennenses tantum quovis pretio vendatur. Conto della castellania di Sallanches d'Aimone di Challant signor d'Aimavilla. 1379-80.

(5) Conto della castellania d'Yverdun d'Umberto de Colombier del 1369.

(6) Id. reddit computum de X solid. forcium r. de Caletis de toyr. pro placito mortis domini comitis. Conto della castellania di Mommegliano 1286.

Reddit computum quod recepit a dn̄o Johanne domino Camere pro placito dn̄o debito

di più per la vicecontea (1). I nobili che erano franchi dalla maggior parte delle prestazioni testè annoverate, non erano dispensati nè dal trezeno e dai laudemii, nè dai placiti della morte.

V. Ma oltre siffatti tributi che pagavansi solamente a certe occasioni, altri ve n'erano che cadeano sui beni e sulle case de' borghesi e de' paesani, e pagavansi annualmente. Tale era quello che nel 1291 si levavano in Villarfochiardo, ed in S. Antonino in val di Susa sotto al nome di *treni* d'otto denari per ogni giogo di buoi (2). Tale era quello che con nome di *terragio* levavasi in qualche luogo della castellania di Chillon d'una coppa d'avena per ogni famiglia che adoperasse alla coltivazion delle terre buoi o ronzini (3). Tale era altresì il tributo che si levava a Yverdun nel 1266 di due o di quattro danari forti, secondo i luoghi, per ogni tesa d'orto (4). Ma queste gravezze, che aveano qualche somiglianza colle odierne taglie, erano proprie e peculiari di certi luoghi. Universale invece era al di là dall'alpi l'imposta detta delle tese.

---

ob mortem duorum comitum pro parte sua centum solidos fortium pro placito debito apud Cuynam et Villar. Conto della castellania di Moriana di Pietro di Mongelaz del 1346.

Il rettore dello spedale di Stavayé dovea due coppi di frumento de placito seu repreysia ob mortem comitis vel tenementarii. Conto della castellania di Stavayé 1394-95.

(1) r. A Peroneto filio quond. iohannis Rioudo de Villario Iulie pro placito obitus dicti patris sui quond. et extimantur res feudales domini quando feudatarius decedit et tantum quantum extimantur valere per annum levatur pro placito et ultra levatur tercia pars pro vicecomitatu. Conto di Berardo di Gorzano castellano di Tarantasia del 1326.

Conto della castellania di Ciamberi 1328. 1330.

(2) Conto di Guglielmo de Nons balio e castellano di Susa 1291.

(3) De XII cupis r. de hominibus de Pagnaes de medietate terragii de Pagnaes et levatur a quolibet hospicio excolente ad bovem vel roncinum una cupa avene pro parte domini. Conto di Guglielmo de Septemo balio del Chiablese e del Gebennese e castellano di Chillion 1286-87.

(4) De L solid. II denar. r. de VII. X. (xx) tesis et dimidium ortorum a parte de montagnie videlicet ab aqua usque ad fossatum francherote ubi dat qualibet teysa quatuor denar. per annum.

De XXV solid. I denar. r. de VII. X. (xx) tesis et dimid. ortorum ultra dictum fossatum videlicet pro qualibet tesa duos denarios. Conto di Rodolfo d'Yverdun castellano d'Yverdun del 1266.

VI. L'imposta delle tese colpiva le case, così chiamandosi perchè si ragionava secondo il numero delle tese che era larga la facciata di ciascuna casa abitata. La qual sua proporzione fu indirizzata senza dubbio ad aggravar di maggior tributo le persone più agiate, alleggiando le più povere, e non riuscì forse che a sformar l'architettura di que' casamenti. Siffatta gravezza era varia da l'una terra all'altra secondo gli accordi o le carte di libertà comprate dai borghesi. Era poi definito che fossero esenti da tal tributo le case in cui non s'accendesse foco, e così infatti il principe ordinava che si governasse il castellano di S. Maurizio il quale balzellava duramente i suoi soggetti obbligandoli a pagar il tributo anche per le case disabitate (1). Ricoglieansi per la gravezza delle tese, nel 1263 a Monmegliano, quattro denari forti o sei Viennesi per tesa (2); a Ciamberì nel 1300 sette denari forti per tesa (3). A Villanova di Chillon (1265) otto denari Lausanesi per tesa; a Sallanches (1379) (4) due denari Ginevrini per tesa; in Aosta 12 denari Viennesi; ed in essa città si levava un altro tributo simile a questo pel finestraggio (5). A S. Maurizio d'Agauno si facea differenza tra le case poste nella via retta, e quelle poste negli altri rioni, perchè, dove le prime pagavano 12 danari Mauriziani, le seconde non pagavano che la metà (6).

---

(1) Documento num. II.

(2) Conto della castellania di Mommegliano 1263.

(3) De XXVI libr. XIIII sol. X denar. obol. fortium r. de tesis domorum Cambariaci hoc anno et levantur pro qualibet teysa cujuscumque casalis a parte introitus septem denarii fortes in paschate per annum. Conto di Rodolfo Barralis castellano di Ciamberi.

(4) Conto d'Aimone di Challant castellano di Sallanches.

(5) De VIII libr. VI denar. r. de theysis domorum auguste hoc anno et levantur pro qualibet teysa XII denarii in festo b. Andree deducta tercia parte quam ibi percipit episcopus.

De VIII solid. r. de fenestragio civitatis auguste. Conto di Giovanni de Ferraris balio d'Aosta e castellano di Castellargento 1304-05.

(6) De teysis domorum ville S. Mauricii et levantur de qualibet teysa domorum in recto vico a parte anteriori XII denar. maurisienses et extra vicum rectum sex denar. in festo S. Martini Yemalis. Conto della castellania di S. Maurizio d'Agauno del 1343.

Nel borgo di Chillon i possessori delle case non aveano altro debito che di contribuire annualmente una coppa d'avena (1).

Della gravezza delle tese non ho trovata memoria nè in Val di Susa e nel Canavese, nè a Rivoli. Ma v'era in altre terre del Piemonte soggette al principe d'Acaia un tributo che chiamavasi *culmagio*, e s'assomigliava alle tese, se non che ragionavasi con miglior senno, adattandosi alla quantità dell'avere d'ogni famiglia.

A Cavallermaggiore (1327); que' del maggior registro pagavano per tal rispetto 5 soldi Astigiani; i mediocri tre; gli altri due (2).

A Savigliano (1333) i più ricchi pagavano pel culmagio tre soldi Viennesi di moneta Saviglianese; i mezzani due; i poveri uno. Ma in gennaio del 1349 Jacopo principe d'Acaia li francò per dieci anni da tale tributo (3).

A Busca nel 1370 era similmente di tre soldi Astigiani pe' maggiorenti; due pe' mezzani; di dodici danari pe' poveri (4).

Nella terra di Vinadio questo tributo chiamavasi *focaggio*. Levavasi da ogni persona che avesse casa e foco; ed era di dodici denari Viennesi speronati per chi avesse un valsente minore di lire 100; di due soldi Viennesi per un avere maggiore di cento,

---

(1) De XIII modiis XI cupis r. de hominibus manentibus in burgo Chillonis ubi quilibet habens domum debet unam cupam avene et nihil aliud debent domino nisi quod debent ipsum carriare per lacum usque ad Aquianum vel familiam suam cum expensis ipsius domini. Conto della castellania di Chillon 1266-67.

(2) De XL libr. r. de culmagio seu fochis personarum habitancium in Caballario cum focho et catena in festo S. Mauricii M . CCC . XXVII et levantur ab illis de majori regesto V solidi et ab illi de mediocro regesto III solidi et ab alii de minori regesto duo solidi. Conto di Nicolò Bersatoris castellano di Cavallermaggiore 1327-28.

(3) De LXXV libris vienensibus monete Saviliani r. de culmagio seu fogagio debito domino per annum ab hominibus Saviliani et habitantibus ibidem et in villis subditis videlicet pro XIII[c]. XXIIII fochis seu culmis domorum levantur cum anno pro quolibet culmo domus ab illis qui sunt de majori registro tres solidi. et ab illis de mediocri registro duo solidi. et ab illis qui sunt de minori registro XII denar.

Conto della chiavaria di Savigliano di Jacopino de Milano 1332-34. — Conto d'Arrigo di Gorzano vicario di Savigliano 1361. 1363.

(4) Conto d'Espagnolio Marini vicario di Busca 1369-70.

minore di dugento lire; di tre soldi pe' più ricchi. Nelle altre ville del capitanato ricoglieasi annualmente un mezzo genovino d'oro per foco (1).

Era dunque in alcune principali terre del Piemonte, in sul principio del secolo XIIII, già formato il cadastro, sicuro indizio di ricchezza e di civiltà, e base la meno fallace di una giusta ripartizion de' tributi ove l'allibramento sia fatto con maturo consiglio, e si rinovelli dopo non troppo lunghi intervalli di tempo. Nelle terre alpine dove non v' hanno gran ricchi, e dove, se si riguarda agli abiti, ai costumi, ed ai godimenti della vita, non v'hanno ricchi, il catastro o non fu mai formato o non lo fu che tardissimo, ed i tributi colpivano con pessimo errore piuttosto le persone che le cose. Così alla Perosa ogni uomo che avesse foco e catena pagava l'imposta annuale di 13 danari Viennesi (2).

Degno ch'io qui ne faccia particolar memoria è un tributo di 6 danari all'anno, che si ricoglieva a Vevey dalle botteghe de' calzolai che avessero porta o finestra, ed in cui si fosse lavorato un anno ed un giorno (3).

VII. La nazione de'giudei dispersa su tutta la terra avea pure trovato ricetto nella contea di Savoia, e per prezzo della sopportazione del principe contribuiva con taglie, con doni, con legati a crescerne le entrate. Niuna occasione che si presentasse di cavar danaro da quella razza abborrita veniva trasandata, onde i giudei erano obbligati a comprare e la facoltà di stare e di mercanteggiare in certi luoghi determinati, perlochè pagavano una taglia an-

---

(1) Conto di Giovanni Girardi di Bossonens capitano e castellano di Vinadio e di Val di Stura, 1392.

(2) In qualibet habitatione habente fochum et cathenam seu culmen domus levantur XIII denar. viennenses. Conto della castellania della Perosa 1291-93.

(3) De VII solid. r. de operatoriis sutorum ville per predictum tempus quorum quodlibet habens hostium vel fenestram dat VI den. per annum postquam in ea operatum fuerit per annum et diem. Computus Petri de Grueria de exitu majorie Viviaci 1259-62. Arch. Cam.

nuale chiamata *stagio* (1); e la facoltà di trasferire il loro domicilio da un luogo all'altro, e l'autorità di testare (2); e fino quando i loro corpi si rendeano alla terra, quest'ultimo atto, protetto dalla religione di tutte le nazioni, non potea farsi senza un nuovo tributo (3). Ne' regni di Amedeo IV, di Pietro e di Filippo, e nei primi anni del regno d'Amedeo V ogni giudeo pattuiva co' ministri del Conte la taglia che doveva annualmente pagare (4). Ma sotto a quest'ultimo principe tutti i giudei del suo stato cominciarono a far corpo comune. Un d'essi rispondeva in nome di tutti al principe l'annua somma pattuita, che venia poi da alcuni savi, da loro eletti, fra tutti ragionevolmente distribuita.

Pare che fra le altre cose i giudei abbiano ottenuto la facoltà di trasferirsi ove loro piacesse senza comprare volta per volta il consentimento del principe, libertà di mercanteggiare e di prestare ad usura, aiuto a riscuotere i loro crediti; la loro condizione riuscì pertanto verso il principio del secolo XIIII molto men dura per causa dei suddetti e d'altri simili privilegi di cui li gratificava Amedeo V, che furono poi accennati in un salvocondotto assai notabile d'Odoardo suo figliuolo e successore (5).

Vero è che siffatti accordi e privilegi non aveano durazione perpetua, ma si rinnovavano di cinque in cinque o di dieci in dieci anni, nelle quali occasioni variava eziandio la quantità della taglia a cui s'obbligavano. Nel 1300 le somme ritratte dai giudei furono di 3481 lira 16 soldi e 6 danari Viennesi (6).

---

(1) De XVII solid. VI denar. Laus. r. de Amydeo judeo pro XX grossis turonens. pro anno. Conto della castellania di Chillon 1286-87.

(2) De X solid. r. da David judeo qui solebat morari apud Scala pro sigillo litere sibi concesse ut moretur in terra domini ubi voluerit. Conto di Pietro di Cellanova 1297-98.

(3) De V solidis r. de judeis pro cimiterio suo per annum. Conto della castellania di Ciamberì 1302.

(4) De duobus florenis auri r. de Creysent judeo pro stagio suo Castellarii per annum. Conto della castellania di Chatelard en Bauge di Pietro de Haut-Villars 1297-99.

(5) Documento num. III.

(6) Conto di Guigone Gersi del 1300.

Nel 1311 i giudei della Savoia, del Baugé e del Viennese eran tenuti all'annua taglia di 400 lire viennesi escucellate, che valeano 460 fiorini d'oro (1).

Que' della Bressa contribuivano forse altra somma appartatamente.

Nel 1327 i giudei fecer taglia di 95 lire di grossi tornesi (2).

Nel 1338 pagavano 100 fiorini d'oro alla metà d'ogni mese (3).

Nel 1344 ne pagavano 116 ⅔ ne' medesimi termini (4).

Poco dopo, in occasione della feroce mortalità che devastò mezza l'Europa, il popolo che in ogni tempo ha servito e serve più alla imaginativa che alla ragione, sospettò che i giudei fosser quelli che con arti diaboliche seminasser la peste, e si levò a furore contr'essi minacciandone il totale sterminio; onde fu forza al governo di raccettarli nelle fortezze. Nondimeno per dar luogo alquanto a quella concitazion popolare ne pose sotto sequestro i beni; i quali pochi anni dopo, non senza nuovi profitti dell'erario comitale, vennero restituiti (5).

Nel 1356 ottenne la nazione giudea notabile privilegio, poichè le fu data l'autorità di deputare tre della medesima setta che giudicassero secondo le loro usanze i giudei di mala fama e di vita disonesta d'ambedue i sessi (6).

Nel 1360 la congregazione de'giudei di Bressa pagava la taglia annuale di 100 fiorini d'oro; il rimanente de'giudei dimorante in Savoia e al di qua dall'Ains ne pagava soli 40 (7).

---

(1) Conto d'Antonio di Clermont tesoriere del conte di Savoia 1310-11.

(2) r. per manum judeorum terre domini comitis pro taillia facta ipsos IIII.^{XX} XV libras grossor. turonens. Conto d'Andrea Boncristiani di Pisa famigliare del conte di Savoia 1327.

(3) Conto dell'ospizio della contessa di Savoia d'Aimone Lupi, del 1338-39.

(4) Conto dell'ospizio del conte di Savoia di Giovanni de Fonte chierico e famigliare di lui.

(5) r. a judeis Coste pro quadam littera per ipsos obtenta ut secure reducantur in castrum de Costa ne per christianos offenderentur . . . VIII flor. auri.

Conto dei proventi del sigillo del consiglio residente in Ciamberì di Stefano di Compesio 1347. 1349.

(6) Conto d'Aimone di Chalant degli anni 1356-57.

(7) Conto di Giovanni Ravays dottor di leggi, cavaliere, e Cancelliere di Savoia 1359-60.

Oltre a ciò grosse somme contribuivansi da quella nazione a titolo d'*introgio* in occasione del concedersi o del rinnovarsi le loro salvaguardie, e di non pochi aiuti fornivasi il Conte nelle sue guerre, e generalmente in tutte le occasioni in cui dagli altri sudditi se gli facean doni o sussidii; ed infatti nel 1311, quando Amedeo V conte di Savoia accompagnò Arrigo VII re dei Romani in Italia, i giudei gli offerirono un presente di 500 lire di speronati per le spese del viaggio (1).

Al di qua dall'alpi non ho trovato memoria di quella nazione.

VIII. Un'altra schiatta d'uomini odiata quasi al par de' giudei era quella de' prestatori, che usciti in prima di Caorsa ebbero per tutto il secolo XIII il nome di Caorsini, e che poi furono con appellazione più generale chiamati Lombardi.

Chiamavano di tal nome i forestieri quasi tutta l'Italia occidentale; e quindi infatti, ma più specialmente dalla Toscana, e dalle repubbliche d'Asti e di Chieri rampollavano a migliaia i prestatori, i quali e in Francia e in Fiandra e in Inghilterra si trasferivano ad esercitar l'arte del cambio, e ricchi di proibiti guadagni tornavano perfine alle case loro a comprar feudi e signorie. Non altra origine ebbe la grandezza di molte principalissime famiglie italiane. Ma gli immensi tesori che spesero a sostenere alte e difficili imprese per difesa e conservazion della patria, ed i maestosi templi e gli altri edificii di cui la magnificarono, dimostrano abbastanza, che se ne' lontani paesi avean faccia d'avari mercatanti, a casa loro tenean guisa di magnanimi principi.

Questi Lombardi vezzeggiati dai grandi quando voleano accattarne danaro, perseguitati quando giungeva il tempo di renderlo, coprivano de' loro banchi d'imprestito (casane), come d'una rete, la Savoia ed il Piemonte; e quando scoppiava una guerra, o principi e baroni doveano intraprender lunghi viaggi o far altre spese,

---

(1) Conto d'Antonio di Clermont tesoriere del Conte 1310-11.

i vasellami e gli arnesi d'oro e d'argento delle corti comitali e baronali passavano a siffatti banchi, ed i Lombardi assicurati li forniano dei danari necessarii ai loro disegni.

Pagavano i Lombardi individualmente una pensione al principe da cui per lettere patenti riceveano privilegio di tener banco in una terra di suo dominio e di pigliar quell'usura che nelle lettere era scritta; nè poteano crescerla senza cader in gravi ammende.

Nel 1269 in tempo che Berna era soggetta al conte di Savoja Vincenzo Cherico riscosse 60 lire da' *Caorsini* che andavano a fermar dimora in quella città (1).

Nel 1279 Bongiovanni Vaudano e Guglielmo Vaudano *Caorsini di Chieri* pagavano per la loro dimora in Avigliana l'annua pensione di lire trenta (2); e senza entrare in troppe particolarità basti il dire, che non v'era nè in Savoia nè in Piemonte terra di qualche riguardo ove non fosse uno di tali banchi privilegiati tenuti dai Turchi, Asinari, Solari, Pelletta, Scarampi, Ponziglioni, Provana, Balbi Simeoni, Moncucchi, Dodoli, Pietraviva, Borgognini, Mazzetti, Malabaila, e qualche rara volta da un Toscano; da ciascuno de' quali banchi si corrispondeva, come abbiam detto, alla camera del Conte l'annua pensione pattuita oltre al grosso presente che con titolo d'*introgio* le si faceva nel concedersi o nel rinnovarsi il privilegio che non durava per l'ordinario più di dieci anni (3).

---

(1) Conto dell'ospizio di Savoia 1269.

(2) Conto di Teobaldo di Cors castellano di Susa, Avigliana e Rivoli.

Conto della castellania d'Aosta e di Castellargento 1274-75.

Conto dell'ospizio del conte di Savoia d'Aimone Lupi 1344-46.

(3) r. a Boniomo Pelete Alerando Ruffineto Bernardo Laurentio ejus filiis quibus dominus concessit casanas Chamberiaci de Aquis S. Ypolithi Ayme Salini et S. Mauritii in Tarantasia ac terrarum domini archiepiscopi per X annos inchoandos in festo nativitatis domini quando incipiet currere a. M. CCC. LXIII sub censa annali LXIX florinor. VIII denarior. quarte partis unius denarii grossorum turonens. et habuit dominus manu Petri Gerbaisii tam pro introgio quam solutione primi anni decennii XX VII flor. b. pond.

Conto di Giovanni Gervais dottore, signore di S. Maurizio e cancelliere 1360-62.

Nel 1311 le pensioni pagate dai Lombardi formavano la somma di 116 lire 5 soldi e 6 danari di grossi tornesi (1).

IX. Ma la maggior entrata della camera del Conte derivava dalle gabelle imposte sul traffico grosso e minuto.

Mentre i Pisani ed i Genovesi seguendo l'esempio de' Veneziani navigavano in Egitto e alla Tana, e da questa città che è centro a molti imperi moveano a far largo e profittevol commercio colla Russia, coll'Armenia, coll'Arabia e colla Persia, dilatando fino all'ultimo oriente la gloria del nome italiano, i Toscani ed i Lombardi, contenti a minore industria, attendeano a fabbricar grossi drappi di lana che parte vendeano nel paese, parte recavano alle fiere ed ai fondachi d'oltremonte. I Fiorentini attendeano inoltre a perfezionare i panni francesi e fiamminghi che si facean venire in grosse condotte, e che si riportavano in Francia ed in Fiandra dopo di averli ritinti, cimati e mondati (2).

Per tutto quasi il secolo XIII i Fiorentini, de' quali per la bellezza de' loro scrittori si tenner vive le memorie, erano intesi a procacciar monete servendo al lusso de' forestieri, ma dentro la cerchia della città viveano parchissimamente. Ma nel secolo seguente le gentildonne fiorentine deposto il grosso scarlatto d'Ypro e gli altri drappi di cui si passava la modestia delle loro avole si diedero a portare i vestimenti intagliati, ad usar panni dipinti, divisati, adogati, traversi, partiti di due colori, ornati di fregiature d'oro, d'argento, di seta; senza parlare delle pelliccerie, e della ricchezza de' bottoni, de' fibbiali, delle cinture, delle trecciere, delle corone, e d'altre guise d'acconciatura; ond'è che viemaggiore accrescimento pigliava il commercio, e maggior profitto eziandio si recava alle dogane da cui ad ogni passo erano assiepate le strade, che pel Piemonte e per la Savoia metteano in Francia.

---

(1) Dal conto di Antonio di Clermont precitato.

(2) Della decima, della moneta, e della mercatura de' Fiorentini. P. III sez. IV e V.

Nel principio del secolo XIIII erano in Firenze le botteghe d'arte di lana più di 300, ed i fondachi dell'arte di Calimala di panni oltramontani erano 20 che facean venire per anno più di 100,000 panni di valuta di trecento mila fiorini (1).

Il commercio tra l'Italia e le provincie oltramontane sarebbe stato ancor più fiorente se, giusta il barbaro sistema di que' tempi, le strade non fossero state impedite da tante dogane quante se n'incontravano in poche miglia di cammino. Le terre di Rivoli, d'Avigliana, di Susa, di Monmegliano, di Ciamberì, di Seissello, di Borgo, di Pontebelvicino, di Villanova di Chillon, di S. Maurizio avevano ciascuna un pedaggio, ed in breve quasi ogni castellania n'aveva uno, e taluna anche due, come quella del Borghetto che n'aveva uno sul lago, l'altro per la via di terra.

Vero è che dall'altro lato s'adoperava ogni diligenza perchè i cammini corressero sicuri, onde non solo si facea pronta e severa giustizia de' malfattori, ma i mercatanti rubati sulla strada comitale venivano compensati d'ogni danno, parte dalla camera, parte dalle terre nel distretto delle quali era occorso il rubamento. Del che si trova ricordo nel conto del castellano d'Avigliana all'anno 1266 (2).

Tra le molte fiere che si teneano ne' paesi d'oltremonte, fioritissime eran quelle della Sciampagna, e sterminato era il numero de' mercatanti che da ogni parte vi convenivano; e siccome i più per recarvisi colle loro condotte doveano traversare parecchi stati che erano spesso in guerra gli uni cogli altri, usavano mandar messaggi a' principi di quelle regioni a fin di riceverne la sicurtà de' cammini e d'accordar i pedaggi da pagarsi. Così trovo essersi praticato nel 1268 dai Rettori della Compagnia de' mercatanti,

---

(1) Giovanni Villani Storie fiorentine lib. XI. c. 43.

(2) In restitutione cujusdam summe pecunie facte cuidam mercatori derubato in itinere domini comitis ultra illud quod ville persolvunt. XL solidos.

Conto d'Umberto de Balma castellano d'Avigliana 1265-66.

Toscani, Lombardi e Provenzali, e così credo che s'adoperasse ogni volta che avessero ragion di temere od un improvviso aumento di gabella od un accidente di guerra che rompesse le strade (1).

Oltre a ciò, siccome il frutto che gittavano i pedaggi e le fiere formava una delle migliori entrate de' principi, e tanto migliore perchè era quasi tutta di moneta sonante, di cui pativano allora disagio anche le corti de' principi grandi, riputavano essi propria offesa e proprio danno i danni e le offese che si faceano a' mercatanti, e quindi si studiavano d'impedirle e di ripararle. Più volte il re di Francia usò l'autorità sua contro ai baroni che ne avessero intraprese le merci o le persone, o che fossero restii al pagamento de' loro debiti (2); e poichè la sedia Pontificale fu per sommo infortunio d'Italia trasferita in Avignone, i Papi concedettero efficace protezione a que' mercatanti, e adoperarono sovente in loro favore il mezzo potente delle censure ecclesiastiche (3). Più volte ancora il conte di Savoia ebbe perciò cause di sdegni col vescovo Sedunense, e co' baroni del Vallese, e più volte caldamente li ricercò pe' suoi messaggi, siccome ricercò eziandio il vescovo di Novara ed i signori di Milano di tener sicuro il cammino (4).

L'ordinario cammino de' mercatanti era pel Moncenisio, passo o ignoto o non frequente ai Romani, ma dopo Carlo Magno, solita via non solo del traffico ma anche degli eserciti che calavano a straziare questa misera Italia ed a recarle nuovi padroni (5). Nondimeno per più secoli ancora non fu abbandonata la via molto più

---

(1) Durandi. Piemonte Cispadano.

(2) Decreto di Jean de Brene chevaliers et Gontiens de Paris panetiers le Roi de France gardes des foires de Champagne et Brie, date a Troyes in agosto 1298 sulla istanza della Compagnia de' mercatanti di Toscana e di Lombardia. Arch. Camer.

(3) Breve di Papa Giovanni XXII al cardinal diacono di S. Maria in via lata. Dato in Avignone il 12 d'aprile 1330.

(4) Conto di Jacopo Vichard pedagiere di S. Maurizio 1337-38.
Conto di Guglielmo di Mombello balio del Chiablese castellano di Chillon 1346-47.

(5) Napione. Dell'origine dell'Ordine di S. Giovanni di Gerusalemme. Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino tom. XVII.

agevole del Monginevra, e da una carta del secolo XI s'impara che frequente era ancora il passaggio de' mercatanti nella valle d'Oulx, e che il priorato di S. Lorenzo de' Martiri vi fu costrutto perchè servisse eziandio di ricovero ai viandanti (1). Si conduceano i mercatanti in Val di Susa per Testona e Rivoli direttamente senza ripiegar in Torino. In non molta distanza da Testona sul Po eravi, dov'è ancora oggidì, un ponte, ed ivi appresso in sulla riva destra uno spedale anticamente costrutto per ricovero de' pellegrini, con una chiesetta dedicata a S. Egidio, le quali cose essendo per causa della guerra mezzo rovinate, furono dal Vescovo di Torino, sul finire del secolo XII donate ai cavalieri del Tempio coll'obbligo di pagarne l'annuo riconoscimento d'un marabotino d'oro (2). Per quel ponte adunque passavano i mercatanti portandosi a dirittura all'entrata di Val di Susa con non lieve affanno e pregiudizio de' Torinesi, che più volte vennero in aperta inimicizia colla repubblica di Testona, e che una volta la costrinsero a promettere con un trattato d'obbligar i mercatanti a pigliar la strada di Torino (3).

Siffatti mercatanti eran Toscani, Liguri ed Astigiani. Prima del mille il Vescovo d'Asti distendeva il suo dominio temporale per una gran parte del Piemonte meridionale fino all'alpi marittime, e le ricchezze che dovea ritrarre da sì vasti possedimenti si dispensavano naturalmente nella città in cui risiedeva. Gli Astigiani, uomini dalla natura formati all'industria, appena si furono rialzati dalla povertà voltarono l'animo loro ai traffici; e de' loro traffici infatti si trova memoria fin dal secolo X in un diploma d'Ottone III imperadore. Altra più solenne se n'ha da un diploma di Corrado il Salico del 1037. E verso il finire del secolo medesimo poichè scossa la signoria del Vescovo s'alzarono ad onor di comune,

---

(1) Durandi. Piemonte Traspadano.
(2) Documento num. V.
(3) Storia di Chieri tom. I, pag. 89.

ed in tanta potenza furon cresciuti, che Umberto II conte di Savoia strinse con loro i patti d'una memorabile alleanza, ei li francò, fra le altre cose, da ogni pedaggio, e promise d'indirizzar perpetuamente il cammino per alla volta della loro città (1).

Nè gli Astigiani furono i soli de' popoli Piemontesi che trafficassero in lontane regioni; perocchè seguironne l'esempio i Cheriesi, che ne furono per lungo tempo amici e confederati.

Sembra inoltre che il perpetuo passaggio de' mercatanti per Val di Susa, e il danaro che vi lasciavano, avessero fin dal principio del secolo XIII risvegliata parimente la virtù degli abitatori di quella. Io n'argomento da una carta importante del 1233 da me pubblicata nella storia di Chieri, colla quale carta furono confermati ed ampliati i privilegi de' Segusini. Ivi sta scritto, che la franchezza de' Segusini si stende fino al mar di Calabria, e che nissun uso da loro è dovuto; perocchè per tal cagione fu a tutti gli Italiani concesso, che nissun passaggio quà venendo paghino, e la sola metà nel ritorno. Queste parole sembrano indicare che i Segusini avessero indirizzato il loro commercio all'Italia meridionale, e che vi fosse assai riguardevole; imperciocchè non si può imaginare, che la franchezza conceduta a tutti gli Italiani fosse senza compenso; seppure non era essa medesima un compenso dei molti favori che Amedeo IV e Tommaso suo padre aveano ricevuto da Federigo II imperatore e re di Sicilia, il quale col decorarli dell'ufficio di vicario imperiale avea preparata la prossima futura grandezza della loro stirpe.

Ma tornando alla strada tenuta dai mercatanti osservo che d'un altra via tenuta dai Genovesi ci fa memoria un trattato che si conchiuse nella terra di Cocconato nel 1232 tra Pietro Doria e Gugliel-

(1) Durandi. Piemonte Cispadano p. 346. 350. *Vescovi d'Asti.* Codice diplomatico della chiesa d'Asti M. S. dell'Archivio del R. Economato generale de' benefizi vacanti, che mi venne comunicato per la molta cortesia dell'egregio signor abate e cavaliere Palazzi Economo generale.

mo Pictavino ambasciadori della repubblica di Genova, e Bonifacio marchese di Monferrato. Per esso il marchese promette di mantener la strada che da Asti porta per Cunengo, Remolfengo, Bonengo, Cocconato, Tonengo, Castagneto, S. Raffaele, Gassino e Castiglione a Torino; di difendere per tutto il suo territorio le persone e le cose de' mercatanti, e di non riscuotere pedaggio maggiore di sei soldi e mezzo di Genova o d'Asti per carica e per torsello; infine di non imporre nè gravezze nè tolte; e delle medesime cose promisero la fedele osservanza i nobili vassalli di Monferrato (1).

Ma il cammin più battuto, massime dai Veneziani e dai Lombardi, era dopo la metà del secolo XIII quello del Sempione che li portava a Sion e quindi nello stato del Conte che si distendea, siccome è noto, fin quasi alle porte di questa città. Riguardevole infatti era il frutto che la camera del Conte ritraeva dal pedaggio di Villanova di Chillon a cui facean capo le vie del Vallese e di Val d'Aosta, e quelle che metteano a Ginevra ed a Losanna, e quella che per Clees conduceva nella franca Contea e che era l'ordinario cammino de' mercatanti Fiamminghi. In ottantasette settimane e due di cominciate alla metà di settembre 1284, vi passarono settemille trecentosette balle di merci di cui 4067 ½ di panni francesi e lombardi senza contar quelle che erano portate a foggia di cariche (2).

Dieci anni dopo in ottantotto settimane e cinque giorni cominciate al S. Andrea del 1294 vi passarono 7178 balle e ½, e 4680 ne' tredici mesi che seguitarono.

Di gran profitto riusciva altresì il pedaggio di Pontebelvicino per cui s'avviava la massima quantità delle merci che d'Italia in Francia

---

(1) V. il docum. n. V, del quale son debitore alla cortesia del mio dotto collega il sig. cavaliere Giulio Cordero di S. Quintino, che lo trascrisse in Genova dal codice del sig. marchese Massimiliano Spinola.

(2) Conto d'Ysardo giudeo ricevitore del pedaggio di Villanova di Chillon. Conto di Jaqueto ricevitore dello stesso pedaggio dell'anno 1284 e seg.

e di Francia in Italia si trasferiva. Dal 6 d'aprile 1301 al 6 aprile 1302 vi passarono 2404 balle o torselli, e 1826 cariche. Ma il commercio aveva allora già cominciato a scadere, per essersi dal re Filippo il bello, con pessimo consiglio, peggiorata notabilmente la moneta. Via più scadde per le medesime cagioni negli anni che seguitarono, ed in breve si ridusse a segno tale che dal 13 giugno 1307 al 20 gennaio 1309 non passarono oltre a 64 torselli di panni e a 220 cariche delle solite merci (1).

A questa prima e potente cagione d'affralimento s'aggiungevano gli abusi nella riscossion de' pedaggi agevolati dalla infinita varietà delle monete secondo le quali erano ragionate le tasse, e dalla inesatta designazion delle merci; s'aggiungevano le difficoltà de' trasporti, il pericolo d'improvvisi aumenti di gabella, e l'infestamento de' rubatori di strada. Il pregiudicio che sarebbe derivato allo stato di Savoia, se, come accennavano di voler fare, i mercatanti avessero intralasciato d'indirizzar per quello il loro cammino, condusse nel 1336 il conte Aimone a concedere alla compagnia de' mercatanti di Milano, e per essa a Bertranno di Solaro e Contino Dalpozzo procuratori della medesima molti ed insigni privilegi, la somma dei quali fu:

1. Che il Conte terrebbe sicura la strada per tutta la sua terra dall'acqua di Morgia, che è tra Contheys e Sion per terra e sul lago, e per la città di Ginevra fino a Seissello, e al di là fino alla Somma, cosicchè pagando i pedaggi consueti niuno nè mercatante nè cittadino di Milano sarebbe rubato da malfattori od altrimenti offeso nella persona, ne' cavalli, o nella roba, e niuna balla sarebbe aperta. In caso contrario promettea l'ammenda del furto, dell'offesa, del danno fra giorni venti dopo quello in cui glie ne sarebbe data notizia, e circa al valore starebbe al giuramento del danneggiato.

(1) Conto d'Einardo Fatout ricevitore del pedaggio di Pontebelvicino 1301-02; di Guglielmetto Voland 1303-07; di Airone giudeo 1307 e seg.

2. Promettea di non consentire che s'accrescesse il prezzo dei trasporti.

3. Per le questioni che insorgessero fra i conduttori delle merci ed altri si farebbe sommaria ragione entro al giorno medesimo.

4. Niun filo d'ottone grosso o di ferro e simili si riputerebbe merceria.

5. Non si ricoglierebbe pedaggio per un cavallo grande cavalcato da un mercatante, salvochè questi avesse anche un ronzino, e montasse il cavallo per frodar il pedaggio; e su ciò si stesse al giuramento del mercatante.

6. Non si staggirebbono le mercanzie pe' misfatti de' conduttori, o d'altra persona, e se danno fosse dato si farebbe sommaria giustizia.

7. Nè per mutazione di signori in Lombardia, nè per condanna di tribunali, nè per rappresaglia non si trasanderebbe mai l'osservanza del detto guidaggio e salvocondotto; salvo contro colui che fosse perciò personalmente e volontariamente obbligato.

8. Per qualunque contratto, malefizio, o quasi, de' suoi monetieri Lombardi, non recherebbe offesa nè danno a' mercatanti della stessa nazione.

9. Per qualunque pedaggio si facesse pagare a' suoi soggetti a Milano od in altri luoghi di Lombardia, non impedirebbe nè riterrebbe le persone o le robe de' mercatanti.

10. Non ricoglierebbe nissun nuovo pedaggio.

11. Promettea di difendere i cittadini e mercatanti di Milano per tutto il detto cammino contro chiunque, salvochè tre mesi prima gli avesse esso sfidati di non volerli più difendere.

12. Manterrebbe loro ogni altra buona osservanza, e niuna imposta sarebbe accresciuta o stabilita di nuovo.

13. Se fuori del detto guidagio i mercatanti e cittadini suddetti venissero offesi, ed i malfattori si ricoverassero sul suo territorio, ei ne farèbbe pronta e severa giustizia.

14. Promettea finalmente di far ridurre in grossi tornesi le tasse di tutti i pedaggi.

Amedeo VI confermò nel 1347 siffatti privilegi, li estese al cammino per Ciamberì, Moriana, Moncenisio, e Val di Susa fino a Rivoli, e ne aggiunse alcuni per render loro più agevole il trasporto delle merci; regolò inoltre il dritto di sosta. Confermolli altresì Amedeo VIII prima nel 1399, e poi nel 1404 (1).

La tassa di ciascun pedaggio differiva secondochè si trattava di grande o di piccolo pedaggio. Il grande pedaggio pagavasi per le mercanzie che di Francia si trasportavano in Lombardia. Il piccolo per le mercanzie che erano destinate all'interna consumazione (2). Poscia non si ragionava la mercanzia secondo la varia bontà od il vario peso, ma per torsello o per carica, o per la qualità generale di panno di Francia, di fustagni, o di pelliccerie. Onde, sebbene vi fosse gran diversità di pregio tra i drappi di Brussella della gran magione, e di Brussella della piccola magione, tra i mellati di Brugia e que' di Lovano, tra il morello di Molino e lo scaccato di Tolosa, tra il mescleto di Malines, lo straloco di Brussella e il malbre di grana vermiglia o violacea, e vi fosse anche varietà nel numero delle canne che ciascun panno era lungo, tutti avean tassa uguale, e tanto pagava un torsello di panni gentili quanto uno di grossi drappi (3).

Più ragionevol consiglio era quello che si seguitava in certi luoghi circa ai drappi d'oro, ai zendadi, ed ai panni di seta perchè si levava in natura e per l'ordinario ogni carica si toglieva uno zendado, o un drappo d'oro o di seta. Così pure s'usava

(1) Documento num. VI.

(2) Et sciendum quod omnis bestia qualicumque honere sit honerata que non transit a partibus istis in Lombardiam vel de Lombardia ad partes istas non solvit nisi unum denarium. si autem transeat in Lombardiam vel veniat de Lombardia solvit ut supra scriptum est et tunc vocatur magnum pedagium. quando non transit in Lombardiam vel venit intra tunc vocatur parvum pedagium.

Conto di Goffredo de Amasino castellano di Monmegliano 1263.

(3) Variavano dalle 27 alle 40 canne il panno; secondo il paese e secondo la qualità.
Balducci Pegolotti pratica dalla mercatura C . LXX Decima Fiorentina tom. III.

rispetto alle spezierie delle quali ogni cinquecento libbre si levava una libbra (1).

Senza entrare ne' particolari di ciascun pedaggio accenneremo di volo qual fosse la gravezza a cui in certi luoghi andavano soggetti i drappi italiani e francesi sotto al qual nome venivano tutti que' d'oltramonte.

Nel 1263 a Monmegliano i fustagni ed altri drappi italiani pagavano pedaggio di sei soldi nove danari ed un obolo viennese per carica.

I panni francesi pagavano 9 soldi 9 danari ed un obolo.

Il picciol pedaggio non era che d'un danaio per carica (2).

Trent'anni dopo i panni francesi erano tassati 7 soldi 6 danari viennesi per torsello; ma essendosi il Conte nel 1294 recato in Francia, e volendo far cosa che piacesse al Re, calò improvvisamente quella gabella e la ridusse a due soldi viennesi per torsello (3). E poichè quell'istesso re Filippo il bello ebbe malamente alterata la bontà delle monete, che dal santo suo predecessore Ludovico IX erasi fermata, con universale soddisfazione de' popoli, a lega ragionevole, scemando di giorno in giorno il concorso de' mercatanti, volle il conte di Savoia allettarli con una diminuzione di gabelle; onde il torsello grosso di panni francesi de' quali due facean tre cariche non fu tassato che 18 danari viennesi; e l'alume ed il brasile che prima si gabellavano alla ragione di 18 danari per carica non ne pagavano più che sette (4).

---

(1) Conto d'Andrea Giordano ricevitore del pedaggio di Susa degli anni 1295-96 e seg. Conto di Teobaldo de Cors castellano d'Avigliana 1279-80.

(2) V. il documento num. VII.

(3) Conto di Guglielmeto Deifilio ricevidore del pedaggio di Monmegliano 1294-95.

(4) De exitu pedagii noviescentum sexagintaseptem chargiarum pannorum Florencie fustaneorum alettium et cere et lane transeuntium per idem tempus et levantur pro qualibet chargia XVIII denar. Vienn. — et sciendum quod de qualibet chargia aluminis et brasili de qua solebant levari XVIII danarii non levantur ad presens nisi septem denarii Viennenses ex ordinatione facta per dominum. Conto del pedaggio di Monmegliano 1300-01.

A Villanova di Chillon nel 1284 un torsello di panni francesi o lombardi col sovrappeso pagava 6 soldi 4 danari e un obolo viennese. Una carica di tali panni 8 soldi 6 danari viennesi; dal che si vede che trattavasi di piccioli torselli ciascun de' quali era minore della carica.

Oltre a ciò d'ogni balla pagavasi per dritto di sosta un obolo viennese, e d'ogni carica un danaio (1).

Al pedaggio di Pontebelvicino nel 1301 si levavano d'ogni torsello di panni 5 danari, e d'ogni carica 3 danari viennesi, ma nelle quindicine che precedevano e seguitavano le feste di S. Giovanni e dell'Ognissanti crescea per antica consuetudine la gabella, e pagavansi 4 danari d'ogni balla; 3 danari e 3 oboli d'ogni carica (2).

E quì si vede di nuovo che la carica essendo men gabellata dovea contenere minor quantità di panno che il torsello o la balla.

Nel pedaggio di Clées nel 1370 levavansi di ciascuna balla di panni francesi undici danari di grossi tornesi; d'ogni balla di panni di Fiandra, per accordo fatto co' mercatanti di quella nazione, otto danari; ed il simile per ogni balla di lana. D'ogni balla lombarda di giusto peso levavasi otto denari di grossi tornesi per la condotta; due danari vecchi per l'antico pedaggio, ed un obolo vecchio pel dritto di sosta (3).

---

(1) De CCCV lib. IIII solid. ob. viennens. r. de noviescentum quinquaginta septem ballis et dimidia panorum francie et lombardie transeuncium per dictum tempus et capiuntur pro qualibet cum surrepesio VI solid. IIII den. et obol. Viennens. Conto precitato d'Ysardo giudeo.

(2) De XLIII solid. XI denar. r. de terçentum quinquaginta tribus trossellis ducentis triginta tribus chargiis transeuntibus per villam predictam per XV dies ante festum nativit. b. Iohannis Baptiste et per XV dies post anno CCC et per XV dies ante festum omnium sanctorum et per XV dies post dictum festum anno eodem. et per ipsa tempora levantur duo denaria plusquam alio tempore ultra dictos quatuor denarios de pedagio pro trossello. et pro chargia tres obuli ultra dictos tres denarios de quibus dominus percipit medietatem et Robatetus de Ponte aliam medietatem ut dicit castellanus videlicet de creysua predicta.

Conto di Tommaso di Castellar pedagiere di Pontebelvicino.

(3) Levantur pro qualibet balla (Lombardie) VIII denar. gross. tur. pro conductu et duo denar. veteres pro veteri pedagio et unum obulum vetus pro sosta.

Conto del pedaggio di Clées di Merminodo Ruffo 1370-1371.

Nel pedaggio di S. Maurizio i panni francesi pagavano due denari per ciascuno, oltre a 4 danari per balla di moneta mauriziana. E siccome in ogni balla entravano d'ordinario 12 panni, ciascuna costava circa 26 denari di pedaggio. D'ogni balla di mercerie e di panni d'oro davansi due soldi; d'ogni dozzina di grossi drappi bigi e bianchi (forse nazionali) non pagavasi pedaggio che nel mese d'agosto, ed era allora di tre oboli mauriziani; d'ogni balla di tela, di fustagni, di cera e di pelliccerie davansi 15 danari e tre pogesie, e 15 danari d'ogni balla di pelli e di cuoia (1).

Venendo al di qua dall'alpi troviamo essersi nel 1265 pagato a Rivoli pedaggio d'otto danari forti per ciascun torsello di panno; per ciascun torsello d'altre mercanzie quattro.

Il minuto pedaggio era ragionato con miglior senno secondo la qualità delle mercanzie. I zendadi di cui trovo memoria fra i ricordi del minuto pedaggio pagavano XII soldi viennesi per ogni carica. Singolare era poi il modo con cui si levava la tassa de' formaggi che giù si recavan dall'alpi, perciocchè il pedagiere ne pigliava due, i primi che avesse toccati (2).

Nel 1279 a Susa pagavasi pedaggio di ventitre danari forti per ogni torsello di panni francesi; pagavansi 6 danari per ogni carica di fustagni; toglievasi uno zendado per ogni carica di zendadi (3).

Nel 1322 vi si distinguevano i panni francesi dai panni fiorentini; questi pagavano due soldi viennesi escucellati per ogni torsello; i primi otto denari di più. E poco prima eravi stata introdotta una nuova gabella pel mobile e pe' guarnimenti delle case, per le vesti e per la carta, ed era di 2 soldi e 2 danari per carica (4).

---

(1) Conto di Jacopo Vichard pedagiere di S. Morizio d'Agauno 1338.

(2) V. il documento num. VIII.

(3) V. il documento num. IX.

(4) Novum pedagium pro dimidia chargia garnimentorum hospicii et utensilium transeuntium ibidem et levantur pro qualibet chargia mercerie cere falcium cayssiarum robarum corsinorum cotoni melli papiri et similium II solid. II denar. Conto di Martino Giordani ricevitore della Castellania di Susa 1319. 1322.

Ma senza entrare in altri particolari dai quali non si trarrebbe maggior chiarezza, e riducendo in breve quanto ho notato su questa materia, è da considerare in prima che la gabella era diversa secondo i luoghi, perciò appunto che da diversi signori in diversi tempi era stata introdotta o concordata. Quindi, che per la stessa causa le cose da gabellarsi non erano colla medesima ragione ovunque distinte e gabellate, ma in certi pedaggi i panni di qualunque sorta erano soggetti ad una sola tassa; in altri veniano distinti i panni francesi dai lombardi o toscani, ed a ciascuno era assegnata una tassa diversa, la quale in tal caso era maggiore pe' panni francesi che per gli italiani. È poi da osservare che le cose più gravate erano i zendadi e i panni d'oro; quindi i drappi di lana; poscia le lane e le pelli; poi gli aromi, lo zuccaro, il riso, le mandorle, i dattili, i fichi, ed altre morbidezze forestiere. Infine il ferro che si cavava e si lavorava nel Gresivodano, nella Moriana, nelle valli d'Aosta, di Lanzo e di Susa. Le vettovaglie talora pagavan pedaggio e talora no. Grave soprattutto era il pedaggio de' cavalli ciascun de' quali pagava a Villanova di Chillon prima del 1284 diciasette soldi viennesi, e dopo il 1284, per grazia fatta a' mercatanti, soli quindici (1).

Circa alla quantità di panni contenuti in ciascun torsello essa era, come abbiam veduto, assai varia; ma pare che fossevi il grosso e il piccolo torsello; due dei primi facean tre cariche, tre de' secondi ne facean due sole.

In breve l'arte di governar le gabelle in guisa che gittino convenevol frutto all'erario senza offender troppo il commercio o per imposte soverchiamente gravi, o pel modo di riscuoterle indugiatore ed oltraggioso, o per l'inesatta distinzione delle cose gabellate che lasci luogo ad arbitrio, arte non molto ancor nota ai dì nostri, doveva essere ed era viemen conosciuta a que' tempi.

---

(1) Conto già citato d'Ysardo giudeo.

Prima di chiudere il discorso su questa materia ricorderò ancora il pedaggio di Bard, che nel 1283 fruttò trecento e quattro lire 15 soldi e 4 danari viennesi, e 6 lire 5 soldi di sterlini. Colà passarono in quell'anno 2225 cavalli ciascuno de' quali pagava pedaggio di 9 danari viennesi; e vi passarono pure 99 cavalli degli inglesi ed una scimmia; e ciascun di questi cavalli pagarono di tassa 15 danari sterlini, che tornavano in danari viennesi l'un cinque. Il qual aggravio d'imposta sui cavalli inglesi durava tuttora nel 1312 e derivava probabilmente dal maggior pregio a cui si vendeano (1).

Eranvi in questa specie di gabella alcune franchezze. Gli Astigiani, gli uomini di Avigliana, di Rivoli, d'Aiguebelle, e della Camera non pagavano pedaggio a Susa. Ma invece gli Astigiani pagavano più che gli altri mercatanti, in Avigliana due soldi e 9 danari per torsello (2). Nel 1347 i Cheriesi ottennero nell'atto della dedizione il privilegio della franchezza da qualsivoglia pedaggio per tutta la terra del Conte (3); la medesima franchezza fu conceduta agli uomini d'Agliè e di Valperga per anni venti (4).

X. I dazi sul traffico minuto chiamavansi con ispeziale vocabolo lelda, ed erano la lelda del pane, del vino, del sale per cui da ciascun venditore di simili derrate si ricoglieva una parte d'essa derrata o qualche moneta per la lelda; la lelda del macello, che era divisa in due dazi; per l'uno apparteneano al Conte le lingue de' buoi e i lombi de' porci uccisi, e inoltre tre cosce di vacca negli ultimi giorni del carnovale (5). L'altro si chiamava *coltellagio*

(1) Conto d'Amedeo di Virry castellano di Bard.

(2) Conti già citati dei pedaggi di Susa e d'Avigliana.

(3) Storia di Chieri t. 1.

(4) Conto di Girardo Destree, Dottore, Cavaliere, e Cancellier di Savoia 1385-1388.

(5) De VI solid. r. de lumbis et linguis de macello hoc anno. Conto della castellania di Chillon 1257.

Conto di Pier di Honcyeu mistrale di Ciamberì 1270.

Conto di Rodolfo Barralis castell. di Ciamberì 1300. Arch. Camer.

e riscuoteasi in danari da chiunque tagliasse carne. A Ciamberì nel 1270 era di 4 danari forti all'anno (1). Eravi ancora la lelda delle scarpe la quale si ricoglieva all'Ognissanti in questa forma, che un messo del Conte andava ai banchi in cui si vendeano e ne pigliava un paio a posta sua, dopochè il calzolaio n'aveva egli stesso messe da banda due paia (2). Infine la lelda colpiva quasi tutte le cose e gli animali venderecci piccioli e grossi, ed in qualche luogo non cadea che sulla vendita, in altri cadeva eziandio sull'entrata e sull'uscita (3).

Eranvi certi giorni dell'anno in cui per antica consuetudine la lelda s'addoppiava. Così faceasi, per cagion d'esempio, in Avigliana ne' quindici giorni che precedeano e ne' quindici che seguitavano la festa d'Ognissanti (4).

Nella carta delle franchezze di Chatelard en Bauge da me già citata, trovasi circa alla lelda una singolar prescrizione che rende imagine de' tempi patriarcali e dice così: se alcuno uscirà della

---

(1) Includuntur in dicta firma denarii qui levantur a quolibet excoriante cum cutello in macello de quorum quolibet levantur IIII denarii fortes per annum. Conto citato di Piero de Honeyeu. — Conto di Guglielmo de Nons ricevidore delle rendite di Susa e di Bussolino 1290-92.

(2) A quolibet sutore unum par socularium quod nuncius comitis voluerit eligere in stallo ipsius sutoris duobus paribus prius electis ab ipso sutore.

Conto di Guglielmo Cellario mistrale di Ciamberì 1272-73.

(3) Levatur de quolibet extraneo vendente sal una manata salis — de VIII solid. fort. de exitu ponderis lane et cuiuslibet rei ponderate. — Levatur a quolibet extraneo vendente vinum pro qualibet vaysellata una meytra vini. Conti precitati di Honeyeu e di Cellario.

De VIII libr. VI solid. v. de pedagio vini apportati apud Secusiam ad vendendum in quo pedagio accipitur in qualibet carrata una emina vini.

Conto d'Umberto de Balma rettore della castellania di Susa 1264.

Levatur in qualibet banca (macelli) qualibet die dominica si sint ibi carnes unus denarius in quo percipit abbas Secusie terciam partem.

De X solid. v. de duabus libr. et dimidia piperis que percipitur apud Secusyam a campsoribus et picoleriis Secusie et dat quilibet campsor unam libram piperis et quilibet picolerius dimidiam.

Conto di Guglielmo de Nons balio e castellano di Susa 1291-92.

(4) Modus levandi leydam mercati seu fori Avillanie 1343. Arch. Cam.

terra senza aver pagato la lelda pagherà 60 soldi di multa salvochè mandi alcuno a portarla; e se non troverà nissuno per cui mandarla, la riponga sotto una pietra; e rizzi quindi e quindi due pietre per segno, e l'ottavo giorno la pigli in presenza di testimoni e la paghi.»

Ai dazi sul traffico minuto voglionsi altresì riferire il *pesaggio*, ossia il dritto che si pagava al peso grosso ed al sottile, ed il *bancaggio* che i francesi chiamavano *droit d'étaler*, ed era la facoltà di tener banco in piazza, e di vendervi merci o derrate, per la qual facoltà si pagavano altre tasse (1).

Del rimanente la lelda e gli altri dazi testè accennati, come pure il pesaggio, non si pagava che dai forestieri; essendone per le carte di franchezza quasi in tutti i luoghi, e quasi in tutto, eccettuati i borghesi (2).

XI. Contribuivano eziandio non picciol frutto alla camera del Conte le condannazioni pecuniali, inventiva delle nazioni barbariche, e sicuramente de' tempi in cui la ragione umana era ancora di non poche tenebre avviluppata, ma che ristretta alle colpe leggiere, e ordinata con saviezza, mira a rammorbidare la severità quasi sempre eccessiva delle leggi penali, e favorisce la libertà personale, scemando notabilmente i casi di prigionia.

---

(1) De banchagio mercati extra porticus. Levantur de qualibet bancha sex denar. die jovis ante nativitatem Domini. Conto di P. di Monfalcone balio di val di Susa e castellano di Avigliana 1299-1300.

De qualibet bancha mercerie levantur XVIII denarii fortes. Conto di Brunone di Chignin castellano di Conflans 1325.

De XXVII sol. r. de exitu banchagii panateriarum et levatur de qualibet bolengeria denariata panis qualibet dominica et fuerunt novem panaterie etc. exclusa quinta parte quam percipit abbas. Conto della castellania della Perosa 1291-92.

Pro qualibet bancha merceriorum levantur sexdecim solidi viennens. per annum.

Conto della castellania di Torino 1291-92.

(2) Burgenses dicte ville non debent leydam neque pedagium ex quo steterint in dicta villa per annum et diem. Carta già citata delle Franchezze di Chatelard en Bauge.

Carta delle franchezze di s. Branchier del 10 novembre 1322.

Abbiamo già in altro luogo fatta memoria della diligenza con cui nelle carte di libertà concedute ai comuni si registravano le pene pecuniali che varie secondo la varia qualità de' delitti, si stabilivano, e notata la sollecitudine con cui si contrassegnava la maggiore o minor gravità del fallo, fino ad imporre una pena diversa a chi avesse posto una mano entro la chioma altrui, e a chi ne avesse posto due. Non dico io però che la diversità delle pene corrispondesse con giusta proporzione alla varia malizia di ciascun misfatto, nè vorrei dirlo di nessuna delle moderne legislazioni criminali a me note, che pur ci nascono in mezzo a tanto senno. Ma dico in genere, che quella infinita diligenza posta nel divisar l'uno dall'altro i misfatti, è ancora ai dì nostri esempio degno d'essere imitato.

Nè men degna di commendazione è un'altra regola osservata da que' legislatori d'addoppiar le pene in certi luoghi ove il delitto privato poteva esser causa d'un pubblico danno, o dove per la facilità di commetterlo poteva temersi che divenisse troppo frequente. Doppia infatti era a Ciamberì la pena de' furti e delle risse in sul mercato, e in sul ponte del macello.

In qualche terra simili condannagioni erano ridotte alla metà, semprechè il colpevole era una femmina. E questo pietoso riguardo alla fralezza del sesso, sarebbe forse stato più savio se si fosse solamente addattato a que' delitti che portano più specialmente l'impronta della femminile fralezza.

Nelle memorie antiche sono ricordate due specie di multe, l'una pe' delitti e per le contravvenzioni in genere, e si chiamava *bando*; l'altra riguardava propriamente le contravvenzioni ai regolamenti sui pascoli, sugli abbeveratoi, ed altri leggieri trascorsi in cose per lo più rusticane e campestri; e siffatte contravvenzioni riceveano il nome di minuti richiami per contrapposto ai grandi richiami, colla quale appellazione venivano negli statuti antichi designati i malefizi.

Ancora le multe o i bandi od erano imposti per sentenza o

concordati. Nel primo caso la condannagione era tal quale venia prescritta dalle carte di franchezza, dagli statuti o dalla consuetudine. Nel secondo potevano esser più miti poichè concordavansi prima che l'inquisizione fosse condotta a termine (1). Onde i ricchi poteano calcolare fino a che numero potessero giungere le inique loro operazioni, senz'altro pregiudicio che dell'avere; perocchè s'ammetteano a composizione non solo i rei di *piccioli* trascorsi ai quali non era stabilita altra pena che pecuniale, ma per autorità sovrana fin anche i micidiali, pensandosi allora che il fisco potesse rinunciare all'azione che esercita non in nome suo proprio, ma in nome della società offesa. Il quale pessimo errore era sorto in que' tempi assai più antichi in cui essendo quasi tutti servi del principe credeasi che col solo principe e non colla compagnia de' suoi simili vi fosse corrispondenza di diritti e d'obbligazioni; onde la morte d'un d'essi tanto dovea calere quanta era la misura dell'utile che il principe ne ritraeva. Però quando il micidiale avealo compensato del danno sopportato, fu forse creduto che in questo mondo non rimanesse più causa di punizione.

Ci faremo ora a proporre qualche esempio scegliendoli tra quelli che meglio ritraggono l'indole di que' tempi lontani.

Lazzerono della Rovere signor di Vinovo, uccisore di Florio della Rovere suo consanguineo, si ricomperò dalla pena del suo misfatto nel 1377 pagando 3000 fiorini d'oro di buon peso, e quitando le somme di cui il Conte gli era debitore (2). Grazie di simil fatta rarissime nel secolo XIII, erano molto frequenti dopo la metà del XIIII poichè l'abbondanza delle ricchezze avea corrotto i costumi

---

(1) Nel 1334 un tale incolpato d'aver consentito un omicidio fece accordo in 5 denari di grossi tornesi *visis suis defensionibus per iudicem quia repertus fuit parum culpabilis.* Conto di Filippo Provana castellano di Ciamberì.

(2) r. a Lazerono de Ruore condomino vicinovi pro sigillo litere remissionis mortis Florii de Ruore ex quo dominus habuit tria millia florenorum auri boni et magni ponderis, et ultra dictus Lazeronus quitavit domino nostro quoddam debitum mille florenorum . . . XXV. flor. p. p.

ed avvelenate per tal guisa le fonti della scienza morale da render necessaria quella riforma che fu con debol frutto tentata sul principio del secol seguente.

Nel 1271, a Susa, un provenzale che aveva addosso moneta falsificata pagò 6 lire; Asprino di Ciamberì ricomperò nel 1300, con 10 lire di forti, un suo figliuolo accusato d'aver battuto moneta falsa; e più volte si multarono varie persone o per aver condotto i loro mercati a moneta forestiera, o per aver usata l'antica, o per aver rifiutata la nuova, e talora per aver detto che la moneta del Conte non era di sufficiente bontà (1); del che si vogliono scusare i tempi che non portavano miglior frutto negli altri paesi, e ne portavano di molto peggiori in Francia ove cominciò la ladra pratica dello alterar le monete.

Nel 1300 ad uno che portò spada in Susa contra lo statuto della terra fu imposta pena di 9 soldi; nel 1301 Guglielmo Chaubon di Monmegliano diè ricetto alla propria moglie che avea bando della persona, e questa pietà coniugale fu punita con venti soldi di multa; pena contraria non meno alla prudenza civile, che alla pubblica onestà (2).

Nel 1323 volendo Amedeo V recarsi in Avignone al Papa, il quale si tramettea per comporre, se fosse possibile, le differenze che da un mezzo secolo teneano in perpetua guerra i Sovrani di Savoia e i Delfini di Vienna, fece il suo cammino per Cuneo e Nizza; e nel valicar le alpi trovò in pessimo stato le strade della Moriana. Pagarono i comuni di Modana e del Borghetto, per la loro negligenza nel mantenerle, il primo dieci lire, il secondo cinque di soldi forti (3).

---

(1) A Matheo de Lodi Lombardo eo quod dixit quod moneta domini comitis non erat sufficiens IV solid. grossor. Conto della castellania di Ciamberì 1343-44.

(2) Conti già citati delle castellanie di Susa e di Ciamberì. Conto della castellania di Monmegliano d'Ugo di Chandyeu 1301-02.

(3) Et est sciendum quod predicti homines solverunt dictas summas pecunie pro eo quia fuerunt in defectu aptandi itinera maurianne. Conto di Rodolfo di Ginevra capellano del Conte di Savoia 1322-23.

Nel 1363 Antonio Carlavario fu ammesso per accordo a pagar 40 fiorini, perchè era accusato d'aver letto negromanzia, e fatto con tal mezzo cader tempesta in Pinerolo. Prova senza dubbio di molta barbarie, ma pure di barbarie assai men fitta di quella, che in tempi a noi più vicini avrebbe messo lo sventurato negromante in sul rogo (1).

Tvoviamo similmente puniti con multe più o men gravi infiniti altri misfatti ed errori, fra i quali lo spregio fatto alla giurisdizione del Conte sottoponendone alle censure gli ufficiali o le terre (2); o citandone i soggetti nella curia ecclesiastica (3); o formando carceri private (4); la non fatta consegna delle cose o dei danari ritrovati; le giure de' beccai o d'altre classi (5); le risse fra terre e terre o fra nobili e nobili (6); il rifiuto del servigio militare; il mandarvi altri in sua vece senza il permesso del balio; il partirsi dalle cavalcate o dagli eserciti anzi tempo (7); il ritardo a pagar

---

(1) De XL florenis r. ab Antonio Carlavario per composicionem factam cum eo per dictum dominum Principem quondam pro eo quia dictus Antonius legerat nigromanciam ex quo tempestas cecidit in Pinayrolio Conto d'Amedeo Simeone de Balbi castellano di Pinerolo 1363.

(2) De X libr. r. de Guillelmo de Gebennesio burgensi Aquebelle pro banno quia excommunicavit castellanum Aquebelle campanis pulsatis. Conto d'Alberto di Bagnolio balio e castellano di Mommegliano 1373-74.

(3) De X solid. r. de Pascaleto Escofferii quia citaverat quemdam hominem in curia decani. Conto di Rodolfo Barralis castellano di Ciamberì 1300.

r. a Jacomino Croseti manderio abbatie Secusie quia citaverat uxorem Johannis de Plano quondam subditam domini comparituram in curia domini abbatis Secusie III flor. IX den. grossor. Conto della castellania di Susa.

(4) Aimo de Sallion condannato in X lire mauriz. eo quod feeerat carcerem privatum. Conto della castellania di Chillon 1298.

(5) Conto di Goffredo Ginat mistrale di Ciamberì 1275.

De VI libr. r. de becariis Avillane eo quod inter se fecerant juram. Conto d'Umb. de Balma castellano d'Avigliana 1267-68.

(6) De XLI libr. maur. r. de hominibus domine Jordane de Turre eo quod cum armis venerunt in camino apud Massungye contra illos de s. Mauricio. Conto d'Aimone di Sallanches castellano di Chillon 1266-67.

(7) De XXX solidis de hominibus s. Anthonini pro banno cavalcate de Ast.

De XL solid. r. de Michiele Leydor homine abbatis quia non fuit in exercitu Planetie, Conto della castellania di Susa 1290-92. Arch. Cam.

i censi dovuti; l'usare i privilegi d'una terra senza esserne borghese; il pigliar usure più ingorde che le tollerate dal Conte; il vender carni non sane; il vender pane a maggior valuta del prezzo corrente; l'usar misure false; e nel 1332 fu imposta con poca ragione a un tale la pena di due fiorini d'oro perchè doveva aver veduto un ladro a rubar una spada e noll'avea rivelato (1).

Il moderato rigor delle pene stabilite contro ai misfatti politici e religiosi manifesta un governo giusto e forte. Fortezza gli fa piacer la clemenza perchè non teme. E tutte le leggi crudeli son figlie del timore. Giustizia lo ammaestra ad esser mite soprattutto quando per necessità di condizione è giudice in causa propria; come accade quando introduce leggi penali su tali materie o lascia vivere le introdotte.

In que' secoli antichi le leggi sanguinose degli imperadori Romani osservate in Savoia erano tuttavia rattemperate dagli statuti e dalle carte di libertà concedute ai comuni; ed ancora dalla facoltà che aveva il principe d'ammettere composizioni anche per que' misfatti pe' quali era stabilita pena capitale.

Nel 1333 Chaberto di Riviere levò rumore a Ciamberì insieme con altri compagni contro agli ufficiali del Conte in occasione del sussidio che s'era imposto; ricercato dalla giustizia diè sicurtà e non fu arrestato; fu poi condannato in 60 lire forti dal giudice di Savoia (2).

Nel 1292, a Chatelard, Giovanni Del Conte che facea la guida ai nemici del suo signore, misfatto per cui s'incorrerebbe al dì d'oggi, nè senza ragione, in pena capitale, non pagò allora che 25 soldi forti di multa (3).

---

(1) Conto della castellania di Ciamberì 1332-33.
Conto della castellania di Ciamberì degli anni 1270 e seg.
Conti delle castellanie d'Avigliana, di Susa, di Rivoli degli anni 1264-65 e seg. etc.
(2) Conto della castellania di Ciamberì di Filippo Provana.
(3) Conto della castellania di Chatelard en Bauge di Gio. Chaboud 1291-92.

Vero è che la tassa di simili accordi dipendendo non solo dalla qualità del delitto, ma dalla prova più o men piena che se n'avea, e soprattutto dalla condizione delle fortune dell'inquisito, ed anche in molta parte dall'indole più o men benigna degli ufficiali che ne trattavano, non dee far maraviglia che misfatti assai gravi fossero talvolta perdonati a minor prezzo, che non altri casi di leggieri errori, come sarebbero le parole che sono spesso sfogo ingiusto e villano d'una giusta amarezza, e che sono in tali casi più degne di compassione che di castigo (1).

Non era poi contro ai delitti religiosi adoperata maggior severità. La bestemmia, colpa per certo gravissima, a punir la quale fu da un re di Francia imaginato l'atroce supplizio di forar la lingua con un ferro arroventato, era punita a Torino con una pena pecuniale (2). E Garota Rossa di Busca accusata di bigamia si ricomperò d'ogni pena col pagamento di 25 fiorini d'oro di buon peso nel 1370 (3).

Oltre alle multe pei delitti e per le contravvenzioni alle leggi agrarie, eranvi anche quelle che si chiamano dei precetti non osservati. Siccome non solo i balii ed i castellani, ma anche i mistrali e gli ufficiali inferiori aveano autorità d'accompagnare colla minaccia d'una pena pecuniale i loro comandamenti, i trasgressori de' medesimi le incorrevano di pien diritto; e siffata consuetudine era tanto più viziosa, perchè non essendo tal podestà rinchiusa entro giusti limiti, le punizioni che s'infliggeano per tal modo eran sovente gravissime e senza una proporzione al mondo con la grandezza del fallo (4).

---

(1) r. a Guillelma uxore Aymonis Barberii de Conflcto pro eo quod dixerat quod magis diligebat illos de Locia quam illos de Sabaudia et quedam alia verba suspiciosa XVIII denar. gross. tur. Conto della castellania di Conflans del 1325.

(2) Conto di Jacopino di Revigliasco chiavario di Torino 1374-75.

(3) Conto di Espagnolio Marini vicario di Busca.

(4) De LX solid. r. de Guillelmo Marore de Monteiz eo quod noluit obedire pene sibi imposite per familiarem balivi. concordata per balivum et judicem. Conto d'Amedeo de Chatillon castellano di Chillon 1365.

Ma prima di chiudere questa narrazione non voglio passar la memoria d'un fatto che ritrae al vivo l'imperfezione grandissima degli ordini civili e giudiciali ne'secoli di cui si ragiona.

Erano fin dai tempi di Tommaso conte di Savoia potentissimi in Val di Susa i Bertrandi, siccome quelli che oltre ai feudi posseduti in Savoia aveano nel 1227 e nella persona di un Bertranno di Mommegliano ricevuta l'investitura del feudo di Brusolo dalla Dora fino alla sommità de'monti, con amplissima giurisdizione e col fodro regale; e che poi aveano allargata la loro signoria in S. Giorio ed in altri luoghi. Viveano nel 1279 Ugone e Giovanni Bertrandi figliuoli forse o nepoti del Bertranno sopradetto, ed aveano il primo due figliuoli Monaco ed Ugone, il secondo uno solo chiamato parimente Ugone, i quali, come portava l'indole di quella età in cui era consueto l'abuso della potenza, e lodevol cosa troppo spesso si reputava l'armata violenza, andarono colle armi e colle bandiere spiegate sopra la terra dell'abate di S. Michele e pigliarono il campanaro di S. Antonino.

La terra abbaziale era soggetta al dominio eminente del conte di Savoia, il quale era perciò stato offeso in quell'attentato; onde Teobaldo di Cors castellano d'Avigliana accennava di voler procedere allla condanna de'trasgressori. Ma Ugo Bertrandi saputolo in tempo impaurì talmente colle sue minacce l'Abate, che questi, uomo, a quel che sembra, di picciol cuore, andò al castellano e pagò invece del Bertrandi lire 40 viennesi, oltre a lire venti per le spese, soddisfacendo così l'ammenda dell'offesa ch'egli medesimo avea ricevuto (1).

Conchiudendo, diciamo che il ritratto di queste varie specie di condannagioni e d'accordi, unite colle confiscazioni de' beni degli usurai, e de' rei di misfatto capitale, condannati o fuggitivi, era

(1) Et ita fuit concordatum per dictum abbatem qui dictos denarios solvit ob timorem dicti Hugonis Bertrandi qui super hoc ipsum minabatur. Conto della castellania d'Avigliana 1279-80.

uno de' più poderosi rami d'entrata della Camera del conte di Savoia

Nel 1333 nella castellania di Ciamberì in men d'un anno la somma totale delle sole multe fu d'ottantadue lire 5 soldi e 10 danari di forti escucellati, e 67 soldi di grossi tornesi.

Ma brutto spettacolo era pur quello di vedere due uomini rei del medesimo misfatto l'uno multato solamente d'una parte delle sue sostanze, l'altro imprigionato, guasto, tormentato, ucciso!

XII. Ora l'ordine che ho pigliato a seguitare mi conduce a dir delle tasse poste sulle contrattazioni e dei diritti di giustizia e di cancelleria. A chi bene intende le condizioni di que' tempi, sarà agevole a credere, che i solenni contratti di privato a privato fossero piuttosto rari non essendovi vera proprietà, ed essendo in man de' forestieri le arti meglio acconce a procacciar moneta, senza la quale pochi contratti si fanno, e niuno se ne può fare senza difficoltà.

Infatti nella giudicatura di Baugé e di Novalesa nel 1330 nulla gittò la tassa dei contratti, la quale era in quel distretto pe' contratti perpetui di due danari per lira oltre a 5 danari per la prima lira; e pe' non perpetui d'un danaio per lira oltre a cinque danari per la prima lira (1).

A Rivoli, d'ogni dazione in paga, si levavano sei denari escucellati per lira, e d'ogni restituzione di dote due danari della medesima moneta di cui si dovea la dote (2).

È forse questo il luogo di rammentare un diritto di due denari forti che si levava nella castellania d'Aquabella per ogni bestia che

---

(1) Conto di Guicciardo Tavelli giudice del Baugé e del Novalese 1330.

(2) Id. reddit computum quod recepit pro minutis dationibus in solutum diversis creditoribus et levantur pro quacumque dacione in solutum sive sit magna sive parva quantitas equaliter sex denarii viennens. excucellati salvo quod si fiat datio in solutum pro dotibus tunc levantur de qualibet libra duo denarii de tali moneta de qua est debitum dotis. XLIIII s. VI den. vienn. excucell. Conto della castellania di Rivoli 1325.

servisse al trasporto dell'uve o del vino nel tempo delle vindemmie. Pare che colpisse sòlamente le bestie date a fitto. Chiamavasi *botagium* (1).

A Tonone, d'ogni contratto perpetuo si levavano 3 denari gebennesi per lira; d'ogni contratto non perpetuo di maggior somma di soldi 60 due denari, e di minor somma 6 danari per lira (2). Uguale era la tassa che pagavasi pe' contratti perpetui e non perpetui de' debiti de' Lombardi nelle castellanie di S. Branchier e d'Entremont. E queste somme si riscuoteano nell'atto che detti contratti veniano sottoposti al sigillo; spezie d'insinuazione usata a quę' tempi; ed il sigillo era tenuto da alcuni Notai che ne aveano special privilegio, e si chiamavano giurati della curia del Conte (3).

Sigillavansi eziandio i testamenti e tutti i decreti che si rendeano per atti di volontaria giurisdizione; e la tassa che per ciò si ricoglieva era diversa secondo la qualità de' negozi e delle persone; proprio e speciale della castellania di Ciriè era l'uso di rimunerar col dono di capponi l'elezione o la confermazione de' tutori e de' curatori (4).

XIII. I dritti di giustizia si nominavano date, perchè, dice il Glossario, si levavano nella contestazione della lite, epoca da cui cominciava a correre la data della medesima.

Tuttavia nella castellania di Rivoli pagavansi, per accordo del 4 di settembre 1247, metà dopo la contestazion della lite, metà poichè la causa era assegnata a sentenza, in 12 danari per lira. E se il piato s'accordava, il giudice dovea star contento alla prima metà (5).

---

(1) Conto della castellania d'Acquabella 1316-17.

(2) Conto di Bonifacio di Morello giudice del Chiablese, e del Genevese 1336.

(3) Conto di Gio. Albi giudice del Chiablese e del Genevese 1338-39.

Conto di Roberto Pugin giudice del Fossigni, d'Aya, di Balon e di Cluses 1362-63.

(4) De caponibus qui dantur ibi pro tutelis et curis XI capones. Conto di Filippo de Mouxi castellano di Ciriè 1369.

(5) V. il documento n. X.

S'obbligavano tuttavia i forestieri a pagar l'intiera data alla contestazion della lite (1).

Nella giudicatura di Baugé era di 6 danari per lira, i quali si davano nella contestazione della lite, così dall'attore come dal convenuto. N'era franca per consuetudine la castellania di Lompnes (2).

Maggior pregio costava l'amministrazione della giustizia nella castellania di Lanzo nel 1307. Ivi la data era di 12 danari per lira, che si pagavano da ciascuna delle parti nella contestazione della lite (3).

Singolare e superiore al senno che promettéano que'tempi, è la consuetudine che in questa materia s'osservava a Vinadio dove non si levava la data fuorchè da chi aveva torto; ed allora d'ogni lira ingiustamente domandata o negata pagavasi la tassa, per verità assai grave, di due soldi per lira, e così il dieci per cento (4). Ai dritti di giustizia si possono ancora riferire i tributi che si pagavano da varie terre in occasione che si tenean dal principe i parlamenti generali (5).

XIV. Ma via più riguardevole era il frutto che rendéano al tesoro del principe i dritti di cancelleria i quali erano di due guise l'*introgio* ed il *sigillo*. *Introgio* chiamavasi quasi chi dicesse entrata; o con altro nome *preysa*, un dono di moneta che faceva al principe colui che era stato gratificato d'un ufficio, d'una salvaguardia, d'una licenza, d'un condono, d'un indugio a pagar qualche pena pecuniale, o a render omaggio (*sufferta*), infine d'una grazia qua-

---

(1) Forenses vero tenentur solvere totam datam videlicet XII denar. pro qualibet libra incontinenti lite contestata. Conto della castellania di Rivoli di Pier de Balma 1339-40.

(2) De datis apud Lompnes non computat quia non debebantur ibi de consuetudine. Conto della giudicatura di Baugè e del Novalese 1311-12.

(3) Conto di Giovanni di s. Morizio ricevidore delle entrate della castellania di Lanzo 1307.

(4) Pro qualibet libra sit injuste petita vel etiam negata levantur duo solidi. Conto di Gio. Girardi di Bossonens capitano e castellano di Vinadio 1392.

(5) De VI solid. r. de redditu pro placito generali hoc anno apud Leysin apud Curberie apud Alyo. Conto del vicedonnato d'Alyo di Guglielmo di Monteuz 1260-61. Conto di Gio. di Bagnolo cav. balio di Losanna 1321-22.

lunque; nè pare che vi fosse tassa ferma, ma che si patteggiasse ciascuna fiata cogli ufficiali del principe.

Così nel 1300 la vicecontessa di Villar pagò 40 lire per lettere di confermazione della tutela de' suoi figliuoli (1).

Nel 1353 i tutori degli eredi di Giovanni Gillat di Lanzo pagarono 500 fiorini d'oro di buon peso per aver lettere di confermazione della loro tutela; ingordissima tassa, e da chiamarsi piuttosto balzello o malatolta che tributo. Nel medesimo anno Giorgio Asinari e Francesco de' Medici diedero 80 fiorini d'*introgio* per la concessione della casana o del banco di Fossignì (2).

Sei o sette anni dopo Astesano Provana, investito del feudo di Pianezza, pagò l'*introgio* di 8150 fiorini d'oro di buon peso.

Oltre all'*introgio* un'altra tassa riscoteasi pel sigillo che s'apponeva a ciascuna di siffatte provvisioni.

Siccome a que' tempi e per quelli che vennero poi, fino al secolo XV, il principe non segnava nissun atto nè pubblico nè privato, essi riceveano ogni loro forza dal sigillo.

Due sigilli adoperava a tal uso il conte di Savoia; e nel secolo XIIII e ne' seguenti fino a tre. Quando il Conte s'assentava dallo stato, il che accadea molto sovente, il suo Consiglio si recava in mano l'indirizzo de' pubblici affari, e adoperava il sigillo suo proprio. Ma vogliam notare che, mancando il custode del sigillo, niuna gelosia aveano d'usarne un altro in sua vece; onde, in assenza del Cancelliere custode de' sigilli, il Conte adoperava il suo sigillo segreto; o quello del suo consiglio, o quello della curia delle appellazioni, e della giudicatura di Savoia (3).

Come per l'*introgio* così pel sigillo non pare che vi fosse tassa

---

(1) Conto di Guglielmo Guersi castellano di Susa 1299-1300.

(2) Conto di Gio. Gervais cancellier di Savoia 1360-62.

(1) Conto d'Umberto di Castelletto consigliere del Conte e custode del sigillo del consiglio residente a Ciamberì 1328-29.

Conto d'Umberto d'Aulanova procurator generale del Conte 1342-43.

ferma, ma che si levasse secondo la qualità del privilegio e la condizione delle persone.

Nel 1347 la comunità di Cherasco pagò pel sigillo della lettera che confermava le sue franchezze e libertà tre scudi d'oro (1). La comunità della Camera la quale nel 1361 o 1362 ebbe privilegio di levar per 9 anni certa gabella dai venditori di vino, pagò pel sigillo 5 fiorini di piccol peso. Un fiorino di buon peso costò a Giovanni di Blonay il sigillo della lettera che lo deputava balio di Vaud. Ugual pregio stette a Pier Bersatoris nominato giudice di Savoia, e due fiorini di buon peso costò ad Antonio Bonnivardi il sigillo della lettera per cui fu ribandito (2).

XV. Mi fo ora a discorrere del settimo de' nove sommi capi in cui per amor di chiarezza ho divisa la materia di questo ragionamento; cioè de' dritti di dominio eminente, ai quali, senza attenermi troppo ciecamente alle opinioni de' dottori, ho attribuito la *bannalità coattiva*, le *bandite*, la *ragion privativa dell'acque*, le *monete*, le *miniere*, le *successioni de' forestieri*, le *successioni vacanti*, e le *cose trovate*; le *salveguardie* e l'*avvocazia delle chiese* e *de' monasteri*, non perchè sieno i soli che derivano da quell'alta ed universale ragione, ma perchè sono quelli per li quali più specialmente ella usa sua forza incontro ai dritti ed alle proprietà de' privati.

Circa alla *bannalità* ed alle *bandite* troppo nota n'è la natura perch' io qui ne favelli. Alla ragion privativa dell'acque può riferirsi il *rivaggio* che si pagava nella castellania di Stavaye, ed a Villanova di Chillon (3), e il tributo di due soldi di Losanna che si pagava in quella di Chillon da ciascun pescatore che gittasse

---

(1) Conto della cancelleria di Savoia 1347-48.

(2) Conto della cancelleria di Savoia 1360-62.

(3) Conto di Giovanni di s. Ciriaco castellano di Stavaye 1377-78.
Conto della castellania di Chillon 1257.

sue reti nel Rodano (1); ed il *pontonaggio* di Mommegliano per cui si levava in ogni casa di quella terra in cui si tenessero bestie da basto un pane all'anno, ed in ogni casa di quelle situate oltra l'Isera una torta (2); ed il dritto sul galleggiamento (*flottage*) dei fusti di legname nella Dora in Val d'Aosta, per cui d'ogni undici fusti se ne toglieva uno (3); riferisco ancora ai dritti di dominio eminente l'appalto della ragione privativa de' giuochi proibiti, di cui si trova memoria in molte castellanie di Savoia e di Piemonte.

Ma più larghe e più attente indagini richiede l'oscura ed importante materia delle monete.

XVI. Il dritto regale di batter moneta fu esercitato dai principi di Savoia fin dai primi tempi della loro dominazione. Amedeo II figliuolo d'Oddone e d'Adelaide aveva una zecca in Susa, donde uscirono pel corso di due secoli e più que' famosi denari Segusini, secondo i quali si regolavano le contrattazioni in molti luoghi della monarchia di Savoia.

L'esercizio di simile prerogativa non fu mai inframmesso e nei tempi di cui discorriamo si ricordano varie zecche tenute a Borgo, a Ciamberì, a Pont d'Ains; a Pont de Vaux, a S. Sinforiano, a S. Maurizio d'Agauno, a Nyons, a S. Genisio, a Susa, in Avigliana, in Aosta, a Ivrea, a Moncalieri, a Torino, a Pinerolo.

Ceduta nel 1294 da Amedeo V conte di Savoia a Filippo suo nipote la signoria di Torino e d'altre terre, questi fu sollecito di stabilirvi una zecca, e diè, con lettere scritte in settembre del 1297, commissione a Durando Carrere, cambiatore Avignonese, di coniarvi danari grossi e piccoli; ne' capitoli della qual commissione

---

(1) De VII lib. III solid. r. de firma piscarie in cima Rodani hoc anno. Ivi.

De X solid. (laus.) r. de exitu loyarum Rodani ubi levantur in qualibet loya duo solidi per annum in festo b. Nycholai. Conto della medesima castellania nel 1288.

(2) Conto del pontonaggio di Mommegliano di Giovanni di s. Eustachio 1296-97.

(3) Si raccolsero nel 1322-23 ottocento cinquanta fusti di legname (billones). Conto di Pietro Mareschal balio d'Aosta, e castellano di Castellargento. Arch. Cam.

è degna d'esser ricordata, la condizione seguente: che se il re di Francia si rimarrà dal batter moneta in Macon, ovvero peggiorerà la moneta che vi si batte, il principe e Durando abbian balia di fare il simile.

I grossi di Filippo dovean tenere otto denari ed un obolo d'argento fine, e però scadeano assai dai grossi tornesi buoni, che ne teneano undici ed un obolo. Otto soldi e cinque denari di questa moneta dovean pesare un marco al marco di Lione, vale a dire che dovean tagliarsene 101 pezzi il marco (1).

E qui a fin di rendere agevole l'intendimento di questa materia la quale, fra tutte quelle che appartengono alla scienza dell'economia pubblica, è la più oscura ed avviluppata, è d'uopo ch'io ricordi che i soldi di cui qui si ragiona non meno che la lira di cui si è fatta già molte volte e si farà parola nel processo di questi discorsi, sono monete imaginarie di cui la prima rappresenta dodici danari, la seconda venti soldi, ovvero dugentoquaranta denari; onde e l'una e l'altra pigliano la loro valuta dal danaro; e siccome di più sorta erano i danari che si batteano, i quali differivano assai l'un dall'altro di peso e di bontà, così differivano nella medesima ragione l'una dall'altra le lire ed i soldi secondo eran lire o soldi di piccioli o di grossi, di forti o di debili, d'antichi o di nuovi danari, di sestini, di noveni, o di duodeni, di tutte le quali specie di danari rappresentavano le moltiplicazioni per 12 o per 240; e quello che cresce infinitamente la confusione si è, che non solo differivano l'una dall'altra le monete di specie, di nome, e di provincia diversa, ma differian tra di esse quelle d'una specie, d'un nome, d'una zecca medesima; perocchè quante volte si batteano quasi altrettante, talora per imperizia, più sovente per malvagità de' monetieri, e più tardi anche per volontà de' principi, si mutava il peso e la bontà delle monete. Onde, ne' danari

(1) Zecca e monete mazzo 1.° Arch. Camer.

Segusini, per esempio, si trova memoria de' danari buoni; il che mostra che ve ne fossero de' men buoni; di Segusini vecchi; di Segusini vecchi rinnovati (1).

Ne' danari viennesi poi, via più copiose erano le differenze, ed altri si chiamavano viennesi semplicemente, altri viennesi escucellati, viennesi speronati, viennesi cursibili, viennesi coll' E; e di alcune di queste specie eranvi ancora i vecchi e i nuovi, i forti e i debili (2). Oltre a ciò, dalle varie zecche in cui si coniavano, chiamavansi viennesi lionesi, viennesi d'Aosta, viennesi del Conte, viennesi del Principe; vale a dire del Conte di Savoia e del Principe d'Acaia.

Non essendovi pertanto alcun danaro che fosse regola e campione, ed a cui tutti gli altri si potessero ragguagliare, dovea nascere quella strana confusione, che avviluppa la mente di chi vorrebbe a punto a punto investigar le ragioni delle monete di quei tempi e paragonarle col valor delle nostre. Il che tuttavia se possiamo fino ad un cerro segno ottenere, ne teniamo, come di tanti altri vantaggi, obbligo ai Fiorentini, i quali, come tutti sanno, nel 1252 dopo la sconfitta de' Sanesi a Montalcino, quasi per trofeo della vittoria batterono il fiorin d'oro della suprema purezza di 24 carati e del peso d'una dramma; moneta, che per la bellezza e bontà sua, imitata da quasi tutte le nazioni incivilite d'Europa, si conservò con poca variazione di peso e niuna di lega fino a' nostri tempi. Però quando si può trovare nelle memorie di que' secoli

---

(1) Fin dal principio del secolo XII si trovano mentovati i danari buoni segusini; nel 1172 si rammentano: *argenti denariorum bonorum Secusiensis monete solidos XII*. Nel 1214 Oberto Gitigo vendeva al monistero di s. Giacomo di Stura 6 centenarii e mezzo di prato pel prezzo di *sex librar. et dimid. Secusiensium veterum renovatorum*. Nel 1320 v' ha quitanza di cento soldi Segusini vecchi. Da' documenti dell'Archivio Arcivescovile di Torino.

(2) Differivano anche, come ben s'intende, di valore. Il grosso tornese valeva nel 1330 8 danari di forti escucellati; 9 denari d'oboli forti escucellati; 30 denari di forti speronati; 20 denari di forti coll'E; 22 denari viennesi speronati; 20 danari viennesi; 11 forti speronati antichi. Conto di Gio. Divite castellano di Ciamberi 1328-30.

come la tal moneta si ragionasse col fiorino d'oro, è agevole il conoscere come torni in moneta corrente.

XVII. E postochè ho ricordato il fiorin d'oro, e l'utilità che da esso, come da termine di paragone, può derivare agli studi della monetazione, mi sia concesso di soggiungere alcune notizie sconosciute finora sul tempo in cui cominciò ad aver corso in Savoia ed in Piemonte; sulle varie specie del medesimo e sul valor di ciascuna.

Prima che si battesse in Firenze il fiorin d'oro, ed ancora molti anni dopo, le sole monete d'oro, di cui si trovi memoria nella monarchia di Savoia, erano il marabotino, il bisante e l'obolo; il marabotino ci veniva di Spagna; il bisante e l'obolo erano monete Costantinopolitane sparse in occidente dai crociati, maggiore la prima, minore l'altra, ma tutte due minori del fiorino (1).

Una di siffatte monete era per l'ordinario il censo che pagavano i forestieri ricevuti nella salvaguardia del Conte. Cominciano poi verso il cader del secolo (dopo il 1280) a trovarsi ricordati i fiorini d'oro; ma per molti anni ancora del secolo seguente se ne può sicuramente argomentare la rarità leggendo ne' conti de' castellani siccome erano venduti e non cambiati (2), nè divennero veramente copiosi sì che servissero a condurre le contrattazioni che dopo la morte d'Amedeo V avvenuta nel 1323.

Poco dopo comincia altresì a farsi memoria del fiorino di buon peso e di quello di piccol peso, e a distinguersi dall'uno e dall'altro il fiorino di Firenze. Al qual proposito è da rammentare, che quando per opera de' mercatanti di Toscana cominciò a spargersi e a divolgarsi pel mondo il fiorino, piacque tanto per la sua bellezza e bontà che molti principi dieder mano a coniarne.

Primo o almeno tra' primi fu Alberto I duca d'Austria, che nel 1298 venne poi innalzato al trono imperiale. Seguiva siffatto esempio

---

(1) V. l' impronta del bisante, e dell'obolo nello Zanetti nuova raccolta delle monete d'Italia tom. II.

(2) Un fiorin d'oro fu venduto 10 soldi 3 denari forti speronati nel 1311. Conto di Gio. Bertrandi castellano d'Acquabella.

Giovanni di Lucemburgo re di Boemia; e quindi faceano il somigliante Giovanni XXII sommo Pontefice ed il march. di Monferrato. Tutti questi prima della morte d'Amedeo V testè notata. Dopo quell'epoca batterono in varii tempi di quel medesimo secolo il fiorin d'oro il re d'Ungheria, quel d'Aragona, il Delfino Viennese, l'arcivescovo di Magonza, Giovanna regina di Napoli, il vescovo di Trecastelli, ed in breve quasi tutti i principi d'Europa (1).

Batteansi, massime in sul principio, siffatti fiorini colla medesima impronta de' fiorentini, nè si divisavan da quelli che per uno piccolissimo scudetto posto appresso all'orecchio destro del precursore e per la leggenda del rovescio, in cui era scritto per l'ordinario il nome del principe che l'avea fatto coniare.

Circa al peso ed alla bontà convien dire che i primi fiorini che si coniarono in Lamagna poco o punto differissero dai fiorentini, perocchè fino ai tempi già citati d'Odoardo, trovasi ricordato senz'altro aggiunto il fiorino d'oro (2), quantunque da molti anni se ne battessero, come abbiam detto, in Austria ed in Boemia. Ed in fatti dopo la metà di quel secolo il fiorino vecchio di Lamagna avanzava di valore tutti gli altri eccettuato il fiorentino da cui differiva solamente la quarta parte d'un grosso (3).

Cominciossi in qualche zecca per l'imperizia de' monetieri, o per la soverchia spesa dello affinare, o per altri motivi men degni di escusazione a peggiorar la lega; poscia scemossi anche il peso; e

---

(1) Borghini. Della moneta fiorentina.
Vettori. Fiorino d'oro illustrato 25. 57. 63. 67. 100. 103.
Orsini. Storia delle monete della repubblica fiorentina XXXVII.
Manni. Discorsi sopra le monete apud Argelatium p. V.
Boissin. Compendio della valuta del fiorino apud Argel. p. IV.
Carli. Zecche e monete d'Italia I. 105.

(2) De floreno auri debito a Francisco Rolandi notario pro firma notarie sue feudorum et inquisicionum domini. Conto d'Ugo della Rocchetta castellano d'Aiguebelle 1316-17.

(3) Florenus vetus XIII denar. gross. turon. cum obulo. Florenus auri de Florencia XIII et III partes unius grossi. Conto dell'ospizio del Conte di Savoia 1374-77.

quindi nacquero le quattro diverse specie di fiorini che si trovano verso il 1330, e poi per tutto quel secolo ricordate; di cui la prima e di maggior valore era de' fiorini di Firenze; la seconda de' fiorini di Lamagna; la terza de' fiorini di buon peso, cioè peggiori di bontà solamente; la quarta de' fiorini di picciol peso peggiori di bontà e di peso (1), i quali ultimi sul finir del secolo aveano maggior corso che tutti gli altri, ed erano i più adoperati nelle contrattazioni, forse perchè se n'era battuta maggior quantità.

Passiamo ora a parlar del valore. Lo zecchino veneto di due danari e 17 grani di peso, e di 997 millesimi di fino, è quello che più s'accosta per la sua purezza alla purezza suprema di 24 carati che gli antichi assegnavano al fiorin d'oro; se pure non si dee dire, siccome io credo, che essendosi ne' tempi moderni assottigliati i processi dell'arte, siasi con più squisite investigazioni scoperta alcuna particella di lega, laddove gli antichi non ne trovavan nissuna. L'attual valore dello zecchino veneto essendo di lire 11. 82 il valore di ciascuno de' 65 grani che pesa, è di centesimi 18 $\frac{12}{65}$. Ma siccome il fiorino antico di Firenze pesava una dramma ovvero tre denari fiorentini, uguali a 68 grani circa de' nostri (2), il suo valore tornerebbe in moneta corrente a lire 12. 36 $\frac{36}{65}$.

Ciò posto considerando questa egregia moneta che ne' tempi di cui si discorre, rimase ferma a quel peso e a quella bontà come regola e campione, non sarà malagevole trovar il valore sia delle altre specie de' fiorin d'oro, sia di tutte le monete di cui si può trovar la proporzione al fiorino. Per non riferire innanzi tempo quello che abbiam divisato di mettere in serbo pel quarto discorso staremo contenti a pochi esempi.

---

(1) Conto di Nicolò Bersatoris castellano di Cavallermaggiore 1329-30.

Il fiorino di buon peso si cambiava per 46 soldi astesi debili: tre denari astesi debili valeano due danari viennesi debili: tre soldi e 6 danari astesi debili valeano un grosso tornese.

(2) Bonneville. Traité des monnaies d'or et d'argent. 90.

La moneta a cui più spesso si misurava il fiorino d'oro era il grosso tornese d'argento, detto anche soldo tornese o soldo d'argento, finchè valea 12 tornesi piccoli (1). Quelli che S. Ludovico e Filippo l'ardito fecero coniare, teneano 11 danari e 12 grani di fino argento, e pesavano 3 danari e 7 grani e $\frac{26}{58}$ (2). Ma cominciò, come abbiam detto, Filippo il bello nel 1295 a peggiorar le monete, avvisando con tal mezzo di ristorar l'erario esausto pel successo di sue guerre infelici. E quel pessimo consiglio che sarà perpetua infamia al suo nome, fu seguitato da' suoi successori, dimodochè colle altre monete anche i tornesi peggiorarono assai di lega e di peso, e ne andavano attorno di varie qualità.

Nel 1293 otto grossi tornesi e $^{3}/_{4}$ valeano un fiorin d'oro. Onde ciascun d'essi tornerebbe in moneta lire 1. 41. $\frac{20}{65}$. Dopo il peggioramento n'andavano il più comunemente 12 al fiorino; e però ciascun d'essi non avea maggior valuta di lire 1. 03. $\frac{3}{65}$.

Verso il 1330 il fiorin di Firenze cominciò a valere 12 grossi tornesi ed un obolo, onde il grosso tornese era calato al valore di centesimi 98. $\frac{60}{65}$; ed il fiorino di buon peso, che ne valea soli 12, tornerebbe in moneta corrente lire 11. 87. $\frac{5}{65}$, che sarebbe all'incirca il valore attuale dello zecchino veneto; laddove il fiorino di picciol peso, che era uguale ad 11 grossi tornesi e un obolo, non avrebbe oggi maggior valuta di lire 11. 37. $\frac{45}{65}$. Nè i grossi tornesi, di cui abbiam parlato, furono i peggiori che si coniarono. Altri di vie

(1) Il denaro tornese facea l'ufficio di soldo e di danaro; di soldo rispetto ai tornesi piccioli sinchè durò a valerne 12; di danaro perchè moltiplicato per 12 e per 240 formava i soldi e le lire di grossi tornesi. Questa distinzione non avvertita trasse in errore alcuni monetografi. Avvertasi ancora che ne' tempi, di cui parliamo, non s'usava la voce soldo al singolare, e per designar un soldo amavano meglio dir 12 danari; e così fino a 24; ed allora diceano due soldi. Così ad esempio nel 1396 il fiorino di picciol peso era uguale ad un soldo di grossi tornesi; lo scudo d'oro ad un soldo e mezzo di grossi tornesi; tuttavia dicean sempre *cambiasi per 12*; *cambiasi per 18 danari di grossi tornesi*.

(2) Le Blanc. Traité historique des monnaies de France p. 170.

minor valuta si coniarono dopo la metà del secolo, i quali si chiamarono grossi tornesi di picciol peso di cui n'andavano 12 per un fiorino di picciol peso; dodici e un obolo per un fiorino di buon peso; tredici e un obolo per un fiorino di Lamagna; tredici e $^3/_4$ per un fiorino d'oro di Firenze; quattordici per un ducato. Dal che si vede aver errato chi disse essere stati d'ugual valore il fiorino d'oro ed il ducato.

L'obolo d'oro ragionato col fiorin di Firenze sul finir del secolo XIII apparisce essere del valore di lire 7. 06. $\frac{30}{105}$; ed il bisante d'oro paragonato colla stessa moneta sul principio del seguente, si scorge rispondere a lire 10. 90. $\frac{30}{51}$ (1).

Indicando in che guisa le monete di cui si è parlato tornino nella nostra, e derivando le mie notizie dal corso del cambio, ho indicato una delle basi più certe onde argomentarne il valore. Non basta essa tuttavia a porgerne una idea esatta se non si vede qual fosse la quantità di grano che a que' tempi altri potea con quelle monete procacciarsi, e quale con la stessa qualità e quantità di metallo si procaccierebbe ai dì d'oggi. Ma di ciò si tratterà nel quarto discorso.

Del rimanente, dal fiorino di Firenze in fuori, rarissime furono in ogni tempo le monete d'oro e d'argento che punto non iscadessero dal fine, causandolo in parte la gran difficoltà di condurre

(1) Conto della castellania del Borghetto degli anni 1289 e seg.
Conto dell'ospizio del Conte di Savoia 1291 e seg.
Conto della Castellania di Susa 1294 e seg.
Conto della castellania della Rocchetta 1309 e seg.
Conto della castellania di Ciamberì 1333 e seg.
Conto della castellania di s. Maurizio 1342 e seg.
Conto della castellania di Saxon 1377 e seg.
Conto della castellania di Savigliano 1361 e seg.
Conto dell'ospizio del Conte di Savoia 1374-77.
Conto del tesoriere generale dell'ospizio del Principe d'Acaia 1385.
Conto della cancelleria di Savoia 1385-88.
Conto d'Andrea di Grolée governatore di Nizza *et totius terre provincie* 1399-1402.

il metallo a quella schiettezza che vien rappresentata nell'oro coll'appellazione di 24 carati, nell'argento con quella di 12 danari, in parte ancora l'evidentissimo pericolo che sia involata e contraffatta, o fusa per lavori di orificeria.

Pure, finchè ad una moneta non s'assegnava maggior valore di quello che meritassero il peso o la bontà sua, poco importava la lega od il peso, perocchè niun pregiudicio ne scendeva al popolo a cui invece si facea frode allorchè si battean monete minori di finezza o di peso a quanto promettea la legge, da cui riceveano corso e valuta; cosa tentata in prima, credo, ascosamente dall'avarizia di qualche ladro monetiere, e che a grado a grado messe piede e fu pur troppo comune nelle zecche principali d'Europa; dal che ne seguia che il popolo, per causa del peggioramento della moneta, ricevendo esempli grazia quattro in nome e tre in fatto, rendeva all'erario anche tre quando ne dovea quattro, onde quel furto si compensava; ma quando dovea procacciarsi da'mercatanti robe e vettovaglie, invece di quattro che prima costavano, dovea per la debiltà della moneta pagarle cinque; e quì era danno senza compenso.

Ma per non uscir troppo dal disegno di questo scritto, riducendomi a parlare dell'utile che la Camera del principe ritraeva dal batter moneta, dico, che il medesimo consistea parte nella tara, chiamata ne'documenti antichi, rimedio, parte e precipuamente nel dritto di signoraggio.

La difficoltà di condurre la proporzione della lega col fine così appuntino che rispondesse senza differenza alcuna a quello che la legge ordinava; e l'altra difficoltà di tagliar i pezzi delle monete così giustamente, che ciascuno per se e tutti insieme tornassero del peso prescritto, appaiono, in que' tempi in cui tutte le arti eran fanciulle, assai gravi. Onde fu stabilito di non tener conto d'alcune leggiere differenze che s'incontrassero nel saggiare e nel pesare le monete, sì veramente che la differenza non valicasse certi confini assegnati, i quali erano per l'ordinario di due o tre danari in peso

di uno o di due grani in lega; nulladimeno alcuna volta s'imponeva al maestro della zecca l'obbligo di ristorare di siffatta differenza l'erario o il popolo supplendo colla maggior purezza e col maggior peso delle monete che seguitavano il difetto delle prime (1). Ma più comunemente questi rimedii erano un vantaggio che il principe cedeva al maestro delle sue monete, il quale oltre a ciò era con tutti i suoi monetieri e fattori, e co' mercatanti che recavano l'oro e l'argento in verghe, privilegiato d'intiera franchezza da ogni pedaggio o gabella, e tenuto per uno de' buoni borghesi della terra del Conte.

Nelle provvisioni della zecca si definiva ancora quale quantità di moneta fosse il maestro tenuto di rendere a chi portava le verghe del metallo, e così quanti danari ei potesse ritenere per suo ovraggio; siccome pure qual somma fosse tenuto di contribuire alla Camera del Conte per dritto di signoria sopra ogni marco di metallo monetato.

XVIII. Non sarà discaro ch'io qui ricordi alcuni ordini finora ignoti de' conti di Savoia in cui si può notare la varietà così dei rimedii e del dritto di signoria, come della lega, del peso e del suggello (2).

Nel 1349 Amedeo VI concedette a Niccolò de Podio cittadino Valentinese la ragione di battere le seguenti monete a Ciamberì ed a Ponte d'Ains per due anni:

1.° Il danaro viennese di due danari e due grani d'argento fino per ciascun marco di Ciamberì, e n'andavano 25 soldi per marco, vale a dire se ne dovean tagliare 25 gruppetti di 12 pezzi l'uno, e così in somma 300 pezzi il marco. Nel dritto doveano avere

---

(1) Item actum est quod si et quando facto computo per dictum magistrum aliquid debere populo reperiretur illud in moneta quam subsequenter faciet reddere et emendare teneatur et illam sequentem monetam de tanto teneatur facere fortiorem vel illud nobis solvere prout nostre fuerit voluntatis.

(2) Zecca e monete. Mazzo 1.° Arch. Camer.

l'aquila di due teste colla leggenda AMEDEVS COMES; nel rovescio lo scudo dell'armi di Savoia, e la leggenda SABAVDIE. Venti soldi di questa moneta valevano un fiorin d'oro di buon peso. I rimedii erano di 2 grani di lega, di 3 danari di peso il marco. La signoria di due soldi e due danari il marco.

2.° Il danaro forte di due danari ed un obolo d'argento fino, n'andavano 15 soldi, cioè 180 pezzi il marco; 10 soldi di questa moneta si cambiavano per un fiorin d'oro di buon peso. L'impronta era la medesima coll'impronta d'una picciola rosa sopra lo scudo. I rimedii di due grani di lega, di due danari di peso. La signoria di tre soldi tre danari viennesi. Queste due monete eran nere; seguita ora la bianca.

3.° I sestini; Di cinque danari con un obolo d'argento fino; al taglio d'undici soldi, cioè di 132 pezzi il marco della medesima impronta, coll'aggiunta di quattro rose ai quattro canti dello scudo; valeano sei danari viennesi, tre forti; con 40 di questi danari dovea comprarsi un fiorino d'oro di buon peso. I rimedii erano di tre grani di lega, di due danari di peso. La signoria di sette soldi viennesi.

4.° I noveni; di nove danari d'argento fino al taglio d'otto soldi e di sei danari forti il marco; il che significa che 96 noveni coll'aggiunta di sei danari forti agguagliavano il peso d'un marco. Un noveno ne valea 12 viennesi e 6 forti. L'impronta era nel dritto una corona formata d'un giglio in mezzo, e di due mezzi gigli dai lati; nel rovescio una croce gigliata accantonata da quattro gigli, il tutto messo in mezzo di parecchi semigiri di squadra. Consentiasi il rimedio di due grani di lega, e di due danari di peso.

5.° I duodeni; d'otto danari d'argento fino, del peso d'otto soldi il marco. Un duodeno ne valea 12 viennesi. L'impronta era quella de' sestini. Davansi 20 duodeni per un fiorino di buon peso. Il rimedio era di due grani di lega, di tre danari di peso. Il dritto di signoraggio di soldi 12 viennesi il marco.

D'un'altra specie di moneta chiamata Mauriziana fu con ordine

di quell'anno medesimo comandata la formazione. Era di tre maniere: il danaro, l'obolo, il grosso.

1.° Il danaro tenea 5 danari e un obolo d'argento fino. N'andavano 19 soldi, cioè 228 pezzi il marco. Mostravano nel dritto la cima d'un campanile surmontata dalla croce; col motto CHRISTIANA RELIGIO, e nel rovescio una croce appuntata colla leggenda DVX CHABLASII. Il signoraggio era di sei danari mauriziani il marco. Sette soldi di questa moneta valeano il fiorin d'oro di buon peso; sei danari e un obolo ragguagliavano il grosso tornese d'argento.

2.° L'obolo era la metà del danaro della medesima lega, ed impronta. Il signoraggio di 12 oboli.

3.° Il grosso contenea 10 danari 21 grano d'argento fino. N'andavano 7 soldi e 6 danari, vale a dire 90 pezzi il marco. Mostrava nel dritto, dentro al circolo mezzano, un cavaliere armato coll'armi ed a somiglianza di S. Maurizio appoggiato in sulla spada; colla leggenda S. MAVRITIVS; A. COMES SAB. Nel rovescio la croce come nella prima moneta, e la leggenda DVX CHABLASII. Questa moneta era quintupla del danaro, decupla dell'obolo mauriziano. È probabile che il signoraggio, di cui l'ordine non fa memoria, fosse tassato colla medesima proporzione che nelle monete precedenti.

La moneta mauriziana era conosciuta più di cent'anni addietro e batteasi a S. Maurizio d'Agauno che allora facea parte del Chiablese.

Nel 1352, con lettere del 26 di marzo, il medesimo principe ordinò, credo per la prima volta, la fabbricazione di scudi e di fiorini d'oro dandone commissione a Bonacorso Borgo fiorentino, che dovea batterle a Ponte d'Ains.

Gli scudi d'oro doveano esser simili nella lega, nel peso, e nel suggello a quelli del re di Francia, salvochè dove sta scritto XPVS VINCIT si dovea porre A. COMES SAB. Erano di 16 carati e n'andavano 54 il marco al marco di Troyes. Il signoraggio era di tre scudi il marco. Il rimedio l'ottavo d'un carato.

Il fiorino d'oro dovea esser simile in tutto a quel di Firenze,

salvochè in uno scudetto di Savoia da porsi vicino alla testa del precursore. Era di 23 carati e mezzo d'oro fino; n'andavano 69 e mezzo il marco al marco di Troyes; il signoraggio era di mezzo fiorino il marco; il rimedio il medesimo che nello scudo.

Furono nelle stesse lettere ordinate altre due monete l'una nera, l'altra bianca, fatte a somiglianza dei *Parisis* di Francia.

Nel 1569 si batterono altri fiorini d'oro, simili in tutto, dice l'ordine, ai fiorentini di 64 fiorini il marco al marco d'ott'once. Il rimedio era d'un ottavo di carato di legge; non v'era tara circa il peso. Il signoraggio costava un quarto di fiorino il marco.

Batteronsi ancora i grossi tornesi d'argento che teneano ott'once ed un quarto d'argento fine il marco (tanto scadeano da que' di S. Ludovico) di cui n'andavano 66 il marco al marco di Genova che era di 9 once; e di cui 15 faceano un fiorin d'oro. Consentiasi il rimedio d'un grano di lega; di mezzo grosso di peso. Il signoraggio era di due soldi viennesi. Questi grossi tornesi mostravano l'armi ed il cimiero del Conte. Nel rovescio la medesima croce dell'armi sue in losanga, colle solite leggende.

Il monetiere era Giovanni di Lugano, e dovea batterle a Pinerolo, o altrove nella terra del Conte siccome gli venisse ordinato.

Nel 1354 maestro Jacopino de Capitaneis di Pavia batteva in Susa il fiorino di buon peso e quello di picciol peso. Il primo scadea dal fine un carato. Il secondo tre quarti d'un carato.

Nel 1391 Ludovico Signore di Cossonay Luogotenente del Conte di Savoia diè facoltà a Giovanni di Bonacorso di coniar nella terra di Nyons lo scudo d'oro di Savoia. Dovea battersi d'eccellente schiettezza, cioè di 23 carati e 3/4 di fine. N'andavano 61 per marco al marco di Troyes, co' rimedii di 12 grani di peso dell'ottavo d'un carato di lega. Il maestro dovea rendere a' mercatanti che portavano alla zecca l'oro di tal bontà 60 scudi 2/3 il marco. Dimodochè l'opera non era stimata che un terzo di scudo.

Queste belle monete mostravano nel dritto lo scudo ed il cimiero di Savoia, e intorno intorno ad ogni mezzo giro di squadra

la divisa del nodo colla leggenda AMED. D. G. COMES SAB. Nel rovescio la croce di S. Maurizio in mezzo a quattro semigiri di squadra colla leggenda DVX CHABLASII ET AVGVSTE IN IT. MARCHIO.

Altri scudi d'oro simili affatto ai preindicati si batterono in Avigliana per lettere del Conte date a Ivrea il 23 febbraio di quell'anno da Giovanetto de Reczeto di Moncalieri. Il dritto di signoraggio costava 12 grossi d'argento il marco (1).

Nel 1395 Giovanni Raffano di Treffort batteva a Borgo in Bressa fiorini d'oro di buon peso e di picciol peso. I primi scadeano di un carato ed un quarto; i secondi di tre quarti d'un carato. N'andavano 69 e mezzo de' primi il marco di Troyes, de' secondi 84. I rimedii erano 12 grani di peso, l'ottavo d'un carato di lega. Il signoraggio era di 10 danari grossi il marco pe' fiorini di buon peso; di 6 danari ed un obolo di grossi tornesi rispetto agli altri. Il fiorino di buon peso era della valuta di 14 grossi e un quarto; quello di picciol peso di 12.

L'impronta di questi fiorini non era più quella de' fiorentini, vergognandosi, credo, il giusto principe di contrassegnare col medesimo suggello una moneta tanto scadente dalla bontà della moneta toscana. Il fiorino di buon peso mostrava nel dritto il busto di S. Maurizio colla leggenda S. MAVRITIVS AGAVN. Nel rovescio lo scudo dell' arme di Savoia e la leggenda AMED. COM. SAB. DVX CHABLASII ET AVG. Il fiorino di picciol peso avea nel dritto un S. Maurizio a cavallo. Nel rovescio lo scudo ed il cimiero di Savoia colle medesime leggende. Il rimedio d'ambedue le monete era di 12 grani di peso, e d'un ottavo di carato di lega per ciascun marco.

Batteansi altresì in quella zecca grossi tornesi di 10 danari d'argento del Conte di fino; del peso di 7 soldi e 4 danari il marco; col rimedio di tre grani di lega, d'un danaro di peso. L'impronta

---

(1) V. il documento num. XI.

era da l'una parte un S. Maurizio colla tunica lunga e colla spada in mano, dall'altra lo scudo di Savoia colle solite leggende. Cominciò in tal guisa Amedeo VIII a significare colla moltiplicata imagine di S. Maurizio nelle impronte delle monete, quella special divozione al Santo Martire, che lo indusse più di trent'anni dopo a chiamar dal suo nome ed a riporre sotto la special sua protezione una novella compagnia di cavalieri che anche al dì d'oggi si mantiene e fiorisce.

Fiorini di picciol peso e di legge men sincera che i precedenti coniaronsi nel 1399 da Antonio Mulet che fu nominato in febbraio di quell'anno maestro delle monete in tutti i luoghi al di là dai monti. La finezza de' medesimi giungeva a 22 carati e 7 ottavi; riponendosene 89 per ogni marco di Troyes. Il rimedio era come negli altri di cui si è fatta pur ora memoria. Nel dritto di questi fiorini vedevasi effigiato l'angelo Gabriello che sostenea lo scudo di Savoia, colla leggenda ANGELVS GABRIEL. Nel rovescio il medesimo scudo col cimiero, e colla solita leggenda. Il signoraggio era d'otto denari grossi ed un quarto, di cui 12 si cambiavano per un fiorino; i quali grossi erano al taglio di 7 soldi e 4 danari il marco, e di 10 danari d'argento del Conte, di fino.

Nell'anno medesimo battea fiorini d'oro di qua dai monti Matteo Bonacorso figliuolo di quel Bonacorso di cui si è parlato di sopra. Erano dell'istessa legge e del medesimo peso che quelli di cui abbiam discorso testè; simile pur era il rimedio; uguale il signoraggio; ma differivano nell'impronta; imperocchè da l'una parte aveano il precursore, dall'altra lo scudo di Savoia col cimiero, accompagnato da due nodi.

Ma raccogliendo ormai le sparse fila di questo discorso, e riducendomi al segno da cui mi son dipartito, dico potersi, da quanto s'è detto finora, osservare che il dritto di signoraggio era molto vario secondo i tempi e secondo la qualità de' metalli e delle monete; maggiore tuttavia d'assai nelle monete di due metalli, che in quelle d'oro e d'argento; perocchè nelle prime correva tra il nove

e il 12 per cento; in quelle d'oro o si parla di scudi ed in essi ascendeva a poco meno del 6 per cento; o di fiorini, e massime di quelli di miglior lega, e stava nella proporzione di 1 a 139, ed altre volte in quella di 1 a 256 per marco; ne' grossi tornesi di cui si è data notizia non arriva all'uno e mezzo per cento. Infine si sarà osservato siccome nelle notizie da noi recate si parla del marco di Ciamberì e dell'argento del Conte.

Il marco di Ciamberì era d'ott'once, metà della libbra di marco, uguale a kilogr. 0. 4895. Della qualità d'argento, che si volesse significare colla indicazione d'argento del Conte non ho trovata memoria.

XIX. Assai anticamente furono i principi di Savoia solleciti intorno alla coltivazione delle miniere delle quali il paese montuoso che abitavano avea nome d'abbondare.

Fin dal 1279 un certo Alvernino era adoperato ad una miniera d'oro trovata a Champorchier prezzo Bard, e sette anni dopo un Azzo di Firenze fu mandato con altri minatori ad esaminarla (1).

Alcune miniere d'argento e di ferro coltivavansi appresso alla Perosa, ma erano di piccolo rilievo. Dell'argento affinato n'andava al tesoro la quarantesima parte (2).

Nel 1299 varii minatori fiorentini andavano in traccia di miniere in Val di Susa, e l'anno appresso ne facean ricerca pel monte del Gatto sul lago del Borghetto, in Savoia (3).

In luglio del 1323 Gonraldo Charbonier di Friborgo avviavasi co' suoi compagni verso la Moriana affine di dar opera alla escavazione d'una miniera che vi si era scoperta. Non ho trovato riscontri sul luogo e sulla qualità (4).

---

(1) In stipendiis capellani Campiporcherii custodientis aurum quando dictus Alverninus lavabat terras per tres dies 11 solid. Conto d'Ugo de Mascot castellano di Bard 1279-80.

(2) Conto della castellania della Perosa 1291-1313.

(3) Conto d'Andrea Giordano ricevitore del pedaggio di Susa 1299-1300.

(4) Conto della castellania di Mommegliano.

Vent'anni dopo v'era fra gli uffiziali del Conte un maestro Pietro ricercatore ed esaminatore delle miniere d'argento.

Ho trovato memoria di miniere di ferro coltivate nella castellania di Castellargento (1), ed in altri luoghi di Val d'Aosta, in Val di Susa, in Val Gioia (2), e nella Castellania di Balangero (3), e fo ragione che anche nelle valli di Lanzo se ne scavasse qualcuna, perchè nel 1385 il conte di Savoia concedette agli uomini di Lanzo la facoltà di vendere a chi loro paresse l'acciaio ivi lavorato (4).

Ma già prima del 1300 s'era scoperta e coltivavasi nella valle di Lanzo, appresso alla terra di Groscavallo, una miniera d'argento, ed un'altra se ne trovò in quegli anni nella prossima valle d'Ala nel luogo denominato Pertus. Ricoglieasi pel Conte l'undecima parte dell'argento affinato nella miniera di Groscavallo, la decima in quella d'Ala, oltre ad un marco d'argento annuale.

Ma queste miniere fruttificavano assai poco, ed il profitto più rilevato che abbiano prodotto alla Camera fu, per quel che ho veduto, di 14 marchi e 3 once d'argento nel 1329, e di 18 marchi 3 once nel 1343 (5).

Poco tempo prima, nel 1329, Veristo Cagna avea presa a coltivare nella vicina valle di Viù, appresso a Lemie, una miniera di rame; e perchè i Visconti di Baratonia, antichi feudatarii della chiesa di Torino in Usseglio ed in Lemie, erano investiti di quelle miniere, d'ogni 40 libbre di rame ne toglieano una, e di quella ne davano un terzo al Conte. La parte di questo nel ritratto della miniera fu nel 1329 d'ottantatre libbre di rame, onde si vede

---

(1) Pro firma fusine et mine ferri Castri argenti LXVI sol. vienn. esper. Conto di Pietro Mareschal balio d'Aosta e di Castellargento 1318-19.

(2) Conti delle castellanie di Susa e d'Avigliana già citati.

(3) De exitu minerie ferri extracte in monte berengeri et levantur pro qualibet somata mine que extrahitur tres denar. monete cursibilis. VI solid. Conto di Leonardo Barralis castellano di Balangero 1369-1370.

(4) Conto della cancelleria di Savoia.

(5) Conti della castellania di Lanzo nel 1307 e negli anni seguenti.

l'escavazione della medesima aver dato in quell'anno 10239 libbre di rame (1).

Una miniera di rame argentifero era coltivata nella castellania d'Acquabella da una compagnia di minatori a cui il conte Aimone avea concesso nel 1338 non pochi privilegi (2). Qui pure contribuivasi al principe la decima parte del rame e dell'argento affinato, e la compagnia era inoltre tenuta a vendergli tutto l'argento pel prezzo di 7 lire e 5 soldi forti il marco. Al qual prezzo si detraevano ancora 4 danari di buoni grossi tornesi. Levavasi eziandio pel pesaggio d'ogni quintale di rame un danaio forte, ed altrettanto pel bollo.

La parte del Conte dal novembre 1338 al marzo 1340 fu di cento sessantasette quintali, un quarterone, e tredici libbre di rame. Dal marzo 1341 al febbraio 1342 fu di 159 quintali e 4 libbre; e due anni dopo si trova un ricordo della facoltà conceduta dal Conte a qualsivoglia persona di scavar miniere nel resto del distretto della castellania suddetta purchè ne rendesse la decima parte alla camera sua (3).

Di miniere di ferro coltivate ne' monti di Gresivodano trovo memoria all'anno 1381. Il Conte n'avea la decima parte, che in due anni e 36 dì sommò a 117 duodene, forse così chiamate perchè si componessero di 12 carlghe.

Una duodena poi di minerale vendeasi 7 grossi tornesi di cui 12 agguagliavano il fiorino d'oro di buon peso (4).

---

(1) Conto di Ribaldo di Rivalta castellano di Lanzo 1328-29.

(2) Per lettere date ad Acquabella il 29 d'ottobre 1348.

(3) Conto di Francesco Pelestorti ricevitore delle miniere d'Acquabella 1338-40-41-42.

Conto di Bernardo de Murbello *domicello* luogotenente del castellano d'Acquabella, del frutto delle miniere di rame e d'argento 1343-44. *dicit castellanus quod dominus concessit quod quicumque voluerit extrahat minam alibi infra dictam castellaniam Aquebelle et faciat cuprum solvendo domino decimam partem : de quo nichil obvenit quod nulle alie persone fecerunt cuprum alibi . . . dominus percipit partem suam non in pecunia sed in cupro et argento.*

(4) Conto di Guglielmo e Pietro Guersi receptorum antinagiorum minarum ferrearum et jurium spectantium domino in minis fodendis in montibus territorii domini Grisivoudani.

Parmi sia questo il luogo di soggiungere che un picciol tributo riscoteva il castellano di Rivarossa in nome del principe d'Acaia nel 1331 dai ricoglitori d'oro nelle acque del torrente Amalone (1).

XX. Nel primo di questi discorsi si è già veduto quanta somiglianza avessero cogli schiavi gli uomini tagliabili e massime i talliabili a misericordia, i quali travagliati da infinite angherie, incapaci d'ogni ufficio civile traduceano assai miseramente la vita e per ultimo termine d'avvilimento non aveano facoltà di testare. Ben è vero che quando aveano figliuoli maschi questi succedeano nell'usufrutto de' beni già fruiti dal padre, e dissi usufrutto, perchè già s'hanno sufficienti chiarezze per conoscere che non aveano vera proprietà. Ma venendo meno la prole maschia il fisco subentrava ad occuparne l'eredità. Poi quando per pregio o per pietà o per rimunerazione cominciarono ad esser frequenti le restituzioni di tali servi alla libertà, quando intere ville e vicinanze furono privilegiate della franchezza, allora si strinsero eziandio i confini di tale dritto fiscale e si consentì che i parenti infino al terzo od al quarto grado potessero succedere ab intestato, e che il padrone avesse balia di disporre per testamento ed ordinare come meglio gli paresse delle cose sue. La qual consuetudine era varia secondo i varii accordi in origine stipulati o dai particolari uomini o dalle comunità. Poichè sì severa ragione usavasi co' nazionali, non fa maraviglia che gli stessi rigori venissero adoperati cogli stranieri, i quali morendo nella terra del Conte non aveano altro erede che il fisco. Ma siffatta barbarie, di cui non è spenta neppure al dì d'oggi ogni reliquia, riceveva talora negli accordi municipali qualche diminuzione. Ora passiamo a toccare di alcuno di tali accordi.

Nella mistralia di Chambuerc, per accordo fatto o rinnovato nel 1209, se un forestiero moriva, la sua successione apparteneva

---

(1) De XII solid. r. de hominibus ganantibus aurum in riperia Amalonis. Conto di Filippono Provana castellano di Rivarossa 1331-32.

Conte, solamente quando ei non l'avesse donata ad alcuno o fattane elemosina (1).

Nella terra di Chatelard en Bauges si era ordinato per carta di franchezza data nel 1301, che, se un borghese moriva senza testamento e senza figliuoli, ogni suo avere si depositasse appresso a due probi uomini secondo il consiglio degli altri probi uomini, e fosse custodito un anno e un dì; e in capo a tal termine, non presentandosi a domandarlo nissun erede legittimo fino al quarto grado inclusivamente, si desse in elemosina, e l'avanzo appartenesse al Conte. E che la medesima cosa s'osservasse alla morte d'un mercatante forestiere, d'un viaggiatore, o d'un pellegrino (2).

La carta di libertà di S. Branchier rinnovata nel 1322 dichiara che i beni di chi morrà in quella terra senza testamento, od atto tra vivi, e senza figliuoli o parenti agnati o cognati fino al quarto grado inclusivamente apparterranno al Conte, riservato, secondo l'antica consuetudine, l'usufrutto al coniuge superstite se vi sarà (3).

Nella valle di Savarenches il dritto di succedere ne' parenti, affini, o consanguinei si stendeva fino al quinto grado inclusivamente.

La franchezza dei borghesi di S. Lorenzo del Ponte diceva in questo tenore « se un borghese morrà con testamento, il suo testamento si osservi; se senza gli succedano i più attenenti. Se non saranno conosciuti sieno aspettati un anno e un dì, e non comparendo si faccia della eredità sua quello che consiglierà la giustizia; e se un mercatante, viaggiatore o pellegrino morrà, abbia luogo la medesima cosa » (4).

Nel Biellese, poichè si fu recato volontariamente alla divozione de' conti di Savoia, le usanze che s'osservavano in questo proposito erano men larghe di quelle che siam venuti testè discorrendo;

---

(1) V. il documento num. XII.
(2) Carta già citata.
(3) Carta già citata.
(4) Carta già citata.

perchè tali o forse peggiori erano stati i termini della sua soggezione ai vescovi di Vercelli da cui prima era quel tratto di paese signoreggiato. Infatti ai distrettuali che morivano senza testamento succedeva il fisco; a quelli che aveano foco in Biella o nel territorio non succedeva salvochè ne' beni immobili che possedessero fuori del territorio. Delle cose e de' beni posseduti fuori del territorio sui quali il Conte pigliava l'investitura non si potea testare; degli altri poteasi, ma se il Conte non era nominato erede della terza parte, il testamento cadeva, e tutto veniva occupato dal fisco.

Eccettuavasi il caso in cui il testatore avesse lasciato figliuoli maschi; eccettuavasi ancora il caso in cui sopravivessero figliuole non maritate, le quali succedeano al padre e trasmetteano l'eredità a' loro figliuoli legittimi; ma morendo esse prima del matrimonio il fisco n'occupava l'eredità; e l'occupava eziandio ove morissero maritate ma senza prole, salvochè il marito avesse ottenuto l'investitura de' beni della moglie (1).

Prossimo per l'indole sua al dritto fiscale che abbiamo testè descritto, era l'altro per cui apparteneano al signore tutte le cose trovate, dritto che dai francesi è chiamato *droit d'épave*.

Ch'esso fosse in pien vigore ne' dominii del Conte si prova con molti ricordi di cose trovate e consegnate ai castellani delle quali questi rispondeano ne' loro conti, nè solo di denari ma d'arnesi rustici e caserecci, d'agnelli, di pecore e fino di sciami d'api (2); e si prova eziandio colle memorie di multe imposte a chi non consegnava alla curia le cose trovate, del che addurrò due soli esempli dell'anno 1281. Il primo parla di 20 soldi di multa pagati da

---

(1) Conto degli eredi di Bartolomeo Scalia chiavaro di Biella 1379.

(2) Id. reddit computum de dimidia marca argenti r. de quadam moneta inventa apud Evionam. Conto della castellania di Chillon 1260-61.

r. Pro precio unius examinis apum inventi et pro tanto venditi. XII denar. gebenn. Conto della castellania di Sallanches 1379-80.

un Tacchino perchè trovò certi danari nella pubblica strada e li nascose (1); l'altro ricorda varii sergenti spediti dal castellano di Susa in traccia d'un certo Peronino che era in voce di aver rinvenuto dell'oro (2).

XXI. Un annuo frutto ritraeva eziandio la Camera del Conte dalle salvaguardie per cui si prometteva aiuto e protezione ne' loro traffichi e negozi, e talora qualche franchezza od a privati mercatanti ovvero ad intere ville e castella degli stati vicini, che maggior corrispondenza aveano d'interessi e di commercio co' dominii della monarchia di Savoia; ovvero s'assicuravano di special difesa e protezione anche i sudditi che erano in condizione di maggiormente abbisognarne. In riconoscimento di tal protezione contribuivano cotestoro un'annua prestazione di grano, o di pepe, o di gengevero, o di cera, o di ferri di cavallo, o d'oboli d'oro, di fiorini d'oro o d'altra moneta (3).

Fin dal 1257 il castellano di Chillon ricoglieva molte libbre di pepe pel salvocondotto e guidagio de' mercatanti che andavano alla fiera di Sion la quale si teneva nelle feste dell'Assunta (4).

La villa di Lemie in val di Viù recò nel 1268 cento ferri di cavallo al castellano d'Avigliana per la guardia antica (5); e gli uomini dell'amena valle d'Usseglio pagavano al castellano di Susa una libbra di pepe per la guardia delle loro alpi (6).

---

(1) Conto della castellania d'Avigliana.

(2) In expensis quorumdam clientum persequentium Peroninum qui dicebatur aurum invenisse. Conto della castellania di Susa.

(3) Conto di Stefano Provana castellano di Rivoli.

(4) It. reddit computum de XXXI lib. piperis r. de mercatoribus euntibus ad nundinas sedunenses in assumptione b. Marie de guidagio hoc anno quorum quilibet de Lausanna de ultra Iurim de Gebenn. ab aqua arve inferius dat unam libram pro guidagio deducta una quam janitor de Chillon percipit de antiqua consuetudine in eis et alia data pro collectura. Conto d'Ugo di Grandmont castellano di Chillon 1266.

(5) De centum ferris cum clavellis r. ab hominibus ville Iimiarum pro antiqua garda. Conto della castellania d'Avigliana 1267-68.

(6) r. ab universitate hominum de Ucel pro garda alpis de Ucel unam libram piperis. Conto della castellania di Susa di Martino Giordani 1319-20.

In novembre del 1314 Amedeo V rinnovò la salvaguardia già concessa, da Tommaso suo avo, morto nel 1232, agli uomini di Nevache nella valle di Brianzone ricevendoli nella sua protezione e difesa in tempo di pace e di guerra, e dando loro balia d'estrarre vettovaglie dal suo stato per l'uso loro solamente. Per tal salvaguardia pagavano un fiorino d'oro annuale al castellano di Susa (1).

Il conte Odoardo ricevette in settembre del 1324 tutte e singole le persone d'ambi i sessi della villa di Longnaz nella sua guardia, protezione e guidaggio dichiarandole franche d'ogni lelda ne' mercati e nelle fiere della città di Belley siccome lo erano state per l'addietro; pe' quali privilegi doveano contribuire ogni anno al castellano di Rossiglione dieci sestieri d'avena (2).

Siffatte salvaguardie, e massime le generali, eccitavano la gelosia e il sospetto de' naturali signori, degli uomini a' quali erano concedute, parendo loro, com'era infatti, uno scemamento della propria autorità, quasichè non avessero avuto potenza bastevole a procacciar loro nel dominio confinante la sicurtà de' cammini o a vendicarne le ingiurie; onde più volte furono tali concessioni causa di non leggieri disgusti e differenze. Ma via più pregiudicievoli riuscivano le medesime a coloro che teneano entro ai domini stessi del Conte feudi rivestiti d'ampia giurisdizione; perocchè i loro vassalli ottenuta che avessero la salvaguardia del Conte pigliavan baldanza di dispregiare i loro comandamenti; ed essi pel timore di offender quel principe e di dargli occasione di muover contese, dalle quali non uscian mai netti, procedeano assai rimessamente e con molto riguardo nel castigarli.

Così pare intervenisse all'insigne monastero della Novalesa, perciocchè in un accordo fatto da Amedeo V col priore del medesimo, in febbraio del 1314, quel principe consentì a rivocare ogni guardia, ogni borghesia ed ogni custodia in cui egli e gli ufficiali

(1) Protocolli del notaio Reinaudi.
(2) Protocolli del notaio Reinaudi. Arch. Cam.

di lui avessero ricevuto ne' due ultimi anni gli uomini del monastero (1).

Di salvaguardie concedute ai privati riferiremo due nobili esempi. L'uno dei fratelli Pietro e Giordano de Sade, Avignonesi, nome che move ogni gentil cuore, perchè ricorda la bella francese eterna ne' versi del Petrarca, i cui begli occhi chiusi rimangono ancora, come profetando cantava il suo amante, pieni di faville. Laura fu forse loro congiunta. Essi vennero, da Amedeo V in dicembre del 1322, ammessi nella sua salvaguardia, guida e condotta per tutta la sua terra, giurisdizione e baronia con larga facoltà di trafficarvi nonostante qualsivoglia guerra, cambio o rappresaglia; perlocchè contribuivano al castellano d'Avigliana, al S. Michele d'ogni anno, una libbra di pepe (2).

L'altro esempio è d'una salvaguardia conceduta da Odoardo in novembre dell'anno seguente a tre giudei chiamati Vuiant de Vesos, Carasson de Biauna e maestro Agin; ai quali quel principe promise di non farli contribuire nella taglia degli altri giudei, nè in nissuna servitù; di lasciarli posare e trafficare in qualunque parte de' suoi dominii a loro piacimento; d'aiutarli a riscuotere i loro crediti; e di farli fruire tutti i privilegi, largiti e da largirsi agli altri giudei e specialmente di quelli conceduti dalla buona memoria di monsignor Amedeo suo padre. Per questa salvaguardia, la durazione della quale era ristretta ad ott'anni, pagavano i tre giudei suddetti otto fiorini d'oro di Firenze al S. Giovanbattista d'ogni anno (3).

---

(1) Item convenimus ut supra quod nos dictus comes omnem gardam omnem borgesiam et omnem custodiam in qua nos vel familiares nostri recepimus a duobus annis citra homines eiusdem monasterii seu prioratus cassamus remittimus et anullamus etc. et quod ab inde in antea nos vel successores per nos vel per alium homines ipsius monasterii presentes vel futuros in gardam custodiam protectionem borgesiam habitacionem vel aliam quamcumque speciem custodie et subgectionis recipere non possimus dum tenebunt feudum seu possessiones dicti monasterii. Protocolli del not. Reinaudi.

(2) V. il documento n. XIII.

(3) V. il documento num. III.

XXII. Le storie rendono testimonianza che ne' secoli più barbari i vescovi, gli abbati e gli altri grandi cherici che sempre accoppiavano alla spiritual dignità autoritade e signoria temporale, soleano essi medesimi coll'arme alla mano mantenerne i dritti contra chi avesse pigliato a contrastarli. Ma rifiorendo poscia coll'aiuto di Dio e per la predicazione d'uomini di santa vita la discipliaa ecclesiastica, siffatto uso disdicevole alla qualità di ministro di Dio s'era inframmessa, e la cura di difenderli attribuita ai più potenti principi e baroni col titolo d'avvocati o di custodi; i quali, in premio di tal protezione o erano messi a parte della signoria, o venivano investiti di alcune ragioni utili insieme ed onorevoli. Questo nobile ufficio fu dai principi di Savoia largamente esercitato, nè fu disutile alla loro grandezza. Quindi aveano essi la guardia de' benefizi vacanti, e parte nella elezione de' vescovi, alcuni dei quali contribuivano una determinata somma alla camera del Conte a titolo di regalia per la morte del loro predecessore (1); che i conti di Savoia partecipassero alla elezione de' vescovi lo raccolgo da due ricordi, l'uno de' quali accenna, che il Conte s'era recato a Ginevra per l'elezione del vescovo; l'altro dice che il vescovo d'Aosta pagò lire otto di grossi tornesi a Giovanni Bonnivardi tesoriere del Conte nel 1327 per accordo fatto circa alla confermazione del suo vescovato (2).

La città di Belley, capitale della provincia di Bugey, che fin dal primo secolo della Monarchia di Savoia avea fatto parte de' suoi dominii, era signoreggiata dal vescovo. Ma il Conte vi teneva un governatore col titolo di guardiano.

In tale ufficio sedeva nel 1310 Pietro Albi di S. Genisio, il

---

(1) Nel conto dell'ospizio di Savoia d'Andreveto di Mommegliano, dopo di aver notato una somma riscossa da un vescovo, Andreveto soggiugne: dominus episcopus ipsas debebat domino comiti pro regalia quam debebat ratione mortis predecessoris sui. Pare che fosse una specie di placito della morte. Il conto è del 1315.

(2) r. a domino episcopo augustense pro quadam composicione facta cum domino super confirmacione episcopatus sui per manum domini Rodulphi prioris s. Bernardi 1327-29.

quale avea facoltà di levare per dritto di guardia da ogni maschio maggiore d'anni quattordici la somma annuale di 14 danari viennesi della moneta che correva nel 1279 (1).

XXIII. Costume ho fin dal principio chiamato certi dritti bizzari che sopra l'antica consuetudine meglio che sopra accordi appariscon fondati.

A Ciamberì la famiglia de' *Triveriis* era obbligata a fornire il Conte d'un somiere del valore di 30 soldi forti quando andava *cum armis* (2) in Lombardia; a Susa Iacopo Morelli era tenuto ad accomodar il suo sovrano d'un letto ben fornito quando passava in quella città (3).

Oltre a questi esempi ne riferirò ancora di due sorta; l'uno riguardante le spose, il quale forse era succeduto ad un dritto assai più antico e vergognoso. L'altro concernente la caccia degli animali selvaggi. Ogni sposa che fosse passata sul ponte di Cluses, nel Fossignì, dovea pagare vita naturale durante quattro danari o quattro pani del valore d'un danaro l'uno. Oltre a ciò levavansi 12 danari pel passaggio del suo corredo.

Similmente ogni sposa che passasse il pedaggio di Clées dovea pagare 12 grossi tornesi vecchi, e così un po' più che la tassa d'una balla di panni francesi (4).

Meglio poi, a significazione d'onore che ad utile, doveva attribuirsi il dritto che aveano i conti di Savoia sulla caccia degli orsi, dei cinghiali, delle camozze, de' daini, degli stambecchi, e fino de' falconi e degli astori.

D'ogni orso preso nelle valli di Lanzo, allora coperte di folte selve, era dovuto al Conte mezzo quartiere a Usseglio, sei coste a Coassolo, quattordici coste nel rimanente della Castellania (5).

---

(1) Conto di Pietro Albi *garderii civitatis bellicii* 1310.

(2) Conto della castellania di Ciamberì di Girino di s. Saforino 1336-37.

(3) Conto della castellania di Susa 1371-72. Arch. Cam.

(4) Conto già citato del pedaggio di Clées.

(5) Conto già citato di Merminodo Ruffo.

Nel distretto di Balon d'ogni orso o d'altra fiera uccisa levava il Conte le quattro zampe e le interiora; eccettuati i cinghiali di cui pigliava le zampe ed il capo, ch'ei dividea poscia coll'abate di Cheysiri (1). Nella castellania di Vinadio la sola caccia degli orsi era soggetta a tal dritto. Il Conte ne pigliava il capo (2). Nella castellania di S. Martino, dominio del principe d'Acaia, d'ogni camozza presa n'andava al signore un quartiere; d'ogni nidiata di astori un astore (3).

Non so per qual cagione sia rincresciuto a qualche terra l'esercizio di tale prerogativa. Il vero è, che ne' patti deditizii del comune di S. Paolo, che nel 1385 si recò volontario alla divozione del conte di Savoia e del principe d'Acaia, viene dichiarato espressamente, che i signori non potranno pretendere alcuna porzione degli animali selvatici che s'uccideranno, come orsi, cinghiali, capriole, camozze, ed altri tali (4).

XXIV. In ultimo luogo ci rimane a parlar de' sussidi, i quali, come il nome stesso c'insegna, non erano dal Conte imposti ma domandati, e dai nobili, dai prelati e dai comuni, separatamente e privatamente conceduti colla solita clausola in quanto ai sussidi straordinarii, che la concessione si facea *de gratia speciali*; parole che non significavano altro fuorchè esser quello un dono che non poteva trarsi a conseguenza (5). Imperocchè gran divario, correva

---

(1) Conto di Percivalle di Chissy castellano d'Aye Cluse e Ballon 1343-44.

(2) Conto già citato.

(3) De uno ancipitre r. de Guigone Chabrando pro una niata ancipitrum quam cepit idem Guigo apud vallem s. Martini super jurisdictione propria domini. Conto della chiavaria di val s. Martino.

In valle Suarenchie dominus percipit in omnibus feris que ibidem capiuntur a septem annis inferius quarterium a septem annis supra capit cornua sine quarterio. Conto del baliato d'Aosta 1318-19.

(4) Ha la data del 1.° d'aprile vigilia di Pasqua del 1385, e la dedizione fu fatta a Ripaglia da Lombardo Berardi e Guglielmo Seugnoreti nelle mani d'Ibleto sig. di Chalant capitano gen. del Piemonte. Arch. Camer.

(5) V. li documenti num. XIV. e XV.

allora per questo rispetto fra i tributi diretti e gl'indiretti; e dove quest'ultimi veniano a piacimento del Sovrano cresciuti od abbassati, ed anche talora s'introducean di nuovo, i primi rimaneano a quella misura a cui la consuetudine o gli accordi si avean posti, e quando senza il consentimento di chi dovea pagarli si fossero voluti alterare prendean nomi d'accatti e di maletolte, ed era tenuta opera non degna di principe buono.

Verò è, che in alcuni baliati essendosi introdotto ab antico l'uso d'imporre annualmente un tributo in danaro se ne continuava poi sempre di cheto la riscossione, ma il nome stesso di compianto, con cui veniva chiamato, dinota abbastanza quanto rincrescesse ai popoli (1).

Ma anche i tributi diretti, come a dir le gabelle, non potean variarsi o nuovamente introdursi se non da chi tenesse la vera suprema podestà. Onde ne' tempi più antichi, quand'era più florida in queste parti la maestà del romano impero, non altri che l'imperadore concedea facoltà d'ordinar tali gravezze, ed ancora nel 1291 Rodolfo re de' Romani concedette al conte del Genevese la facoltà di stabilire una nuova gravezza sopra il grano e sopra altre derrate che si estraevano dalla contea imponendogli l'obbligazione di salvar da ogni offesa e danno i mercatanti (2).

Ma sarà sempre un mirabile argomento dell'alta origine e dell'antica grandezza de' sovrani di Savoia il veder siccome essi, non per concessioni imperiali, ma per autorità propria fin dai primi tempi della loro dominazione, esercitarono il dritto regale della zecca e

(1) De XXV libr. r. de burgensibus Montismeliani de complanta domini facta hoc anno.
De C libr. r. de capitulo Bellicensi pro eodem

De VI^{xx} XVIII lib. r. de burgensibus Chamberiaci de summa septemviginti decem librar. pro eod. Conto della castellania di Mommegliano 1264.

De XL libr. r. de hominibus castellanie Bardi pro complaynta quam eis fecit dominus comes hoc anno. Conto della castellania di Bard 1287-88.

(2) Répertoire des titres appartenans aux Comtes de Genève. Arch. Cam.

quello d'imporre tributi. E nel 1359, quando Amedeo VI si fu risoluto di romper guerra a Iacopo principe d'Acaia e signor del Piemonte, suo cugino, fra le altre gravissime querele che move nella lettera con cui gli dichiarò le sue intenzioni, si lagna che il principe abbia osato riscuotere da' suoi sudditi una nuova tolta, ossia gabella, in un paese di cui non ha che l'utile dominio, mentre nel Conte solo risiede la vera sovranità (1).

Ma tornando ai sussidii, dico, che, quando il Conte n'abbisognava, ne facea la domanda per mezzo de' suoi balii consiglieri e castellani che si recavano nelle varie parti del suo dominio e ne trattavano co' prelati, co' nobili e co' probi uomini delle terre franche e delle villate, o vicinanze, delle quali il Conte era signore diretto. Dove è da avvertire, che per l'ordinario i religiosi ed i nobili non pagavano pe' fochi propri il sussidio quando aveano vassalli per cui pagavano. Accordate le condizioni del sussidio, il Conte pubblicava un ordine con cui le notificava a' suoi ufficiali, affinchè nel levarlo vi si conformassero. Queste e non altre erano le osservanze che si seguitavano allora nell'occasione del consentirsi il sussidio, e consentiasi, come si è detto, privatamente; separatamente senza solennità d'adunanze (2); infatti, poichè il conte Aimone fu nel 1329 pervenuto alla corona trovando l'erario vuoto, molte delle entrate impegnate, la sua Camera aggravata da debiti; e volendo perciò chiedere un sussidio che durasse cinque anni convocò in prima tutto il consiglio suo a Ciamberì pel dì sei di gennaio 1331. Fu deliberato nella consulta di domandare due danari per lira di tutte le cose comprate e vendute, e per un tal fine deputaronsi Pietro di Sallion balio del Chiablese, Guglielmo d'Arbignon, Rodolfo di Blonay, l'abate di S. Maurizio ed altri consiglieri del Conte, balii o castellani i quali recaronsi in diverse parti de' suoi dominii, ne

(1) Arch. Cam.
(2) V. i documenti num. XIV. e XV.

trattarono, e ne ottennero la concessione. Ma trascorso appena un anno si vide che quella forma di sussidio era soggetta a gravissimi inconvenienti; però messa di nuovo in consulta la cosa fu risoluto di cambiarlo in quattro danari grossi tornesi all'anno per foco. Mandaronsi attorno i deputati; s'ottenne il sussidio; si fe' la rassegna de' fuochi; ed il Conte pubblicò l'ordine di levarlo, mandando a' suoi ufficiali la nota de' fochi che lo dovean pagare sigillata col suo sigillo (1).

Questa tassa di quattro danari era solamente pe' fochi delle genti di campagna. Gli abitanti delle terre franche, come più ricchi, erano tassati assai più. Infatti, i borghesi di Ciamberì pagavano dieci danari ed un obolo di grossi tornesi per fuoco (2). I borghesi d'Yeune otto.

La terra di Ciamberì contava allora 435 fuochi; e 1444 erano fuor della terra nel distretto della castellania. Annoverando sei persone per fuoco, numero che non parrà troppo se si pon mente che ne' fuochi di cui si è fatta memoria non sono compresi quelli de' nobili che aveano parecchi vassalli e che pagavan per loro, nè le persone affatto miserabili che non avean casa nè foco, si vede che la popolazione della capitale della Savoia era di circa 2610 abitanti, e quella della castellania di 8664 (3).

---

(1) Lib. in expensis ballivi Chablasii d. Petri de Sallion d. Guillelmi de Arbigny et dom. Rodolphi de Blonay et ipsius dom. Guillelmi de Castellione cum XVII equis euncium apud s. Mauricium Sallionem et Contheyium pro ordinatione dicti subsidii. LXV sol. IX d. maur. lib. in expensis omnium pred. et d. abbatis s. Mauricii apud s. Brancherium pro ead. XLIII sol. maur. lib. in expensis ipsius dom. Guillelmi euntis apud Turrim Viviaci die martis XXI januarii a. M. CCC. XXXII ad ordinandum taxationem mutationis dicti subsidii pro illis de Turre et de Chastel et ab inde apud Villanovam pro eodem etc. Conto di Guglielmo di Castiglione ricevidor gener. del sussidio 1332 e seg.

(2) Solvente quolibet existente infra franchesiam et suburbia X denar. cum obolo grossor. turon. et quolibet existente extra franchesiam et suburbia quatuor denar. gross. tur. Conto del sussidio di Ciamberì di Filippo Provana.

(3) Conto di Guglielmo di Castiglione, cavaliere, ricevidor generale del sussidio concesso al Conte per un quinquennio 1332 e seg.

Conto di Iacopo de Bordellis castellano del Borghetto 1332.

Il sussidio era ripartito, come abbiam detto, per fochi, ma non ne segue tuttavia che ciascun foco pagasse la medesima quota; poichè nell'ordine di levarlo era sempre comandato che il ricco aiutasse il povero; cioè che chi avea maggiori facoltà aiutasse chi n'avea meno a pagar la sua quota; e si è già notato che col nome di povero non s'intendeano le persone affatto miserabili o inferme, o guaste di membra, nè le vedove ed i pupilli che erano sempre eccettuati (1).

Nel 1379 s'aggiunse, che l'aiuto che i ricchi dovean prestare ai poveri potesse triplicarne la quota e non più (2). Nel 1359 s'eccettuarono eziandio i borghesi, cioè gli abitatori d'una terra franca, che aveano vassalli in gran numero e doveano pagar per loro (3). Nel 1373 s'eccettuarono gli uomini de' banderesi e de' nobili che aveano accompagnato il Conte nelle guerre di Lombardia contra i Visconti, per le quali si concedeva il sussidio (4). Poscia, affine d'assettar le basi della riscossione, mandavansi attorno de' cherici i quali riconoscessero i fochi parrochia per parrochia (5). Ma più comunemente si stava, circa al loro numero, ed al nome, ed alle facoltà del capo di casa, alla giurata dichiarazione che ne faceano avanti ad un notaio, il parroco e quattro probi uomini (6).

S'introdussero poscia col valicar degli anni varie osservanze, secondo le quali i comuni minori si regolavano, circa la quantità

---

(1) Exceptis viduis claudis cecis et impotentibus. Conto del sussidio d'Acquabella di Francesco Bouczani 1373.

(2) Taliter quod per divites pauperes adjuventur; item quod summa plus solventium in quolibet termino quantitatem trium florenorum non excedat; item quod pauperes orphani, vidue et alie persone miserabiles nichil habentes nichil omnino solvant nec alii pro ipsis. Conto del sussidio di Chatelard en Bauges di Stefano de Balma 1379.

(3) Exceptis focis religiosorum nobilium et burgensium habentium homines in quantitate et solventium pro ipsis. Conto del sussidio di Miolans d'Anselmo signor di Miolans.

(4) Conto del sussidio del Borghetto 1373.

(5) Libr. Jacopo Vuycardi de s. Mauricio pro expensis suis eundo per castellanias Chablasii tam pro inquirendo numero focorum quam pro recuperando ipso subsidio per plures dies. III solid. gr. tur. Conto di Gugl. di Castiglione.

(6) Conto di Filippo de Poypon castellano di Miolans 1388.

del sussidio da concedersi, coll'esempio delle terre di maggior riguardo. Onde sul finir del secolo XIV, e sul cominciar del seguente, quando la terra d'Avigliana consentiva un sussidio di mille fiorini, altrettanto ne consentiano le terre di Rivoli e di Lanzo (1).

XXV. Ma passando alle varie spezie de' sussidii è da avvertire che altri erano ordinarii altri straordinarii. Gli ordinarii si pagavano per antichissima consuetudine quando il signore andava alla crociata; quand'era preso, pel suo riscatto; o in occasione del matrimonio della figliuola; o per la nuova milizia del figliuolo, cioè quando veniva armato cavaliere.

Gli straordinari si concedeano per la venuta dell'imperatore; in occasioni di guerra quando l'erario non bastava alle spese; per ricomperare rendite demaniali impegnate; quando il Conte o la Contessa intraprendeano un viaggio, e allora si chiamava *bien allea*; quando arrivavano e si chiamava *giocondo arrivo* (2); ben è vero che le due ultime specie di sussidii non erano, a quel che pare universali, ma dovuti solamente da certe persone; tale ancora era il tributo che pagavano fra gli altri gli abitanti di S. Morizio in Tarantasia e di Valdigna quando il Conte vi passava recandosi nella valle d'Aosta ad amministrar la giustizia (3).

Di sussidii straordinarii, e massime per occasioni di guerra, trovansi esempi nel secolo XIII (4); ma cominciarono ad esser

---

(1) V. il documento num. XV.

(2) De CCL libr. r. a seipsis in quibus tenebantur domino pro quarta parte mille librarum in quibus ipsi Martinus de Castelliono Martinus Alpherius et Jacobus de Verano tenebantur domino *pour la bien alea*. Conto d'Umberto e d'Antonio di Clermont 1302-1303.

In novembre del 1390 le Contesse di Savoia essendo venute di qua dai monti i comuni le fecero larghi presenti *pro ipsarum iucundo adventu*. La terra di Chieri donò loro 600 fiorini di picciol peso. La castellania di Lanzo 300 di b. p. Conto di Pietro Ducis segr. e tesoriere del Conte di Savoia.

(3) Conto di Guglielmo de Thorriaco cherico e familiare del Conte di Savoia 1351-52.

Que' di s. Maurizio pagavano in tale occasione 28 fiorini di buon peso. Conto dell'ospizio del Conte di Savoia d'Antonio Mayleti 1364-65.

(4) Id. reddit computum de XXII lib. X sol. forcium de auxilio facto domino comiti. Conto della castellania di Chatelard en Bauge 1283-84. Arch. Cam.

frequenti, anzi continui, dopo il regno d'Odoardo nel secolo seguente.

Nel giro de' tempi di cui parliamo non ebbe luogo nissuna crociata a cui il Conte di Savoia intervenisse; ma sibbene ha qualche somiglianza colle crociate la gloriosa spedizione intrapresa colle sole sue forze da Amedeo VI a difesa dell'impero d'Oriente, unico antemurale che rimanesse all'invilita Europa contro all'audacia, e diciam pure, contro al valore de' barbari. Ed infatti fu promossa, con sommo calore dai Sommi Pontefici, i quali in quella occasione come in molte altre, si dimostrarono liberalissimi difenditori della civiltà Europea, e fornirono quel gran principe d'ogni maniera d'aiuti affinchè potesse recar, come fece, a lodevole fine quell'alto e pietoso disegno. Perciò la S. Sede fu contenta ch'ei ricogliesse le decime de' beni ecclesiastici nelle varie diocesi del suo dominio, compresa quella di Ginevra, ed i sudditi del Conte gli concedettero due fiorini per foco (1).

De' conti di Savoia caduti per caso di guerra in poter de' nemici, sono dagli storici mentovati due soli, cioè Bonifacio nel secolo XIII, Odoardo nel secolo XIIII. Ma la prigionia di Bonifacio non è ben certa, nè si può accettar senza esame quanto ci narra a questo proposito il Guichenon. La prigionia poi d'Odoardo fu brevissima e quasi momentanea. Ad ogni modo non abbiam trovata memoria de' sussidii pagati pel riscatto di questi due principi. Ma sibbene si recava dal conto d'Umberto de Navi castellano d'Annessì, che essendo stato, in novembre del 1361, fatto prigione dalle compagnie degl'inglesi appresso alla terra di Lanzo, nel Canavese, Aimone primogenito del conte del Genevese con parecchi

---

De VII lib. XIIII sol. V den. obol. r. in castellania Boviciarum pro auxilio facto domino pro balistariis. Conto della stessa castellania nel 1285.

De LVI sol. VI denar. (mauris.) r. de communi Villenove ad pontem Vuriaci faciendum quos dederunt pro auxilio. Conto della castellania di Chillon 1257-58.

(1) Conto del sussidio di Ciamberi d'Aimone di Challant castellano di Ciamberi 1368. Conto del sussidio di s. Pier d'Albigni 1368.

gentiluomini del suo seguito, gli uomini della castellania d'Annessi contribuirono pel suo riscatto 1581 lira e 9 soldi genevesi di cui 12 soldi valeano un fiorino.

La concessione de' sussidii pel maritaggio delle figliuole era per avventura più frequente ne' castelli de' baroni, che nelle corti dei principi; e perciò forse non mi sono abbattuto a niuno di tali esempli ne' due secoli a cui si riduce il fine di questi discorsi, sebbene io sia persuaso che debba esservene stato più d'uno.

Nel 1404 fu conceduto un sussidio di 16 danari di grossi tornesi per foco, il ricco aiutando il povero, e deducendo il 10 per 100 pe' fuochi delle vedove e de' pupilli, e delle persone affatto miserabili, pel pagamento della dote di Bona di Savoia principessa d'Acaia (1).

È noto per gli scritti di La-Roque, di Ducange, di Lacurne de S.te Palaye e d'altri, di quanta importanza fosse il grado di cavalleria che si conferiva con religiosa cerimonia e con solenni apparati a' gentiluomini, che per bontà di costumi e per chiari fatti d'armi fossero saliti a sì alto pregio da esserne riputati capaci.

La ricchezza de' paramenti e delle robe di cui il novello cavaliere si dovea fornire, e i doni di che gli conveniva esser cortese, erano un dispendio superiore, per l'ordinario, alle forze d'un privato, onde più volte s'ha memoria che il conte di Savoia aiutava con generosa liberalità quelli che dovean salire ad onore di cavalleria (2).

Molto più grande dovea esser la spesa quando ne veniva decorato un principe, onde i sudditi e per significazion d'allegrezza, e per agevolargli il modo di far che la festa riuscisse così bella

(1) Conto del sussidio d'Annessi di P. de Monthon *domicello*.

(2) Lib. pro tribus purpuris pro novo milite CX solid. Conto di Bosone capellano del Conte di Savoia 1274.

Lib. apud Derlonteria barberio regis pro balneis quatuor novorum militum ibi adobatorum inclusis tribus solidis pro coopertaris dictorum balneorum XXIII sol. dictorum sterlingorum. Conto dell'ospizio di Savoia d'Ugo de Voyron 1292.

come si conveniva lo soccorreano con graziosi sussidii. Sul finir del 1353 dovendo esser creato cavaliere Amedeo VI conte di Savoia, fra i sovrani del suo tempo il più degno sicuramente di quell'onore, ebbe da' suoi sudditi un dono (1). Nel 1386 Amedeo VII, franco anch'egli e gentil cavaliere, ebbe per la medesima occasione un sussidio di mezzo fiorino antico di buon peso per foco (2).

Ma passando a trattare de' sussidii straordinarii, di cui, come si è veduto, varie molto e frequenti erano le occasioni; ne accenneremo alcuni conceduti dal regno d'Aimone in poi.

Si è già parlato di quello che fu consentito nel 1331 e che durò cinque anni, dopo il quale aveva intenzione il conte Aimone di non domandarne altri; ma fu dalle necessità de' tempi costretto a farlo; un sussidio ebbe da' suoi popoli Amedeo VI per pagar le somme che gli convenne promettere al re di Francia onde finir le differenze insorte per causa de' dritti che Giovanna duchessa di Brettagna si credeva d'avere alla successione del conte Odoardo (3); uno di quattro danari grossi tornesi per foco fu consentito per tre anni nel 1356 (4); un altro d'un fiorin d'oro per foco fu concesso nel 1359 per l'acquisto del paese di Vaud; un altro simile nel 1362 per le guerre di Piemonte; ed un altro per le guerre di Lombardia nel 1373 (5); un sussidio di tre fiorini vecchi per foco fu donato nel 1377 dai comuni del Piemonte, tanto della terra del Conte, che della terra del principe d'Acaia (6); uno nel 1379 di due fiorini vecchi per foco da pagarsi in due termini (7), un altro d'un fiorino di picciol peso nel 1387 per la guerra contro ai

(1) Conto del sussidio di Ciamberì di Guicciardo de Burgo *domicello*.
(2) Conto del sussidio di Miolans di Filippo de Poypon *domicello*.
(3) Conto della castellania di Chillon di Guglielmo di Mombello sig. d'Entremont 1347-48.
(4) Conto del sussidio di Conflans d'Oggero bastardo di Savoia.
(5) Conto del sussidio d'Acquabella di Francesco Bouczani.
(6) Conto degli eredi di Pietro Gerbais tesoriere generale 1376-1390.
(7) Conto del sussidio di Chatelard en Bauge di Stefano de Balma.

ribelli del Canavese detti Tuchini, e contro a Teodoro marchese di Monferrato (1), un sussidio ebbe nel 1390 Amedeo VII pel riscatto del castello di Corbieres; nove anni dopo levaronsi due fiorini di picciol peso per foco pel riscatto del Fossignì. Nell'anno medesimo un nuovo sussidio fu conceduto per la difesa del Piemonte minacciato dall'armi di Facino Cane. In tal occasione i borghesi di Ciamberì furono tassati due fiorini per foco, ma per sola dimostrazione, perocchè la vera ripartizione fu fatta secondo le facoltà di ciascuno da Giovanni Servagio cavaliere, dottor di leggi, presidente de'conti, il primo che si trovò ornato di tal titolo, e da un sindaco e due consiglieri del comune (2).

Ma l'amore de'sudditi si segnalò singolarmente colla prontezza di generosi aiuti nel 1381, quando Amedeo VI fatto arbitro di molti principi e di molte nazioni attendeva in Torino a trattar pace fra i genovesi ed i veneziani ed i loro aderenti. Si vide allora, come in altre occasioni, siccome tutto par facile ad un popolo che vien pasciuto di gloria; e quanta agevolezza porga all'adempimento d'ogni desiderio del principe, la celebrità di cui gode appresso alle nazioni straniere. Parecchie migliaia di fiorini d'oro furono contribuite in grazioso presente alla Camera (3).

Prima di chiudere questo discorso avvertiremo infine che non solo al Conte, ma certe volte al primogenito di lui fu conceduto qualche sussidio quando n'abbisognava per la difesa delle terre che gli erano dal padre assegnate in usufrutto; così Amedeo VII, che era chiamato prima che succedesse al padre *Amè Monseigneur*,

---

(1) Contra rebelles populares Canapicii et Theodorum de [illegible] March. Montisferrati. Conto del sussidio di Ciamberì di Bonifacio di Challant.

(2) Conto di [illegible] commissario e ricevitore del sussidio di Ciamberì.

(3) [illegible] ab hominibus et communitate [illegible] quos domino gratiose concesserunt pro parte expensarum suarum anno presenti factarum Thaurini ubi stetit pro tractatu pacis venetorum et januensium [illegible] XXVIII [illegible] Conto di Pietro [illegible] e tesoriere del Conte di Savoia 1381-82.

guerreggiando nel 1378 contro al signor di Belgioco, fu soccorso con un sussidio d'un fiorino della regina, uguale a dodici soldi gebennesi, per foco (1).

Soggiungeremo infine, che di alcune sorta di tasse che si ricoglievano in certi luoghi, non abbiam creduto di tener memoria in questo discorso, sia perchè erano costume singolari di qualche terra o castellania, sia perchè tenue ed incerto era il frutto che gittavano, sia finalmente perchè quando altri ne trovi ricordo potrà facilmente ridurla ad uno de' varii capi in cui fu per noi distinta la materia del presente discorso. Di tal fatta è l'obbligo di ferrar i cavalli del Conte a cui erano soggetti alcuni uomini della Tarantasia, obbligo che può riferirsi alle costume; di tal fatta è altresì la tassa che il castellano di Bussolino, in val di Susa, levava dagli uomini che attendeano a torniar scodelle nelle foreste del Conte, tassa che ciascun vede essere un compenso dell'uso del legname che ai medesimi si consentiva (2).

(1) Conto del sussidio di Samoens di Roberto di Menthon.

(2) Conti citati delle castellanie di Tarantasia, di Susa e di Bussolino.

	ERRORI	CORREZIONI
Pag. 8 lin. 8	ristretta la vendita	ristretta alla vendita
» 57 » 13	in moneta lire	in moneta corrente lire
» 63 » 7	nel 1569	nel 1369
» ivi » 21	nel 1354	nel 1384

DOCUMENTI INEDITI

DOCUMENTO N.° I.

Odoardo conte di Savoia conferma ed allarga ai borghesi di Tonone le antiche franchezze (2 *febbraio* 1324).

dai protocolli del notaio Reinaudi Arch. Cam.

Nos Odduardus comes ect. notum facimus ect. . . . item burgensibus nostris predictis concedimus imo a predecessoribus nostris concessum declaramus ut nullus de burgensibus loci predicti infra limites et terminos eiusdem pro delicto ibidem commisso per castellanos vel familiares nostros capi non possit nec debeat dummodo paratus fuerit cautionem ydoneam (dare) de stando iuri et cognitioni curie nostre super delicto nisi tale et tantum delictum diceretur commississe ex quo mors vel membrorum mutilatio deberet inferri. item volumus et eisdem burgensibus concedimus quod omnes et singuli burgenses et habitantes infra villam predictam tenentes et habentes pro tempore hospicium sive focum teneantur ad tuicionem et conservacionem dicte ville et inhabitantium ibidem et facere seu ministrare gaytias et exchargaytias prout ordinatio dicti loci successive occurrerit et exigerit secundum bonos mores loci predicti exceptis iudeis et lombardis nostris et aliis privilegiatis personis si et in quantum a nostris vel predecessoribus nostris privilegiati fuerint vel a iure; item volumus et eisdem burgensibus nostris concedimus quod anno quolibet mense augusti quod bannum venditionis vini ad nos tantum pertinet in loco predicto quod predicti burgenses possint in mense predicto in grosso vendere vina sua et alii emere ab eisdem et inde extrahere ita tamen quod nullus burgensis dicte ville vel quisquis alius possint vendere ad tabernam vina sua in suburbiis dicte ville et maxime circumcirca ecclesiam beate marie. excepto etiam quod aliquis vinum in grosso emptum et venditum in dicta villa non possit ad tabernam seu in minuto vendere apud tomisam vel alibi circumquaque dictam vil-

lam in loco eque proximo vel proximiori. item volumus et eisdem concedimus quod duo ex ipsis qui pro tempore fuerint in dicto loco sint de cetero liberi et immunes a cavalcatis exceptis iis qui eques nobis servire tenentur vel essent habiles et facultates haberent nos eques serviendi et exceptis quod a defensione terre nostre ipsos nollumus esse immunes. item volumus et eisdem concedimus quod quicumque apportaverit vinum infra dictam villam quod non excreverit infra fines et territorium dicte ville quod ipse solvendo pro quolibet modio vini quod ibidem fuerit apportatum quatuor solidos gebennenses syndicis dicte ville ad opus communis eiusdem ipsum possit vendere ibidem. alias vero ad ipsum apportandum vel vendendum ibidem minime admittatur. et hoc singulis annis per preconem publice preconisari et nunciari debet in loco predicto. mandantes ect. in quorum robur ect. datum in castro nostro chillionis die iovis secunda die mensis februarii anno a nativitate domini M. CCC. XXIIII.

N.° II.

Confermazione delle franchezze di S. Maurizio d'Agauno
(3 *febbrajo* 1324).

Dai protocolli Reinaudi.

Nos Edduardus comes sabaudie notum facimus ect. quod nos franchesias libertates et privilegia per predecessores nostros comites sabaudie universitati communitatis burgensium et proborum hominum ville s. mauricii agauni concessas et concessa approbamus ratificamus et confirmamus mandantes tenore presencium baillivo et iudici nostris chablasii et gebennesii nec non et castellano s. mauricii agauni ect. item cum dicta universitas nobis supplicaverit conquerendo quod castellani nostri s. mauricii tesas domorum ipsius ville s. mauricii vacancium et in quibus non habitatur nec fit ignis

levant et levare seu exigere nituntur contra antiquas consuetudines eorumdem nos declarando circa premissas consuetudines super scriptas volumus et ordinamus quod nulla levatio seu exactio tesarum (fiat) in dicta villa de domibus vacantibus vel in quibus habitatum non fuerit vel ignis factus per annum integrum ante tempus levationis seu exactionis tesarum vel et tempore exactionis seu levationis earumdem: quare nos tenore presencium ect. in cuius rei testimonium ect. datum chillioni die III mensis februarii anno a nativitate domini M. CCC. XXIIII.

N.° III.

Privilegi conceduti da Odoardo conte di Savoia ad alcuni giudei.
(17 *novembre* 1323)

Dai protocolli del not. Reinaudi Arch. Cam.

Nous Edduars contes de savoie. faisonz assavoir a touz ceus qui verront et orront cetes presentes letres que nous avons retenu et retenons en nostre sauvé garde et conduite vuiant de vesos xarasson de biauna maitre agin geandre doudit vuiant nostres iuis pour VIII ans comencier au iour de huy. cest assavoir le iedi a desezime (sic) iour de novembre continuement ensegans pour XVI florins dor de florence paier a nous chescon an en la feste de s. iean baptiste. et avons convenu avoi les diz iuis que nous ne le poons contrendre a payer devant le dit terme si ce nestoit de lor propre volonte. ne nous les deyons mettre en nulle contumace en nulle taille ne en nulle servitute ensemble noz autres iuis. et volons et autroyons au dit iuis que euz et lour megnies ensamble ou chescun par soy puissent demorer en nostre terre la ou il lour plaira puissent changier prester marchiander et fere totes autres negociations en la maniere qui euz lour plaira. et lour prometons de fere ioir de lour deptes parvez et cogneuz tant par lettres quant seins lettres

en la maniere que nous porrons plus fort es houz et es costumes que nos iuis en la conte de savoie ont acostome de fere et ioir et esplecier de tous les privileges et de totes les graces donnees et a doner a nos iuis de la conte de savoie . . . pour generalite ou pour especialite quil nous poirront mostrer par letres sielees par bonne memoire nostre chier pere mons. ame iadis conte de savoie ou confirmees de li ou de nous ect. donnees a s. georges desperanche le ieudi XVII iour de novembre M. CCC. XXIII.

N.° IV.

Donazione fatta dal vescovo di Torino al maestro de' tempieri dello spedale e della chiesetta di S. Egidio di Testona.
(Del fine del sec. XII o del principio del XIII, come si vede fra le altre cose, dalla forma della scrittura.)

Dall' arch. dell' arcivescovado di Torino.

In nomine sancte et individue trinitatis patris et filii et spiritus sancti. pastorale quod amministramus officium nos ammonet et hortatur voto et desiderio religiosarum et honestarum personarum libenter intendere et eorum commodis et utilitatibus paterno providere affectu. Inc est quod pro anime nostre et successorum nostrorum remedio nec non ad preces domini petri tituli s. cecilie cardinalis presbiteri et in lombardia legati donamus atque concedimus tibi al. magistro militie templi tuisque fratribus religiosis militibus hospitale situm iuxta pontem de testona quod temporibus nostris occasione guerre penitus destruebatur et in quo iam omnis hospitalitas et elymosina deperierat cum capella in honore s. egidii dedicata cum omnibus possessionibus et rebus predicto hospitali et ecclesie pontique iuste pertinentibus tam mobilibus quam immobilibus ut a modo iure perpetuo habeas potestatem ampliandi bedificandi et fruendi bonis eorum ad dei et templi servitium. ita tamen ut per te meliorentur et non peiorentur hospitale et ecclesia. atque

ex facultatibus predicti hospitalis et helemosinis ibidem pervenientibus tenearis pontem reficere. dominio eiusdem pontis nobis retento. et exinde persolvas per singulos annos unum optimum marabutinum in manu episcopi. Si vero episcopus non adesset super altare beati iohannis baptiste in presencia canonicorum taurinensium. et ista conditio ita districte facta est ut nullo pacto a dominicatu episcopi in alterius manus transferatur.

V.

Bonifacio marchese di Monferrato promette agli ambasciadori del comune di Genova di mantener la strada che da Asti conduce pel Monferrato a Torino. (1232 22 *novembre*).

Dal codice autentico delle convenzioni del comune di Genova posseduto dal marchese Massimiliano Spinola.

In nomine domini amen. anno eius millesimo ducentesimo trigesimo secundo indict. V. die lune decimo kalendas decembris. nos Bonifacius montisferrati marchio convenimus et promittimus vobis petro aurie et guillielmo pictavino ambaxatoribus comunis ianue recipientibus vice et nomine comunis ianue. quod salvabimus et custodiemus et defendemus stratam que ibit ab ast taurinum et a taurino in ast. per hec loca. videlicet per cunengum. remolfegnum. bonencum. coconatum. theonengum. trebleam castagnetum. sanctum rafeum. gaxanum. castilionem et per loca adiacentia et pertinentia predictis locis et omnes homines et res delatas et ipsam stratam in avere et in personis eundo stando et redeundo et defendere ab omni iniuria et fortia et super poita promittimus personas et res inde transeuntes. et hoc a posse et territorio astensi. usque ad posse et territorium taurinense. ubique infra posse et districtum utriusque civitatis. insuper promittimus vobis dicto nomine recipientibus. quod pro pedagio vel occasione pedagii nichil recipiemus.

neque capi faciemus. neque capi permittemus ultra solidos sex et dimidium iaune vel astenses per cargiam vel torsellum eundo vel redeundo a posse et territorio taurinensi usque ad posse et territorium de ast. et pro mulis et bestiis vacuis vel sine bastis. nichil capiemus. nec permittemus. item promittimus vobis dicto nomine quod nullam malam toltam vel malum usum imponemus. vel imponi faciemus neque capi permittemus ab aliquibus personis vel rebus transeuntibus per dictam stratam. vel aliquam super impositam. vel gravamen ultra dictam quantitatem pedagii suprascripti aliqua occasione vel ingenio. et stratam illam preparari et aptari faciemus in locis ubi fuerit utile et neccesse preparari et aptari. ad comodum transeuncium quociens opus erit. item promittimus vobis dicto nomine quod castellanos et nobiles viros per quorum posse et districtum ibit ipsa strata iuramento cogemus. quod ipsam stratam manutenebunt et defendent custodient et salvabunt. per se et homines suos et homines euntes et redeuntes per ipsam in personis et rebus. et quod iniuriam aliquam vel fortiam vel gravamen super impositam vel malam toltam usantiam malam non imponent neque imponi facient vel permittent. neque capi ect. actum sub macello de cocconato iuxta platheam mercati. testes interfuerunt ect.

item ibidem in predictorum presentia iuraverunt dare opem et consilium quod dictus marchio observet omnia suprascripta. videlicet dnus obertus de coconato. arditio de tohenengo. iacobo de sancto sebastiano. vercellinus de tohenengo. arditionus de aramengo. rainerius de s. sebastiano. guillelmus de cocconato. obertus de pallatio de montilio. obertinus de cocconato. iacobus de cocastello de montilio. manfredus de monaco de montilio. rainerius de cocconito. rubaldus de montilio.

ego rufinus arancabuscus not. palatinus interfui et iussu predicti marchionis sic scripsi.

VI.

Privilegi conceduti da Aimone ed Amedeo VI conti di Savoia alla compagnia de' mercatanti di Milano. (14 *giugno* 1336 ; 23 *maggio* 1347).

Da copia aut. del secolo XV che si conserva negli Archivi Camerali.

Nos Amedeus comes Sabaudie notum facimus universis presentibus et futuris quod ad nostram presentiam venientes dilecti nostri deralena de gerenzano et gabardolus de modottia sindici et procuratores comunitatis et universitatis mercatorum mediolani ut constat publico instrumento sigillo comunitatis mercatorum mediolani sigillato facto manu gaffaroli de boeto notarii filii domini fransy civitatis mediolani porte vercelline parrochie sancti petri inter vinerini signatusque una cum ipso notario per barentolum collionum notarium filium quondam domini guillelmi civitatis mediolani porte vercelline parrochie sancti petri aliuti sub anno a nativitate domini millesimo trecentesimo quadragesimo septimo indictione quintadecima die iovis vigesimo nono mensis marcii. nobis exibuerunt quasdam litteras inclite recordacionis domini aymonis comitis sabaudie domini et genitoris nostri carissimi et eius sigillo sigillatas quarum tenor sequitur in hec verba.

Nos Aymo comes Sabaudie notum facimus universis presentes litteras inspecturis quod nos promittimus vobis bertranno de solerio et contino de putheo sindicis comunitatis et universitatis mercatorum mediolani prout constat per publicum instrumentum sigillo comunis mediolani sigillatum stipulantibus et recipientibus nomine et vice mercatorum et comunitatis seu universitatis mercatorum qui nunc sunt et de cetero fuerint et comunis et cuiuslibet singularis persone civitatis et comunitatis mediolany et nunciorum et factorum et sociorum suorum seu ducentium ballas et mercandias et cuiuslibet eorum in solidum quod nos tenebimus et teneri faciemus

mercatoribus et personis predictis et cuilibet eorum totam terram et caminum que et quod est ab aqua de morgia que est inter contegium et sedunum veniendo per terram vel per aquam per aquanum et per civitatem gebennarum versus seyssellum et ultra usque ad flumen de sagona securam et censatam in securo conductu et guidagio ita et taliter quod in aliqua parte ipsius terre et camini a dicta aqua de morgia usque ad flumen sagone per terram et per aquam ut supra de die et de nocte in strata et extra stratam et ubique per totam nostram terram solvendo pedagia ordinata per malefactores aliquos nullus mercatorum nullave persona civitatis vel comunitatis mediolani nec aliqui eorum socy nuncy vel factorum vel mercatorum robabuntur stachabuntur iniuriabuntur nec eciam ipsi vel eorum aliqui offendentur in personis equis vel aliquibus rebus suis nec eis vel alicui ipsorum aliqua balla apperietur nec aliquid furabitur eundo nec redeundo nec stando sed deffendetur et . . . . . . et robari et stachari et iniuriari et saysiri prohibebuntur a nobis comite supra dicto in dictis partibus et qualibet earumdem et quod quantumque et quotienscumque contingat vel eorum aliquem robari stachari iniuriari vel offendi saysiri vel dampnificari vel eis furtum fieri in personis vel rebus promittimus vobis sindicis supradictis stipulantibus et recipientibus nomine quo supra valores rerum derobatarum et furatarum et dampnum totum resarcire ipsi persone que fuerit derobata sive cui furtum factum fuerit infra viginti dies proximos postquam nobis vel vices nostras gerenti hoc fuerit nunciatum per derobatum vel iniuriatum vel dampnificatum vel per aliquem eius nomine in pecunia numerata et quod de rebus furatis et derobatis et earum valore credemus soli sacramento illius ex predictis qui dicere voluerit se fuisse derobatum vel cui furtum factum fuisset absque alia probacione et quod eisdem mercatoribus et personis vel alicui earum de vettura seu mercede vel pencione conductorum mercium vel rerum aliquarum ultra consuetum in dictis partibus aufferri non permictemus nec permicti faciemus. item promictimus vobis predictis sindicis stipulantibus et

recipientibus nomine quo supra quod de quocumque ballarum conductore et de omni eo quod ab eodem conductore petetur in iudicio sive extra summariam faciemus vel fieri faciemus predictis et eorum cuilibet racionem ipsamet die qua questionem contigerit incohari in omnibus partibus conductus et guidagy supradicti. item promittimus vobis sindicis predictis stipulantibus et recipientibus nomine quo supra quod nullum filum othoni grossum nec ferreum nec aliquod ferramentum merceria non reputabitur nec de eis nisi quantum consuevit pedagium exigetur. item promittimus vobis predictis sindicis stip. et rec. ut supra quod nos faciemus et fieri faciemus quod in toto conductu et guidagio predictis de aliquo equo magno quem mercator equitaverit nullum pedagium pro nobis exigetur salvo si mercator roncinum equitandum habuerit et equitaret equum magnum pro defraudando et non solvendo pedagio et de hoc iuramento mercatoris credatur. item promittimus vobis sindicis pred. stip. et rec. nomine quo supra quod pro aliquo maleficio vel quasi maleficio alicuius conductoris vel persone alique balle equi vel res alie alicuius mercatoris vel persone non seysientur arrestabuntur occupabuntur vel aliqualiter impedientur et si contigerit quod quis res alicuius alterius mercatoris vel persone civitatis vel comunitatis mediolani pignoraret venderet vel aliqualiter alio modo super eis aliquis contractum inhiret seu faceret super eis vel de eis de hiis mercatori vel persone cuius forent vel eius legitimo nuncio quem sustinuissent vel in futurum sustinerent fieri faciemus summariam racionem. item promittimus vobis stipulantibus et recipientibus nomine quo supra quod causa alicuius iniurie que facta foret alicui subdicto distro vel feudatario in lombardia vel alibi vel racione seu occasione stipendii vel soldi alicuius persone que stetisset vel de cetero staret ad stipendium comitis mediolani aut alterius terre vel dominacionis aut pro aliqua iniuria que fieret vel facta foret per comune et homines mediolani vel per aliquos alios undecumque sint nec pro aliquibus aliis promissis vel conventis per comune et dominum mediolani nec pro aliqua concessione quam dive·

memorie dominus henricus olim imperator fecisset alicui persone seu domino. super dominio et comuni mediolani vel super comuni aliquo et persona terrarum lombardie seu per alium quemque vel que fieret in futurum vel alia quacumque de causa vel racione que dici vel excogitari posset vel pro aliquibus reprenssailliis contra cambiis vel concessionibus ullo tempore in partibus predictis dicti conductus et guidagii personas ballas equos vel res alicuius mercatoris nisi illius qui foret voluntario suo nomine obligatus ad predicta nos impediemus aut impediri permittemus nec arestabimus aut arestari faciemus nec saysiemus seu saysiri faciemus vel permittemus nec impedimentum aliquod in eis nec in eorum aliquo permittemus apponi modo aliquo nec aliqua racione vel causa. item promittimus vobis predictis sindicis stipul. et recip. nomine quo supra quod pro contractibus vel quasi delictis vel quasi aliquorum monetariorum qui monetam nostram facerent qui essent de mediolano vel alia parte lombardie aliquod impedimentum non inferemus ne inferri permittemus in personis aut rebus aliorum mercatorum vel civium mediolani vel alicuius eorum. item promittimus vobis sindicis predictis stipul. et recip. ut supra quod occasione aliquorum pedagiorum solutorum vel que de cetero solventur in civitate et comitatu mediolani vel in aliquibus terris lombardie vel in aliquibus aliis partibus per aliquos homines terrarum vel districtuum aut aliorum hominum feudatariorum nostrorum aut per aliquos alios quod mercatores aut homines mediolani aut districtus in aliquo non impedientur capientur seysientur aut impediri seysiri vel capi non permittemus nec aliqua alia racione vel causa molestabuntur nec detinebuntur in personis vel rebus suis nec molestari nec detineri permittemus. item promittimus vobis recipientibus nomine quo supra quod nullum aliud pedagium novum nec onus imponi nec exigi nec accipi faciemus nec permittemus in toto predicto nostro guidagio et conductu mercatoribus aut hominibus mediolani aut super eorum mercandiis vel rebus. et si quod pedagium vel onus de novo imponeretur vel exigeretur a predictis mercatoribus

mediolani ut supra illud nostris expensis sine ulla exceptione cessari et tolli faciemus et si contingeret ex eo aliquid exigi illud restituemus seu restitui faciemus illi vel illis a quibus vel a quo aliquid foret exactum. item promittimus vobis sindicis stipul. et recip. nomine quo supra dictos mercatores et homines mediolani et districtus censare in toto predicto conductu et guidagio et indempnes conservare et bona sua in quemlibet litis eventum a quacumque persona collegio et universitate terrarum nostri conductus et guidagii ab omni iniuria et iniustitia que dictis mercatoribus et personis et hominibus mediolani vel districtus vel alicui eorum vel rebus eorum aliqua racione vel causa que orta vel subsequta foret vel que de cetero orietur pro supradictis hominibus vel eorum aliquo inferrentur in iudicio vel extra iudicium per nos vel per subdictos nostros quoscumque donec per tres menses ante universitati mercatorum mediolani fuerit nunciatum nos ad predictam causam et defensionem et ad dictum guidagium et conductum nolle teneri. et si postea quomodocumque consenserimus quod balle et equi et res mercatorum et hominum predictorum per terram nostram conducantur omnia et singula in hiis litteris scripta et inserta in omnibus et per omnia innovata et de novo facta intelligantur et sint nisi alias ab hiis convenciones cum mercatoribus et hominibus mediolani contigerit fieri et innovari. item promittimus vobis ut supra stipul. et recip. quod omnes alie bone consuetudines observabuntur et adimplebuntur nec ullum pedagium vel onus aliquod augebitur vel imponetur in toto guidagio et conductu predictis. item promittimus vobis predictis sindicis stipul. et recip. ut supra quod si aliquis mercator vel civis aut nuncius seu factor cuiuscumque mercatorum vel civis mediolani aut comunitatis seu districtus mediolani depredaretur derobaretur aut iniuriaretur vel dampnum aliquod sustineret extra terram et conductum nostrum et dicti malefactores vel aliquis ipsorum reduceret se in terra seu districtu vel conductu nostris nos mercatori vel civi factori vel nuncio mercatoris vel civis sit de predicto iniuriato vel dampnum passo de

predatoribus iniuriantibus et dampnum factoribus faciemus et fieri faciemus summarie atque plenarie racione et iusticie complementum quequidem omnia facere promictimus occasione et causa pedagiorum qui solvi consueverunt et que quilibet mercator qui per predictas partes dicti conductus et guidagii irent solvere debeant ad grossos turonenses promittentes ut supra quod nos ubique conductus et guidagii predictorum ad turonenses grossos faciemus reduci que pedagia consueta per loca camini predicti comisimus certis comissariis nostris super hoc deputatis specialiter declarari et literam declaracionis huiusmodi ad opus dictorum mercatorum dari ad hoc quod que futurum in nullo valeant immutari. aliter autem ut intelliximus nisi omnia et singula in hiis contenta fecissemus mercatores et homines mediolani per predictas partes dicti conductus et guidagii venire non audebant. quapropter utilitatem nostram facere et procurare volentes. promittimus vobis predictis sindicis stipul. et recip. nomine quo supra supradicta omnia et singula attendere et observare et facere in toto guidagio et conductu predictis et contra predicta vel aliquod predictorum ullo tempore non facere vel venire per nos nec alios aliqua racione vel causa de iure vel de facto sub refectione et restitucione omnium et singulorum dampnorum et expensarum et interesse et obligacione bonorum nostrorum. propterea ad requisicionem et preces vestrum sindicorum predictorum volumus et concedimus per presentes quod omnes mercatores de venicia et omnes alii mercatores ytalici undecumque venire volentes per caminum nostrum predictum cum nunciis et factoribus suis et mercandiis eorum gaudeant et uti possint et intelligantur inclusi in conductu protectione guidagio et omnibus privilegiis supradictis. in quorum omnium robur presentes litteras sigilli nostri iussimus munimine roborari. datum chamberiaci die decimo quarto mensis iunii anno domini millesimo trecentesimo trigesimo sexto. quas litteras et contenta in ipsis per nos confirmari renovari et de novo concedi addi eciam que inferius continentur humiliter supplicarunt quorum supplicacionibus inclinati volentes

dicti nostri genitoris vestigiis inherere dictas literas et contenta in ipsis pro nobis et nostris successoribus dictis deralena et gabaillo stipulantibus et recipientibus nomine et ad opus dictorum mercatorum comunitatis et universitatis eorumdem qui nunc sunt et pro tempore fuerint et comunis et cuiuslibet singularis persone civitatis et comunitatis mediolani et nunciorum factorum et sociorum suorum seu ducentium ballas et mercandias cuiuslibet eorumdem confirmamus et de novo concedimus per presentes adicientes etiam ut dicti mercatores sua negocia possint sub nostri favoris suffragio felicius explicare. et eisdem concedentes quod ipsi et quilibet ipsorum per se suosque familiares et nuncios quandocumque sibi placuerit sub eisdem garda protectione guidagio et conductu promissionibus condicionibus atque pactis suas mercandias ducant ducere vehere seu duci et vehi facere possint et sibi liceat veniendo de mediolano in franciam a dicta aqua morgie que est inter contegium et sedunum per aquarium gebennas sayssellum sanctum germanum burgum in breyssia et ultra per terram nostram usque ad flumen sagone solvendo solita pedagia in locis consuetis secundum declaracionem per inclite recordacionis dominum et genitorem nostrum predictum olim factam et prout in eius litteris quas habent super hiis declaratur. et eodem modo si velint ducant et duci faciant atque vehi mercandias ante dictas sub garda et pactis antedictis a dicto flumine sagone per caminum chamberiaci maurienne motercinysium (*sic*) et ultra usque apud rippollas et per terram domini de chy̅ solvendo similiter pedagia consueta. dictam autem gardam et promissiones per totam terram nostram subdictorum nostrorum dumtaxat et volumus intelligimus extendi. item ne propter veytture deffectum sue mercandie et itinera valeant impediri volumus et concedimus eisdem quod si et quando in villis in quibus sue mercandie aptabuntur veytturam paratam non inveniant pro mercandiis eisdem quod eas vehi facere possint et sibi liceat per veytturerios qui prius adduxerint easdem pro salario quod inde deberent habere veytturerii ville (taliter veytturis deficientibus) si et prout de dictorum

mercatorum et primorum veyttureriorum processerit voluntate. item quod postquam eorum mercandie in locis seu villis singulis applicuerint illi de dita villa dictas mercandias vehent et vehere teneantur ulterius infra tres dies proximas et continuas die adventus ipsarum mercandiarum in ipsis tribus diebus computata. item eisdem concedimus quod in solucione pedagiorum gabellarum et tributorum aliorum et veyturarum unus florenus auri boni ponderis pro duodecim grossis turonensibus recipiatur ab ipsis. item quia multociens predicti mercatores suas mercandias de lombardie partibus apportando ad nundinas cabillonis et alias champagnie et francie partes longas veytturas faciant per quas veytturari suas mercandias de remotis partibus ad alia loca remota reddere conveniunt et portare volumus et eis concedimus quod hoc facere possint et sibi liceat nec in veytturis huiusmodi mercandiarum de lombardia venientium ipsos vel veyturerios suos volumus quomodolibet impediri quin ipsas mercandias ducant vehant duci et vehi faciant prout supra pedagia solvendo consueta. item volumus et ordinamus quod in villis singulis in quibus exonerabuntur seu dechargiabuntur ipse balle in quibus susta non est pro tenendis eisdem fiat susta sufficiens nostris sumptibus si nobis videbitur expedire in quibus poni valeant sine ignis periculo prout fieri poterit dicte balle ac eciam custodiri et pro ipsa susta unum denarium monete currentis in patria pro qualibet balla solvere teneatur. et si forte non faceremus ipsas sustas volumus et concedimus quod per gentes patrie fiant et fieri valeant suis propriis expensis et ille vel illi qui facient denarium percipiant supradictum. item volumus concedimus et promittimus eisdem quod occasione vel sub pretextu alicuius guerre que in posterum quod absit oriretur quomodocumque inter nos et nostros subdictos quoslibet et quascumque personas alias et dominos cuiuscumque status vel condicionis existant ipsos mercatores eorum familiares factores aut nuncios et socios quoscumque in personis bonis mercandiis et rebus aliis non impediemus per nos vel alios seu per alios patiemur vel sustinebimus quomolibet impediri sed

eos cum bonis et rebus ut supra per totam terram nostram guerra predicta non obstante salvos tenebimus et securos donec per tres menses antequam impedimentum sibi propter hoc inferetur mercatorum abbatibus vel in eorum hospiciis fuerit intimatum. que omnia et singula supradicta dictis procur. predictis nominibus bona fide promictimus actendere servare et complere cum effectu mandantes et precipientes tenore presentium universis et singulis. bailivis iudicibus castellanis pedagiatoribus vuicenariis ceterisque nostris officiariis fidelibus et subdictis quibuscumque quatenus predicta omnia et singula firmiter attendant et observent et per sibi subdictos faciant effectualiter observari per penarum imposiciones et modis aliis prout sibi videbitur opportunum et in nullo contra quomodolibet faciant vel attentent. itinera quod taliter quilibet in suo faciat officio parari et aptari quod mercandie dictorum mercatorum possint per ipsa itinera chireari et cum sibi subdictis incontinenti procurent taliter ordinare quod in locis singulis sibi provideant de curribus et quadrigis quod si et quando dictis mercatoribus placuerit quinquaginta ballas simul vehere valeant et portare sicut quolibet curruum et quadrigarum vel itinerum deffectu in suarum veyturis mercandiarum non impediantur quomodolibet vel turbentur. in quorum omnium firmitatem et testimonium presentes literas fecimus nostri sigilli munimine roborari. datum burgeti die XXIII mensis maii anno domini M. III^{c} XLVII.

Questo documento ch'io non ebbi comodità di trascrivere fu trascritto a mia preghiera dal signor Bonino segretario dell'Archivio Camerale; *uno dei migliori allievi che sieno usciti dalla scuola di paleografia.*

N.° VII.

Pedaggio di Mommegliano (1263).

Dal Conto di Goffredo d'Amasino castellano di Mommegliano. Arch. Camer.

. . . . . Dominus capit in qualibet grossa bestia honerata lana vel pellibus que vocantur agnines vulgariter duos solidos decem denarios et obulum vianensem. in bestia honerata fustanio vel pannis . . . sex solid. novem denarios et obulum.

in bestia honerata pannis de francia novem solidos novem danarios et obulum

in bestia honerata falcibus duos solidos tres danarios et obulum.

N.° VIII.

Pednggio di Rivoli (1265).

Dal Conto d'Umberto de Balma castellano di Rivoli. Arch. Camer.

(magnum pedagium) Dominus percipit in trossellis de pannis in quolibet pro parte castri VII denar. fortes

In trossellis de aliis rebus quibuscumque quatuor denarios fortes

(parvum pedagium) Dnus percipit in quolibet asino honerato blado vel sale obulum

in quolibet equo et mulo honerato sale vel blado I denarium

in duodena caseorum II denar.

in quolibet sero I den.

in quolibet bove vel vacca transeunte per villam ut vendatur I den.

in porco obul.

in quolibet trezenario ovium et mutonem mercatorum transeuntium ibidem XII den. fortes

in quolibet trescenario descendencium ad pascuandum VI den. fortium.

in terzenario ascendencium ad alpes VI den. fort.

a XV terzenariis usque ad XXV debet percipere dominus cum predictis unum arietem vel V solidos.

in qualibet carrata caseorum descendencium ab alpibus percipit duos caseos quos primo voluerit tangere pedagiator.

in quolibet equo transeunte ad vendendum XII denar. si equus valet C solid. fortes vel plus.

in carrata vini ad vendendum IIII dan. vien.

in carrata bladi IIII dan. vien.

in chargia coclearum LXIIII cochlearia.

in chargia brochetarum vel barletorum semel in anno unum brochetum vel unum barilletum.

in chargia ficuum quatuor libras ficuum.

in chargia amigdalarum IIII lib. amigdalarum.

in chargia datilorum IIII lib. datilor. vel XII den. fort.

in chargia de falcibus XII den. fortes.

in vezolio anguillarum X anguillas.

in uno centenario piscium siccorum unum piscem.

in chargia cendalium XII sol. vienn.

in balla calibis II den. vienn.

in uno centenario ferri III ob.

in chargia ferrorum ad equos et clavorum XII denar. vienn.

in mola lapidea II den.

N.° IX.

Pedaggio di Susa (1279)

Dal Conto di Bruneto ricevitore di quel pedaggio. Arch. Cam.

Levantur de quolibet trossello pannorum francie XXIII den. fort.
de chargia rerum collectarum citra rodanum XVI den. forc.
de chargia cendalorum et pannorum sirici unum cendale.
et sciendum quod astenses in secusia nullum pedagium debent.
et homines aquebelle et camere nullum pedagium debent.
et homines avillanie et ripolarum nullum pedagium.

N.° X.

Amedeo IV conte di Savoia concede varii privilegi alla comunità di Rivoli (*4 settembre* 1247)

Da un antico sommario in istampa, che si conserva nell'archivio della insigne terra di Rivoli.

Semper Dei nomen, et eius divinum auxilium in principio cuiuslibet facti est invocandum. et ideo in nomine Domini Nostri Iesu Christi Am. Ad omnes actus omniaque consilia progrediatur tanto liberalius est in subditos liberalitas et munificentia exercenda quanto pura fides, et corda fidelium versus dominos se exhibent promptiora cum itaque communitas Ripolarum milites et pedites universi, et singuli asserant et affirment se puro corde humili et devoto D. Amedeum Comitem Sabaudie, et in Italia Marchionem hic esse D. Ripolarum et in eo plenam plenissimam iurisdictionem (*habere*) etiam in eo magni modo (*sic*) principio isti humiliter supplicarunt ut privileggia in rebus et capitulis inferius denotatis ipsi communis et singulis de communi concedere de gratia speciali et benignitate sua

elargiri dignetur. dictus autem D. Comes Sabaudiae Amedeus in Italia Marchio de Chablaxio insuper tenens ducatum pro suo videns et cognoscens suorum fidelium predictorum petitionem iustam fore et iuri consentaneam respiciendo etiam ad eorum fidem sinceram et puram et ad ea servitia quae dicti de Ripolis, communiter et divisim et eorum haeredes ipsi D. Amedeo et eius heredibus et successoribus legittime ab eo descendentibus exhibere poterunt in futurum ad petitionem praedictae communitatis de Ripulis et singulorum de ipsi communi de gratia speciali proprio motu et benignitate pura per hoc praesens privileggy instrumentum pure libere et absolute per se suosque heredes ipsi communi et singulis de communi et eorum haeredibus concessit confirmavitque omnia et singula que inferius praesertim sunt notata. In primis videlicet quod aliquis de Ripolis oriundus vel habitator et de districtu finibus et territorio Ripolarum solvere non compellatur pedagium alicubi pertinens ad D. Comitem nunc vel in futurum vel ad eius haeredes imo ab eius exactione perpetuo sint immunes.

Item quod commune et homines Ripolarum habeant in futurum licentiam et liberam facultatem componendi et emendandi Ripolarum statuta et ponendi consules et credendarios et alios officiales sicut hactenus habuerunt super quibus et aliis communis pertinentibus castellanus qui pro tempore fuerit primo cum consulibus habere consilium teneatur circa predictorum ordinationem et ea vinculo iuramenti tenere toto tempore sue castellanie firmiter observare, et hoc locum habeat in omnibus castellanis.

Item quod quilibet homo de Ripulis vel extraneus possit facere testamentum sine scriptis vel per nuncupationem legitime tamen et secundum iura vel aliam dispositionem in sua ultima voluntate ita quod voluntas testatoris servetur vel alia ultima dispositio ab eo facta rerum suarum et morientibus ab intestato agnati et cognati proximiores in gradu eius successionem habeant si voluerint usque ad quartum gradum. ab inde vero inferius ab intestato morientium successsio ad Comitem devoluatur.

Item quod D. Comes infrascriptus et eorum heredes teneantur manutenere capitula communitatis Ripolarum et omnes bonas consuetudines ipsius loci per se suosque nuncios et castellanos in omnibus et per omnia.

Item teneatur D. Comes per se suosque heredes castellanos et nuncios hominibus Ripolarum manutenere et deffendere pedagia et molendina pascuaque communia que commune Ripolarum habere tenere consuevit et ei possidere permittat goldias percipere et habere.

Item teneatur D. Comes omnia banna seu precepta facta ab Episcopis seu castellanis usque ad diem martis decimam sextam mensis iulii proxime preteriti curente millesimo ducentesimo quadragesimo septimo pro cassis et inutilibus habere et valoris nullius et exinde alicui vel aliquibus rationem fieri non patiatur vel aliam cognitionem.

Item teneatur D. Comes ut si que discordie lites vel controversie (quod D. advertat) orirentur inter D. Comitem vel eius fratrem D. Thomaxium de caetero ex una parte et commune Taurini ex altera stare dicto et arbitrio in omnibus et per omnia communis Ripolarum.

Item quod D. Comes per se vel per suum nuncium castellanum vel alium teneatur non capere taleam aliquam vel fodrum a communi, seu hominibus Ripolarum perpetuo communiter vel divisim.

Item teneatur si aliquis homo de cetero fuerit conventus vel appellatus coram castellano Ripolarum vel eius iudice super aliqua re et reus sive conventus petitis acquieverit nullos ob hoc possit a partibus exigere iudicaturas.

Item teneatur D. Comes non pati vel sustinere quod aliquis de Ripulis vel districtu sit homo vel de caetero efficiatur alicuius alterius existentis in eodem loco poderio vel districtu vel in eius commandia, et qui contrafecerit ab utroque incurrat bannum librarum decem secus. et propterea contractum homagii, vel commandie faciat demoliri.

Item quod teneatur habere in Ripolis unum bonum iudicem et legalem qui causas coram eo ventilatas deffiniat accipiendo ab unaquaque parte pro quantitate rei petite nomine iudicaturam denarios duodecim pro libra et nihil ultra quarum iudicaturarum medietatem lite capiat contestata vel die sequenti. Reliquam medietatem tempore sententie ferende capiat nisi causa fuerit concordata et tunc sit contentus medietate prima. Salvis forensibus extraneis quibus diferre solutionem seu partem remittere non teneatur etiam si fuerint concordati et pro ista quantitate teneatur causas facere diffiniri eo salvo quod eius iudex de partium consensu a partibus possit si voluerit consiliaturas haberi dandas alteri sapienti si vero partes non consenserint et altera tantum voluerit expensis volentis habeat consilium cum iudice non suspecto et taliter causas coram se ventilatas determinari facere omnimode teneatur.

Item quod postquam pater vel fratres filiam maritaverint vel sororem et dotem ei solverint promissam vel conventam non patiantur ulterius vivente patre vel fratribus vel eorum masculis haeredibus quod aliquid petere possint exigere vel habere de predictorum bonis nisi forte eis foret datum relictum vel ordinatum ab aliquo predictorum heredumve suorum et illud tantum petere possit et nihil ultra.

Item his igitur pro dotis ut supra concessis et ordinatis suis fidelibus Ripolarum ad maiorem expressionem et ut firmius perpetuo observentur per se successoresque suos castellanos et nuntios ibidem pro eo commorantes vel eius heredes in dicto castro flexis genibus cordeque humili et devoto praedicta omnia et singula dictus D. Amedeus comes predicto communi Ripolarum et sindicis dicti communis Anselmo de Donnacita et Guliermetto de Serdio ibidem presentibus et stipulantibus predicti communis nomine tactis Sanctis Dei Evangeliis corporaliter manu propria attendere tenere et observare per se et suos heredes perpetuo et non contravenire de iure vel de facto promisit atque

iuravit sub omnium bonorum suorum obligatione precipiendo hoc presens privilegij instrumentum ad maiorem notitiam evidentiam et firmitatem et ut maior fides adhibeatur predictis suo proprio sigillo muniri. Actum fuit hoc in recepto Castri Ripolarum: testes autem qui interfuere predictis sunt hij D. Jacobus venerabilis abbas Secusie D. Umbertus de Monte Meliano D. Gulielmus Rivoyra Miles isti D. Comiti. D. Gilleta sescalus Magister Andreas Phisicus D. Petrus de Tonetto Humbertus eius filius Magister Petrus Phisicus provincialis et mulcti alii. Facta autem sunt hec millesimo ducentesimo quadragesimo septimo curente indictione quinta quarto die septembris.

Ego Iacobus Cornalla notarius civis Taurinensis hoc presens privilegij instrumentum abbreviatum a Dulcio Lentrua notario Ripolarum qui mihi eum dedit ad scribendum eius mandato precepto et voluntate complevi et scripsi.

Ego Dulcius Lentrua sacri palatij notarius Ripolarum hoc presens instrumentum a me abbreviatum Iacobo Cornalla notario loci suprascripti ad scribendum dedi et me subscripsi.

N.° XI.

Ordini d'Amedeo VII in fatto di monete (23 *febbraio* 1391).

Dall'Archivio Camerale.

Nos Amedeus comes sabaudie dux chablaisii et auguste in ytalia marchio et princeps ad eternam rei memoriam noverit tam presens etas quam successura posteritas quod nos ad conservacionem et augumentum nostre rei publice et ut populi nobis suppositi de bono in melius conquiesquiant probitatem legalitatem et industriam expertam dilecti nostri magistri iohanneti de reczeto de montecalerio sicut et convenit attendentes et tenentes indubie quod per ipsius magistri iohanneti providentiam modestam monete nostre auri et argenti ad exaltacionem nostri nominis et honoris grata poterunt favente domino suscipere incrementa ipsum magistrum iohannetum deliberato animo et certa scientia nostra facimus constituimus creamus et tenore presentium ordinamus magistrum monetarum nostrarum auri et argenti cudendarum fiendarum et fabricandarum in villa nostra avillanie a die vicesima tercia mensis huius inposterum dum bene fecerit et nostre fuerit voluntatis sub legibus remediis ponderibus bratzagiis carateribus ordinibus dominiis et aliis condicionibus auctoritatibus et formis inferius declaratis et sub libertatibus immunitatibus et franchisiis similibus quibus ex concessione nostra et predecessorum nostrorum comitum magistri monetarum nostrarum et ipsorum familiares et nuncii usi et uti fuerunt hactenus consueti. in primis quod ipse magister iohannetus per eius monetarios et operarios teneatur et debeat facere cudere et fabricare cudique et fabricari facere denarios auri qui appellentur scuti sabaudie. ad cuneum armorum nostrorum sub tali impressura et caratere. videlicet quod ab una parte dictorum denariorum scutorum sit flavellum nostrum et subtus flavellum nostrum scutum armorum nostrorum et circumcirca inter singulos duos medios com-

passus nodus noster et de supra in coronacione dictorum denariorum circumcirca sit descriptum incipiendo in summitate flavelli Amedeus dei gratia comes sabaudie. et in alia parte dictorum denariorum erit crux sancti mauritii. in medio quatuor dimidiorum compassuum et circumcirca erit descriptum incipiendo in summitate ubi erit una modica stella cum quinque radiis dux chablaisii et auguste in ytalia marchio et princeps. quiquidem denarii scuti sint de sexaginta uno denariis pro qualibet marcha de troyes ad viginti tres caratos et tres quartos carati auri fini et habeant de remedio in pondere duodecem granos et de lege octavam partem carati. et si forte remedia reperiantur tam in pondere quam in lege quando examen seu (*essay*) boistie fiet per dictum magistrum que remedia nobis pertineant. et capiemus pro dominio seu nostra seignoria pro qualibet marcha auri fini quindecim denarios gros de operagio quod fiet citra montes et dabit prefatus magister mercatoribus de moneta auri predicta sexaginta denarios et tercium unius denarii auri predicti pro qualibet marcha auri fini ad legem dictorum denariorum auri et reponetur in boistia de auro quod cudetur pro singulis decem marchis unus denarius auri predicti et de minori quantitate ad ratam et pro rata garda noster scindet unam petiam et ponet in boistia et dictus garda noster semper esse debeat ad fondendum aurum quando dictus magister fondet seu *fondra* illud et debeat dictus garda ponderare aurum et providere quod una petia plus non ponderet nec sit forcior quam alia ad iustius quod fieri poterit. qui denarii facti habebunt cursum et implicabuntur pro decem octo denariis gros torneys. item faciet et facere teneatur dictus magister iohannetus denarios gros de octo solidis in pondere pro singula marcha ad marcham de troyes et ad undecim denarios argenti nostri. et habebunt de remedio pro marcha in pondere dimidium denarium gros et capiemus pro seignoria nostra pro qualibet marcha dictorum denariorum unum denarium tres quas gros. et dabit dictus magister mercatoribus pro qualibet marcha argenti nostri ad duodecem denarios ad marcham

de troyes octo florenos et tres denarios gros computatis duodecem denariis gros pro quolibet floreno et dictam monetam fieri faciet atque cudi ut iustius fieri poterit. sic quod unus denarius alterum in pondere non excedat. faciet eciam cudi et fabricari facere tenetur magister iohannetus denarios qui dimidii grossi sabaudie vocabuntur ad novem solidos et septem denarios in pondere ad marcham de troyes et ad sex denarios duodecem granos argenti nostri in lege et habebunt de remedio in lege pro marcha duos granos et in pondere pro marcha unum denarium ex dimidiis grossis predictis et capiemus pro dominio nostro unum denarium gros pro marcha et dabit dictus magister mercatoribus octo florenos duos denarios gros de argento nostro sicut supra admoderato ad legem dittorum dimidiorum grossorum. idem faciet dittus magister denarios qui quarti vocabuntur ad duodecem solidos otto denarios in pondere pro marcha de troyes et ad quatuor denarios sex granos de lege pro marcha de troyes et habebunt de remedio in lege pro marcha duos granos et in pondere pro marcha unum denarium quart et capiemus pro dominio nostro pro qualibet marcha dictorum denariorum quartorum dimidium denarium gros et dabit magister mercatoribus pro marcha argenti nostri ad pondus de troyes admoderati ad legem dittorum denariorum quartorum otto florenos computatis duodecem denariis gros pro quolibet floreno dicte monete. item faciet cudi et fabricari denarios fortes nigros ad octo denarios fortes pro quolibet grosso ad sexdecem solidos octo denarios in pondere pro qualibet marcha de troyes et ad duos denarios sexdecem granos in lege pro marcha de troyes argenti nostri et habebunt de remedio in lege pro marcha duos granos et in pondere pro marcha duos denarios fortes. et capiemus pro iure seignorie nostre pro marcha decem denarios fortes et dabit dictus magister mercatoribus pro marcha argenti nostri admoderati ad legem dictorum denariorum forcium octo florenos dicte monete. item fient eciam denarii albi ad duodecem denarios pro uno grosso de viginti quatuor solidis sex denariis pro marcha de troyes

et ad duos denarios duodecim granos de lege argenti nostri et habebunt de remedio in lege duos granos et in pondere pro marcha duos denarios blanchantes et nos capiemus pro seignoria nostra pro qualibet marcha dictorum blanchantorum unum denarium grossum et dabit idem magister mercatoribus pro qualibet marcha argenti nostri admoderata ad legem dictorum denariorum octo florenos pro marcha ad pondus de troyes. item quod omnia remedia que reperientur in monetis nostris predictis tam auri quam argenti faciendo examinaciones seu *les essais* monetarum positarum in boistis nobis pertineant de pleno iure. item volumus et tenore presencium ordinamus quod omnes monete argenti predicte fiant cudantur et fabricentur ad cuneum impressuram signum et caraterem monetarum nostrarum argenti novissime statutarum excepto signo magistri et quod ipse monete habeant eundem cursum et misam et implicentur sicut monete nostre suprascripte. item eciam ponatur in dicta boistia de auro pro singulis decem marchis una pecia dittorum denariorum auri prout supra scribitur et consimiliter fiat de denariis grossis sicut de auro ac eciam de dimidiis denariis grossis fiat sicut de denariis grossis et auro et de ceteris monetis ponatur in ditta boistia de singulis quinque marchis unus denarius et ad quantitatem minorem scindat garda unam partem dittorum denariorum. item volumus ac eciam ordinamus quod dilectus aresminus provane generalis monetarum nostrarum magister possit et debeat et ad eum pertineat ordinare et constituere et confestim constituat unam discretam et sufficientem personam que sciat factum et artem monetarum. que visitet monetas nostras et inspiciat qualiter ipse magister monetarii et operarii in regimine monetarum nostrarum pro tempore se habebunt. que eciam totis viribus ne billioni extra terram nostram per aliquem deportentur provideat et que visitet nundenas mercatos pontes portus districtus et passagia per quos billioni extra terram nostram possent portari cui magistri monetarum nostrarum pro suis expensis et labore teneantur dare pro singulis marchis monete argenti quam ut supra cudi fa-

ciemus unum denarium fortem. et pro singulis marchis auri duos denarios fortes quique eciam fideliter advideat ne in foris vel mercatis false monete capiantur vel quomolibet implicentur. item quod garda noster et dictarum monetarum scribat et scribere teneatur in suis memorialibus ac registris annum diem et quantitatem expedicionum et quot pecie reponantur in boistia sive sit in auro sive in argento et quot etiam marche auri vel argenti suo tempore contingerit expediri. item quod dictus garda noster diligenter et solicite advideat ne dictus magister tradat aliquam summam vel quantitatem auri vel argenti quin ipse custos sciat pondus quantitatem et summam eorum que monetariis expedientur atque tradentur. Quodque dicti monetarii non audeant vel presumant sub pena corporum suorum capere nec tradere argentum dicto magistro nisi vocati et presente dicto custode nec dictus magister illum recipere audeat vel presumat et quod dictus garda semper debeat esse presens quotiescumque operarii reddent breves suos dicto magistro nec audeat vel presumat ipse custos locum aut villam absentare ubi monete nostre fabricabuntur ut supra sed ibi debeat continue residere dum operarii et monetarii dictarum monetarum ibidem operabuntur. item quod dictus garda habeat unam bonam archam fortem anterius et posterius bene ferratam in qua sint due sere et due claves fortes et bene composite verumptamen dissimiles et difformes quas claves nulli debeat expedire vel aliter commendare in qua archa reponatur boistia monete una cum cuneis eiusdem monete et sic dicta archa infra magisteriam prefati magistri iohanneti adeo ne dictus magister possit dicere quod in dictis monetis fuerit factum aliquid novitatis. et provideat ipse custos ne dicta boistia apperiatur sed quandocumque ipse faciet expedicionem aliquam quod ipse immittat per foramen argentum et aurum quod tunc fuerit expeditum et sigillet ipse garda vel claudat cum bonis clavibus illud foramen ad finem quod nullus possit dolum vel fraudem committere nec in dicta boistia aliquid immittere vel ex ea aliquid extrahere. item quod si contingat dictum gardam

quocumque casu extra locum accedere. quod licet boistia sit in archa ipse sigillet boistiam desuper unam de clavibus boistie ad finem quod ipse garda agnoscere possit. si aliquid esset ibidem novi factum. Item quod ipse garda provideat ne in dicta boistia ponatur aliquid nisi de moneta que fabricata fuerit illa die et quod in dicta boistia sint tres claves dissimiles et difformes quarum unam custodiamus nos vel quem deputabimus aliam dictus magister generalis et reliquam dictus magister debeat custodire. item quod dictus garda teneatur fideliter custodire dictos ferros prout est hactenus fieri consuetum. item quod dictus custos faciat et facere teneatur fieri solucionem et expediri mercatores quemlibet in ordine papiri de billiono quem ad monetam adduxerint et quod nulla sit personarum acceptio quin omnes et singuli secundum prius et posterius in suo ordine expedicionem debitam consequantur. et est sciendum quod argentum nostrum vocatum argentum comitis et argentum vocatum argentum le roy sunt eiusdem legis. item quod dictus aresminus provane magister generalis monetarum nostrarum teneatur, et debeat visitare monetas nostras quater quolibet anno et facere examina et providere pro posse ne committantur ibidem quevis fraudes. et pro pena et labore suo capere debeat singulis annis. pro eius salario et labore. octies viginti florenos auri parvi ponderis. quod salarium magistri monetarum nostrarum tam citra quam ultra montes quilibet pro parte media sibi satisfacere teneatur nomine nostro de emolumentis et exitibus nobis obvenientibus de et occasione iurisdicionis et seignorie nostre predicte. et nos ipsos octies viginti florenos auri habitos a dicto aresmino in prima solucione cum copia presencium litera de recepta et in singulis aliis solucionibus dumtaxat litera de recepta in tradendo primo et sequentibus computis sine difficultate qualibet precipimus allocari. item volumus quod quando et quocienscunque nobis vel generali magistro nostrarum monetarum placebit facere examinationes boistiarum monetarum predictarum tam auri quam argenti quod talis examinatio fiat per homines per nos ad hoc commissos et iuratos

probos et idoneos non suspectos in arte monetarum expertos quorum proborum expertorum non suspectorum habita relacione fiat absolvendo vel condempnando iusticie complementum quasquidem monetas nostras auri et argenti et omnia et singula suprascripta promisit prefatus magister iohannetus de reczeto ad sancta dei evangelia sub suorum bonorum obligacione quorumcumque. que omnia nobis propter hoc supposuit et submisit bene et fideliter regere custodire gubernare cudique operari et fabricari facere sub legibus ponderibus braczagiis remediis caractis modis formis condicionibus et statutis superius expressatis. iura nostra perquirere diligenter et servare. neminem dicti officii pretextu indebite opprimere vel gravare nobis fidelis et legalis existere statum et honorem nostrum fideliter conservare. utilia procurare inutilia evitare et alia omnia singula facere et fideliter exercere que dicto officio pertinent et incumbunt odio favore timore sepositis et alio quolibet inhonesto sub penis tam iure scripto quam non scripto super hiis cautis capitulis et statutis. mandantes et precipientes expresse universis et singulis officiariis iusticiariis fidelibus et subditis nostris presentibus et futuris vel eorum loca tenentibus quatenus predicta omnia et singula teneant ac actendant firmiter et observent in nullo contrafaciant vel opponant sed quoscumque mercatores et billionos ad dictas monetas nostras portantes salvos teneant et securos eos per loca castra passus et districtus nostros et suos ire redire stare morari conversari paciffice faciant et permittant sine solucione vel peticione alicuius pedagii dacii vel gabelle et de salvis et securis conductibus eisdem faciant quocienscumque sibi opus fuerit officialiter provideri privilegiaque et libertates immunitates et franchisias eis datas et concessas per nos et antecessores nostros magistris monetarum monetariis et operariis ipsorumque familiaribus et nunciis manuteneant et deffendant. datum ypporegie die vicesima tercia februarii anno domini millesimo tercentesimo nonagesimo primo. per dominum. presentibus dominis. episcopo mauriane. otthone de grandissono. de fromento. iohanne de corgerono. iohanne de conflens. sancti mauricii. et ieronimo de balardis. reddantur litere portatori michael de corso.

N.° XII.

Ricognizione delle ragioni della mistralia di Chambuerc (1209)

Dagli Arch. Camer.

Thomas comes maurienne et marchio in ytalia et anselmus de sancto reneberto atque guido altecumbe dicti abbates. universis Xpi fidelibus ad quos littere iste pervenerint. rei geste noticiam anno ab incarnatione domini millesimo ducentesimo nono in claustro yenne. petrus de sasel vicecomes de novaleysi. berlio de chambuerc. guido de gerbays. guifredus de capilluto. et bernardus iacobi nepos eius. burno de submonte. boso de gerbays. iurati recognoverunt ministraliam de chambuerc a fossato de malvant usque ad lacum et usque saveriam a supercilio montis catti usque ad rodanum infra terminos istos ad quamcumque villam venire contigerit ministriales pro negocio comitis vel terre. tam de hominibus comitis quam de aliis expensas sumere possunt. habent etiam in chavannaria des mavini duas gerbas. de manso bernardi rufi quatuor. ad iungey del gaet quatuor. ad billema in manso de lescumbes quatuor. in chavannaria, richardi de via duas. in manso ecclesie quatuor. in manso aduaschet quatuor. in manso del molar quatuor. in chavannaria iohannis de balma duas. arcoleres in terra canonicorum quatuor. in tota terra de fistiley quatuor. apud sanctum paulum in tenemento uboudi quatuor. ad centaneu XII. ad novelles quatuor. in manso de vivers quatuor. ad mareu in manso de bussum quatuor. in manso ad beruars et freschet quatuor. ad vertemays in manso del coster quatuor. in manso de norey quatuor. in manso del loustrum quatuor. in manso de petro quatuor. in illo de lacumba quatuor. alkamblayuns quatuor. in tenemento andrin et iohannis comet duas. in chavannaria de verdans duas. in manso de voluins quatuor. in manso de tochisvam quatuor. in manso poncier del vilar quinque. ad chavalins duas. a bresseu unas. ad cho-

esches duas. apud sanctum petrum in manso alberti et giroldi guilum quatuor. in chavannaria daucey duas. lidurant elyciminen duas. in chavannaria del molar duas. fabri de brusi quatuor. iacelmus et si pareret quatuor. panes. menb.[ra]. galline. pulli. taschie. banni. quinque solidorum et infra ministrialium sint. de quibus debent habere pueri comitis transeuntes expensas et subculares et caligas si non habuerint. de magnis placitis debent levare ad opus comitis bona fide. postea comitisse. deinde vicecomitis demum placitum suum non tamen secundum tertiam vel quartam partem sed rationabiliter et mensurate. terram comitis debeat dare in alberiamentum et postea ipsi ostendere et si comiti non placuerit alberiamentum licet mutare. avenarias alias vel gerbarias non habent in terra per violenciam nisi gratis homines ipsis dare voluerint. adventicy si infra annum et diem non acceperint alberiamentum vel dūm fecerint alium comitis erunt. si interim mori contigerit aliquem ex ipsis nisi aliquid alicui dederit vel helemosina fecerit. res mortui comitis erunt. in villa yenne mitti pignora secundum quod vendi possunt et servari a creditoribus usque ad decimam quartam diem et postea possint vendi nisi spontanea voluntate serventur a creditoribus. si vendiderint pignora bona fide id faciant. si plus acceperint reddant dominis pignorum. si minus reddatur ipsis. mulas vel mulos. equos asinos et onoriferas (*sic*) bestias per violentiam non debent capere ab hominibus yenne nec ab aliis omni tempore. annone comitis a debitoribus reddantur yenne. vinum deferant ministriales ubi voluerit comes. nec tamen vim alicui faciant bestiarum tam pro vino quam pro alio negocio suo. castellani de petra castri nullam debent exercere iurisdictionem vel dominium in mestralia de chambuerc. altera pars servatur in altacumba.

N.° XIII.

Amedeo V riceve nella sua salvaguardia Pietro e Giordano fratelli de Sade (31 *dicembre* 1322)

Dai protocolli del notaio Reinaudi Arch. Cam.

Nos Amedeus comes sabaudie notum facimus universis quod nos pro nobis et nostris successoribus recipimus et retinemus in nostra salvaguarda vero guidagio et conductu petrum et iordanum de sado fratres de avignono mercatores eorumque filios et familiares in perpetuum cum rebus bonis iuribus et merchandiis suis omnibus veniendo eundo stando conversando redeundo et contrahendo mercandias et quecumque alia dum tamen licite faciendo per totam terram iurisdictionem et baroniam nostram et hoc pro una libra piperis singulis annis in festo s. michaelis pro dicta garda persolvenda castellano nostro avilliane ect. solvendo pedagia et usagia consueta. mandantes et precipientes omnibus et singulis vicariis baillivis iudicibus castellanis rectoribus officialibus subditis et fidelibus nostris quibuscumque amicos et caros et devotos nostros ubilibet deprecando quod petrum et iordanum predictos liberos et familiares eorum ut supra gardearios nostros cum bonis et rebus mercandiis et familiaribus eorumdem conservent et conducant et manuteneant contra omnes ab omni vi et violentia ect. non obstantibus guerris cambiis represaliis nec obstantibus quibuscumque. dat. apud rippolas die XXXI mensis decembris anno domini M. CCC. XXII.

N.° XIV.

Amedeo VII dichiara che il sussidio stracrdinario che gli fu concesso dagli uomini della terra chiusa di Lanzo non si trarrà a conseguenza (29 *agosto* 1390).

Dal registro intitolato *liber franchisiarum comunis lancei* dell'Archivio del capitolo della Metropolitana di Torino.

Nos Amedeus comes sabaudie notum facimus universis quod cum dilecti fideles nostri homines comunitatis et universitatis loci nostri lancei infra menia dicti loci commorantes nobis concesserint certam florenorum summam graciose munere noviter nobis facto hinc est quod nos ad ipsorum burgensium nostrorum requisicionem instantem dictis burgensibus graciose concedimus et largimur dictam donacionem et concessionem eis in posterum nocere non posse nec ad aliquam adversam consequenciam posse trahi. quoniam ipsum munus fatemur nobis factum fuisse per eos non ex debito sed ex gratia speciali. datum yporegie die XXIX augusti anno domini M. CCC. XC. per dominum relatione domini episcopi morianensis.

N.° XV.

Lettera d'Ibleto di Challant capitano e luogotenente generale di quà dai monti al conte di Savoia, sopra le antiche osservanze in materia di sussidii. (4 *dicembre* 1408)

Dal registro precitato dell'Archivio Capitolare della Metropolitana.

Au conte de Savoie mon tres redoubte seigneur. mon tres redoubte seigneur. je me recomande a vous si tres humblement et de cuer comme je puis. mon tres redoubte seigneur plese vous savoyr che (*sic*) de dons que lon a acoustume de fere au pays de pardeca a mes tres redoubtes seigneurs vos predecessours et vous aussi la coustume est celle qui sensuit. Primierement que quand ceulx d'Avillane donnent trois mille florins les abbayes de s.[t] Michiel de l'Estoyle et de Suyse en payent II[m] et ceulx d'Avil-

liane mille. et ceulx de Rivolles. tant comme ceulx d'Avilliane et Lans tant comme ceulx de Rivolles. et Ciriay. Caselles. et saint Muris tant comme ceulx de Lans. Bien est voirs (*sic*) mon tres redoubte seigneur quaucuns fors ceux de Lans en cas de necessite si ont contribue et donnee a ma requeste au nom de vous et de leur bonne voluntee plus gran quantite quil ne devoient per vertu de la coustume dessusdite. et en ce faisant je lour ay promis quil ne lour torneroit point a prejudice. la quel chouse de surplus mon tres redoubte seigneur lon lour vont acostumee et fere afere continuellement contre la coustume et bonne usance de mes tres redoubtes seigneurs vos predecessours dessurdite et de vous aussi en especial par le tems que je cognois lusance et la coustume du pais pardeca. et ce je vous tesmoigne en verite. et car le dessudits de Lans ont tousiours este et sont bon et leal envers mes tres redoubtes seigneurs vos predecessours dessusdits et vous aussi et seront. et gens en qui lon trouve tousiours bon secors et aide en cas de necessite. et aussy que jay este requis de part eulx que je vous voulsisse certiffier de la verite des chousses dessurdites. dont je vous certiffie et tesmoigne par ces presentes. je vous supplie mon tres redoubte seigneur si tres humblement de cuer comme je puis que les dessurdits de Lans doivent contribuer et donner pareillement que ceulx de Rivolles par enssi quil ont acoustume de fere comme dessuz et pour ceste cause mon tres redoubte seigneur il sen vont par devers vous si vous supplie comme dessur quil les vous plese avoyr par specialement reccomandes en lour gardant et observant les bonnes coustumes du temp passe et ma promission dessurdite la quelle je lour fis au nom de vous. et je prie au benoit fil de dieu mon tres redoubte seigneur quil vous doint tres bonne vie et longue. donne en yvorie le quart jour de decembre lan de notre seigneur M . IIII[c] et VIII.

De par vostre tres humble servitour et feal
Yble seigneur de Challant capitaine ec.